BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Digitized by Google

<36625273390019

<36625273390019

Bayer. Staatsbibliothek

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN,

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

würklichem Etatsrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Ritter vom Dannebrog und D. M., Ritter des Nordsternordens, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, Neapel, London, Edinburgh und Stockholm, der Königl. astronomischen Gesellschaft in London, der Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der Gesellschaft nützlicher Künste in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg, und der meteorologischen Gesellschaft in London, correspondirendem Mitgliede des Französischen Instituts, der Königl. Academie der Wissenschaften in Turin, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Academie der Wissenschaften in Berlin, der Academie der Wissenschaften in Palermo, Padova u. a.

Eilfter Band.

mit 2 Beilagen, einer Kupfertafel, einem Inhaltsverzeichniss und einem Register.

Altona 1834.

gedruckt in der *Hammerich*- und *Lesser*'schen Buchdruckerei.

Digitized by Google

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

I n h a l t.

N. 241.

Ueber die Rotation der Ringe des Saturns 1. — Sternbedeckungen 3. — Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgaber 5. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *M. Koller* Astronomen in Kremsmünster an den Herausgeber. 7. — Schreiben des Herrn Staatsraths und Ritters *v. Struve* an den Herausgaber. 9. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen* Directors der Seeberger Sternwarte an den Herausgaber. 11. — Nachricht von der Vollendung bis zum 45sten Grade der Darlination, der allgemeinen, auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtung des Himmels 13. — Sterne im Parallel des Mondes beobachtet auf der K. Sternwarte zu Bogenhausen im Jahre 1832, eingesandt von Herrn Dr. *Lamont* Gehülfen an der Sternwarte. p. 13. — Anzeige 15.

Nr. 242.

Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Bewegung des *Hugeniusschen* Saturns-Satelliten. Von Harrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 17. — Nachrichten über das Verschwinden des Saturnsringes 23. — Sternbedeckungen und Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1832 beobachtet 23. 25. — Schreiben des Herrn *Henderson* Directors der Sternwarte auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung an den Herausgebar 25. Astronomical Observations made at the Observatory on the Calton Hill Edinburgh 27. — Schreiben des Herrn *Fulz* an den Herausgeber 29. — Mondsterne beobachtet auf der Prager Sternwarte 29. — Jupiterstrabanten-Verfinsterungen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Prager Sternwarte 31. — Notizen und Anzeige 31.

Nr. 243.

Bericht über den Fortgang des Unternehmens der akademischen Sternkarten 33. — Posizioni dalla Cometa di *Biela* osservata nei seguenti giorni all' Osservatorio delle Scuole Pie, e confrontò delle medesime con quelle delle efemeridi 39. 41. — Schreiben des Herrn *Henderson*, Directors der Sternwarte auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung, an den Herausgeber 39. Schreiben des Herrn *Fulz* an den Herausgeber 41. — Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprimen als Spiegel. Von Herrn *v. Steinheil* in München 43. — Dotirung der Hamburger Sternwarte 47.

Nr. 244. 245. 246.

Disquisitiones continuatae circa theoriam perturbationum corporum coelestium, auctore *P. A. Hansen* 49. 65. 81. 97.

Nr. 247.

Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel. Von Herrn *v. Steinheil* in Münehen. (Beschluss.) 105. — Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padue an den Herausgeber 115. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Mädler* an den Herausgeber 115. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Lamont* an den Herausgeber 119.

Nr. 248.

On the Rotation of Venus. By the Reverend *T. J. Hussey*. 121.

Nr. 249.

Ehrenbezeugungen 137. — Abbildung der Cometenmedaille 137. Beobb. in Danzig 137. — *Plössl's* dialytische Fernröhre 137. On the Rotation of Venus. By the Reverend *T. J. Hussey* 139. Schreiben des Herrn *v. Steinheil* an den Herausgeber 145. Schreiben des Hrn. *Bianchini* an den Herausgeber 149. — Anzeige 151.

Beilage zu Nr. 249.

Schreiben des Herrn *Schwabe* an den Herausgeber 153. — Beobachtungen des Saturns im April 1833 auf der Altonaer Sternwarte 155.

Nr. 250.

Ueber die Störungen des Hallayschen Kometen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15ten September 1682 bis zum 13tenMärz 1759 vom Herrn Prof. Dr. *Rosenberger* in Halle 157. Schreiben des Herrn Staatsraths *v. Fuss* Secret. der Kaiserl. Academie der Wissenschaften an den Herausgaber 179.

Nr. 251

Letter to Professor *Airy* at Cambridge, by *F. W. Bessel* 181. Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Herausgeber über die Wiederkehr des *Pons*schen Cometen im Jahr 1837. 185. — Schreiben des Herrn Professors *Santini* Directore der Sternwarte in Padua an den Herausgeber 195.

Nr. 252.

Schreiben des Hrn. *Bianchi* an den Herausgeber. (Beschluss.) 197. Anzeige von Büchern 201. — Wahrnehmungen beim Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturnringes 209.

Nr. 253.

Ueber das System westlicher Abweichungen der Magnetnadel in Asien, von *Georg v. Fuss* 213. — Beobachtungen der Neigung der Magnetnadel von demselben 219. — Sternbedeckung von demselben 221. — Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber 223. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains *Thomsen*, vom Dänischen See-Etat, Ritter vom Dannebrog 225. — Vermischte Nachrichten u. Druckfehler 227.

Nr. 254.

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 229.

Beilage zu Nr. 254.

Neuestes Verzeichniss der optischen Apparate, welche von *G. S. Plössl*, Optiker und Mechaniker in Wien, am Wienfluss, nächst der Ketten-Fahrbrücke, am Eck der Heumühlgasse Nr. 816, für beigesetzte Preise in Conventionsmünze oder Augsburger Conrant verfertiget werden 245.

Nr. 255.

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises. Von Harrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. (Beschluss.) 253. — Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an dan Herausgeber. (Beschluss.) 257. — Schreiben des Herrn *Jürgensen* an den Herausgeber 259. — Schreiben des Harrn *Andrew Lang* an den Herausgeber 261. — Annonce d'une Esquisse orographique de l'Europe avec Commentaire, par le Capitaine d'Artillerie *O. N Olsen*, à Copenhague 263. — Verzeichniss der optischen Instrumente, welche in dem optisrban Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedirtbeurn jetzt in München für nachstehende Preisa varfertigt werden. 267.

Nr. 256.

Betrachtungen über die Methode der Vervielfältigung der Beobachtungen. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 269 Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen andern dahin gehörigen Bemerkungen. Von den Herren *Beer* und *Mädler* 289.

Digitized by Google

Nr. 257.

Schreiben des Herrn *Henderson* an den Herausgeber 293. — Beobachtungen des Mondes und der Mondsterne, angestellt auf der k. Sternwarte bey München im Jahre 1833; nebst Vergleichung der beobachteten Mondörter mit den Tafeln von *Damoiseau* 297. — Mondsbeobachtungen 303. — Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen andern dahin gehörigen Bemerkungen. Von den Herren *Beer* und *Mädler*. (Beschlufs.) 301. — Verzeichniss der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn jetzt in München für beigesetzte Preise verfertigt werden. (Beschlufs.) 303.

Nr. 258. 259. 260.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus, auctore *P. A. Hansen*, specolae Seebergensis directore, ordinis Dannebrogici equite 309 325. 441. 357. — Schreiben des Herrn *M. Koller* an den Herausgeber und Beobachtungen auf der Sternwarte zu Kremsmünster 367. — Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber 371. — Schreiben des Herrn Professors *Fieth* an den Herausgeber 371. — Verbesserungen in Nr. 261 der Astron. Nachr. 371.

Nr. 261.

Comet, entdeckt von Herrn *Gambart* 373. — Anzeige des Herrn Dr. u. Ritters *Olbers*, der Observations of Nebulae and Clusters of Stars etc. 373. — Beobachtungen des Herrn *Th. J. Hussey* in Kent 379. — Beobachtungen der Pallas und Ceres auf der Mannheimer Sternwarte zur Zeit ihrer Opposition 1834. 381. Schreiben des Herrn Prof. *Weisse* Directors der Sternwarte in Cracau an den Herausgeber 381. — Anzeige, die Königsberger Astronom. Beobachtungen betreffend 387. — Sternbedeckung beobachtet auf der Hamburger Sternwarte. 387.

Nr. 262

Remarques sur une note de Mr. *de Pontécoulant*, qu'on trouve dans la Connaissance des tems de l'année 1836 pag. 21 at 22, par Mr. le Professeur *Hansen* 389. — Moodskulminationen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte des Generalstaabes in St. Petersburg 397. — Opposition der Pallas 1834. 403. Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Fr. Baily* an den Herausgeber 403. — Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber 403.

Nr. 263.

Beiträge zu Längenbestimmungen aus Schweden von *A. Häggbladh* und *G. Svanberg* 405. — Bemerkungen über eine angenommene Atmosphäre des Mondes. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel* 411. — Verzeichniss der mathematischen Instrumente, welche in dem mathematisch-mechanischen Institute: *T. Ertel* in München um beigesetzte Preise verfertigt werden 419.

Nr. 264.

Schreiben des Harrn *Th. Hussey* an den Herausgeber 421. Bemerkungen über die Mondfinsterniss am 26. December 1833 vom Particulier *C. J. G. Pastorff* zu Buchholz bei Drossen unweit Frankfurt an der Oder 423. — Mondsterne, beobachtet auf der Sternwarte zu Kremsmünster 1833. 425. — Nachricht von der Gründung einer Haupt-Sternwarte für Rufsland bei der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg. (St. Petersburg, gedruckt in der Buchdruckerei der kaiserl. Akademie der Wissenschaften 1834.) 429. — Berichtigungen 439.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 241.

Ueber die Rotation der Ringe des Saturns.

Nach theoretischen Gründen mufs nothwendig der Ring des Saturns um ihn rotiren, damit der Ring, und seine Theile sich in ihrer Lage erhalten können. Rotirten die Ringe nicht, so würden, sobald durch irgend eine kleine Veränderung, die Schwerpuncte der Ringe und des Planeten nicht mehr genau zusammenfielen, die Ringe unausbleiblich auf den Saturn stürzen. Auch bemerkte *Herschel* im Herbst 1789, wie damals die Erde der Ebene des Ringes sehr nahe kam, und dieser nur als eine schmale Linie erschien, ausgezeichnete Stellen auf den Ansen, aus deren veränderlichen Stellungen gegen den Planeten an demselben oder verschiedenen Abenden er auf eine Rotation des Ringes in $10^h\ 32'\ 15''$ schlofs: eine Periode, die nahe mit der, die *Laplace* dafür aus der Theorie bestimmte, übereinkommt: besonders wenn, wie *Herschel* angiebt, seine Bestimmung sich nur auf den äussern Ring beziehe. So schien also Theorie und Beobachtung vollkommen zu harmoniren. Als aber der verschwundene Ring im Januar 1803 wieder sichtbar wurde, machte *Schroeter* und seine Gehülfen in Lilienthal Beobachtungen, die er bis zum Junius, da der Ring wieder verschwand, und auch später, als der Planet mit wieder sichtbar gewordenem Ringe aus den Sonnenstrahlen hervortrat, fortsetzte, aus denen er mit mathematischer Gewifsheit folgern zu können glaubte, dafs die Ringe gar nicht rotirten. Er sehe nämlich auf der westlichen Anse einen, auf der östlichen zwei ausgezeichnete Puncte immer in derselben unverrückten Lage: ja, um keinen Zweifel überzulassen, beobachtete er diese Puncte eine ganze Winternacht, mehr als 8 Stunden, hindurch, immer in derselben unveränderten Stellung gegen den Planeten, da doch die Ringe während dieser Zeit beinahe eine ganze Rotation gemacht haben mufsten, wenn die *Herschel*sche oder *Laplace*sche Rotationszeit wirklich statt fände. Diese ausgezeichneten Puncte, die er als vielleicht 100 Meilen hohe Berge zu erkennen glaubte, waren auf der später sichtbar werdenden Südseite des Ringes gerade an denselben Stellen, wie auf der Nordseite.

Gegen diese mit so vieler Zuversicht behauptete Schlufsfolgerung meines verewigten Freundes machte ich ihm bald nachher die Einwendung, dafs das, was man in Lilienthal gesehen hatte, mir nur eine nothwendige Folge der Erleuchtung der Ringe durch die Sonne schiene, die immer an den von ihm angegebenen Stellen der Ansen nach optischen Gesetzen eine solche Erscheinung hervorbringen müsse, die Ringe möchten auch noch so geschwind rotiren.

Denn, wenn man annimmt, dafs beide Ringe und alle ihre Theile in einer Ebene liegen, und wenn man $R_I\ R_{III}$ die innern, $R_{II}\ R_{IV}$ die äusseren Halbmesser der beiden Ringe nennt, und auf der grofsen Axe der Ring-Ellipsen vom Mittelpunct des Saturns die Abscissen $= x$ nimmt, so ist die Menge der erleuchteten Theile, die in der auf die Abscissen Linie senkrechten Ordinate y liegen, für jedes x im Verhältnifs von

$$Y = \sqrt{(R_{II}^2 - x^2)} - \sqrt{(R_I^2 - x^2)} + \sqrt{(R_{IV}^2 - x^2)} - \sqrt{(R_{III}^2 - x^2)}$$

Dies Verhältnifs bleibt immer dasselbe, die Ring-Ellipse mag so schmal werden, wie sie will: findet also auch dann noch statt, wenn sie bei geringer Erhebung des Auges über die Ring-Ebene uns nur als eine mehr oder weniger zarte Linie erscheint. Auch dann also wird die Lichtstärke der einzelnen Puncte x auf den Ansen im Verhältnifs von Y seyn. Nun giebt es für Y auf jeder Anse zwei maxima und ein minimum. Um sich einen Begriff von den Lichtstärken der verschiedenen Theile der Ansen zu machen, habe ich nach *Struve's* Abmessungen der Ringe folgende kleine Tafel berechnet, und dabei die Lichtstärke der Anse unmittelbar am Rande des Planeten $= 1{,}000$ angenommen:

$x =$ 8″,996.....	Lichtstärke $=$ 1,000	
11,000	1,143	
12,500.....	1,386	
13,334.....	1,886	Erstes maximum
15,000.....	1,580	
16,000.....	1,452	
17,238.....	0,560	minimum
17,645.....	1,254	zweites maximum.
18,500.....	1,016	
19,000.....	0,842	
20,048.....	0,000	

Dies wird einen Begriff von den Erscheinungen geben, die die Ring-Ansen darbieten werden. Es müssen also sich auf jeder Anse zwei hellere Stellen zeigen: eine sehr helle und ausgedehnte ungefähr in der Mitte der Ansen: und eine kleinere, schwerer zu unterscheidende, gegen das Ende derselben. Da das Hellere auch gröfser erscheinen wird, so werden sich zwei Lichtknoten auf jeder Anse auszeichnen, die leicht für Berge angesehen werden konnten. Auch mufste natürlich *Schroeter* diese Lichtknoten auf der Südseite der Ringe an eben den Stellen sehen, als an der Nordseite.

Diese regelmäfsige Erscheinung der zwei ausgezeichneten Lichtknoten auf jeder Anse setzt aber voraus, dafs beide Ringe, und alle ihre Theile genau in einer Ebene liegen. Haben die Ringe eine kleine Neigung gegen einander, (welches sehr wahrscheinlich ist, weil im Anfange der Wieder-Erscheinung die westliche Anse immer deutlicher und lichtstärker als die östliche sich zeigt) oder sind die einzelnen Theile der Ringe nicht genau in einer Ebene (was wohl gewifs statt finden wird) so müssen sich manche Anomalien in den oben berechneten Erscheinungen zeigen; besonders dann, wenn die Erde oder die Sonne der Ring-Ebene gar sehr nahe kommt. Im ersten Falle werden die vorliegenden Theile viele der innern verdecken, im andern durch die dann so ungeheuren Schatten verdunkeln. Letzteres war im December vorigen Jahrs der Fall: deswegen zeigten sich anfangs die Lichtknoten nicht, und kamen erst nach und nach zum Vorschein, als die Sonne sich immer mehr über die Ring-Ebene erhob, ob gleich von der Erde aus die Ansen zwar immer heller, aber wirklich immer schmäler gesehen wurden. Der andere Fall wird gegen den 30sten April, und gleich nach dem 8ten Junius statt finden — Zeitmomente, die auch in anderer Rücksicht für die Astronomen zur Bestimmung der Knotenlinie und Neigung der Ringe so wichtig sind. Denn die Durchgänge der Erde durch die Ring-Ebene lassen sich viel genauer beobachten, als die Durchgänge dieser Ebene durch die Sonne.

Es ist sehr zu wünschen, dafs die Astronomen in diesen beiden merkwürdigen Zeitpuncten nicht blofs auf die Verschwindung und Wieder-Erscheinung des Ringes, sondern auf alle dabei vorkommende Phänomene sehr aufmerksam seyn mögen. So wird es wohl gelingen, jene ausgezeichneten Puncte, die nach optischen Gesetzen da seyn können, die Ringe mögen so geschwind rotiren, als sie wollen, und diejenigen, die durch vortretende oder hinterstehende Trabanten veranlafst werden, von denen zu unterscheiden, die wirklich durch ungleiche Theile auf den Ringen selbst, es seyen nun Erhabenheiten, oder das Licht stärker zurückwerfende Stellen hervorgebracht werden, und die allein zur Bestimmung der Rotation der Ringe dienen können. Wahrscheinlich wird man dann einige von den 5 Lichtstellen wieder erkennen, aus deren veränderlicher Stellung gegen den Planeten *Herschel* diese Rotation mit so viel Umsicht und Behutsamkeit bestimmte. Dies wird um so gewisser geschehen, wenn die jetzt angewandten grofsen Reflectoren und Refractoren zum Theil stark genug seyn sollten, auch die Schneide der Ringe selbst noch sichtbar zu machen, wie dies *Herschel* von seinem grofsen Telescopen rühmte.

Bei meinem verewigten Freunde *Schroeter* wollte meine Erklärung der Lilienthaler Beobachtung, die nachher Herr Prof. *Brandes*, sowohl in seinen Briefen, als in seinen Vorlesungen über Astronomie sehr gut und umständlich vorgetragen hat, keinen Eingang finden: aber jetzt habe ich das Vergnügen, dafs der Theilnehmer an jener Beobachtung in Lilienthal, Herr Prof. *Harding* in Göttingen, immermehr von der Richtigkeit meiner Ansicht überzeugt zu werden scheint.

Wie *Laplace* die *Schroeter*sche Beobachtung zu erklären versucht hat, ist allgemein bekannt.

W. Olbers.

Nach diesem Abdruck ist das früher von mir gesandte Circular zu berichtigen.

S.

Sternbedeckungen.

Der Güte des Herrn Staatsraths *von Fufs*, Secretairs der Kaiserlichen Academie der Wissenschaften in St. Petersburg verdanke ich folgende Beobachtungen seines Herrn Bruders, der so eben von seiner grofsen Reise zurückgekehrt ist. *S.*

Den $\frac{9}{21}$ November 1830 beobachtete ich in Dshan-dsjakevu, der Grenzfestung, bei den Russen unter dem Nahmen Chalgan bekannt, den Eintritt eines Sterns 7ter Gröfse im Capric. (AR. = 306° 29′ 24″, δ = 17° 5′ 57″) in den dunkeln Mondrand. Er geschah um 7h 49′ 57″,1 M.Z. Abends; fast central bei klarer Luft. Die Polhöhe dieser Stadt fand sich aus Sextantenbeobachtungen = 40° 49′ 16″,0 N. Den $\frac{14}{26}$ Decbr. 1830 geschah zu Peking eine centrale Bedeckung α Tauri vom Monde. Beschäftigt zu dieser Zeit mit einer

Digitized by Google

Mondculmination gelang es mir blos den Austritt des Sterns am hellen Mondsrande zu beobachten. Das Moment, in mittlerer Zeit angegeben, ist $9^h\,43'\,27'',1$ Abends. Der Luftzustand war sehr günstig. Ebendaselbst, zu Peking, beobachtete ich den $\frac{14}{15}$ May 1831 den Eintritt am dunkeln Mondsrande des Sterns γ Librae 4ter Größe um $10^h\,53'\,31''7$ m. Z. Abends. Die Polhöhe von Peking, abgeleitet aus 10 Sextantenbeobachtungen, vom December 1830 bis May 1831, erwies sich: $39^\circ\,54'\,11'',2$ N.

Georg Fuss.

Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber.

Padova 18 Aprile 1833.

In una delle mie precedenti Lettere, credo di averla inviato le poche osservazioni della Cometa periodica di 6, 7 Anni, che potei fare nel mese di Novembre. Siccoma temo, che in un giorno speciale (che precisamente non rammento qual fosse) nel passaggio del tempo sidarale al tempo medio era incorso un' errore, così mi permetterà V. S. di inviarli di nuovo la serie completa ad oggetto di correggere quella, che per avventura si trovasse in errore

1832.	Tempo Med. in Padova.	AR. appar. di Cometa.	Declin app. di Cometa.	
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Ottobre 31	16 34 43,1	149 35 42.7	+10 43 41,8	
—	17 10 10,6	149 38 7.9	+10 42 5,3	
Novembre4	15 57 17,0	155 18 15,4	+ 6 34 44,5	
—	16 27 2,0	155 19 11,8	+ 6 32 42,5	
18	15 55 10,9	172 46 22,9	— 6 24 52,6	
—	16 13 53,9	172 47 17,0	— 6 24 50,3	
19	16 15 50,0	173 54 19,0	— 7 13 13,7	
—	17 3 35,8	173 56 45,9	— 7 14 49,7	
22	15 42 56,3	177 9 46,6	— 9 29 1,8	
—	16 22 23,7	177 11 21,0	— 9 29 5,5	
Dicembre 1	17 18 50,2	186 24 6,9	—15 22 51,4	
4	17 41 18,1	189 17 28.3	-17 4 22,1	
5	17 49 52,6	190 14 21,3	—17 37 13,3	
26	17 49 0,4	208 4 10,5	—25 52 20,7	osserv. incerta.

In generale fù la Cometa per tutto il corso di questa sua apparizione molto debole, e difficile ad osservarsi. Le osservazioni fatte in Dicembre per la sua grande declinazione Australe, e per la poca serenità dell' Aria riuscirono anche più incerte. Nell' ultima sera (26 Dicembre) appariva sotto la forma di una debolissima macchia bianca, la quale vedevasi soltanto dopo di avere lungamente assuefatto l'occhio alla oscurità.

Il Sigr. *Herschel* fù fortunato a segno di poterla vedere con un Telescopio a riflessione di 20 piedi fino dalla sera 23 Settembre. Dalle sue osservazioni originali, che mi trasmise con molta gentilezza insieme ad alcune altre osservazioni di *Bessel*, e *Nicolai*, ho trascelto le seguenti (nelle quali ho ridotto i tempi dai diversi Meridiani all' osservatorio di Padova) per correggere gli elementi dell' orbita.

		T. M. in Padova.	AR. app.	Decl. app.	
		h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
1832	Sett. 23	17 29 26	85 7 22,2	+36 16 56,2	*Herschel.*
	Ott. 20	12 23 33	131 36 22	+22 15 3	*Bessel.*
	— 25	14 49 47	140 5 55	+17 11 28	*Nicolai.*

Prendendo il medio delle osservazioni da me fatte in quelle sere, in cui vi sono due confronti, correggendole dalla aberrazione, e paralasse, riducendole all' Ecclittica, ed all' equinozio medio del 0 Gennajo 1833, ho fatto concorrere col metodo dei minimi quadrati 1. le osservazioni dei giorni 23 Settembre, 31 Ottobre, 4, 18, 19, 22 Novembre, 1, 5, 5 Dicembre; 2. le osservazioni del 23 Settembre, 20, 25, 31 Ottobre, 4, 18, 19, 22 Novembre, 4 Dicembre (escludendo quella del 1°, e 5 Dicembre, che parvero troppo aberranti) alla ricerca della correzione degli elementi dell' orbita. Ho in talguisa ottenuto i due segnenti sistemi di elementi ellittici fra loro pochissimo diversi, nei quali ho ritenuto Passe maggiore, ed il moto medio, come risultano dalle determinazioni del Chiar. Sign. *Damoiseau.*

I. Sistema.

Passaggio al Perielio 26,152971, Nov 1832 T. M. in Padova

Longitud. del Perielio	110° 0′ 58,66″	dall' Equin. Medio del
del Nodo	248 15 40,80	0 Genn. 1833.
Inclinazione	13 13 11,57	
Angelo di eccentricità φ	48 43 3,56	
$Log\ e = log\ sin\ \varphi$	9,8759102.	

II. Sistema.

Passaggio al Perielio 26,153170 Nov. 1832 T. M. in Padova

Longitud. del Perielio	110° 0′ 55,05″	dall' Equin. Medio del
del Nodo	248 15 36,09	0 Genn. 1833
Inclinazione	13 13 0,92	
Angelo di eccentricità φ	48 43 3,78	
$Log\ e = log\ sin\ \varphi$	9,8759106.	

essendo, dietro le citate determinazioni del Sigr. *Damoiseau*, $log\ a = 0{,}5486142$; il moto medio sid. $= 533''4409$. Questi elementi lasciano sussiscere i seguenti errori, nel quali i segni sono disposti in modo, che danno il valore della funzione.... *posizione osservata — posiz. calcol.*

Digitized by Google

	I. Sistema errori in Longit.	Latit.	II. Sistema errori in Longit.	Latid.
	"	"	"	"
Sett. 23	— 8,47	—15,59	+ 0,03	—17,35
Ott. 20	—12,23	— 5,53	— 8,43	— 3,21
25	— 6,29	+ 6,53	— 3,51	+ 7,37
31	+12,85	—12,00	+14,81	—13,17
Nov. 4	+ 4,40	+18,45	+ 5,81	+16,02
18	— 7,31	+17,55	— 5,96	+11,16
19	— 4,44	— 1,26	— 3,05	— 7,67
22	+ 0,83	+15,78	+ 2,32	+ 8,78
Dic. 1	—28,36	+40,25	—26,42	+31,89
4	— 2,10	—12,33	+ 0,04	—20,99
5	+34,29	—72,00	+41,39	—80,75

L'osservazione del 26 Dicembre fù confrontata al 2do sistema, ed ha dato il seguente risultato.

AR. osserv.	=	208° 4' 10,5;	decl. oss.	=	−25° 52' 20,7
Aberr.+Parel.	=	+ 12,2			+ 2,5
	=	208 4 22,7		=	−25 52 18,2
AR. calcol.	=	208 4 57,0;	decl. calc.	=	−25 52 4,0
errore	=	— 34,3		=	— 14,2

Apparisce ora di qui, che gli elementi dedotti dal Sigr. *Damoiseau* si avvicinarono alvero più di quelli, che io aveva ricavati nello scorso anno nel pubblicare le doppia effemeride di avviso per ricercare la Cometa al suo ritorno. (*Annali delle Science Prime III* 1822 in Padova). La ragione di questa differenza, la quale riuscì piuttosto sensibile soprattutto nel passeggio al Perielio, devesi ripetere del non avere io tenuto conto delle perturbazioni sofferte dalla Cometa nei periodi trascorsi fra il 1805, ed il 1826, essendomi mancato il tempo per valutarle, e delle quali e grande sua lode, e con grande fatica tenue conto il celebre Geometra Francese. Una tale omissione esercitò una pericolosa influenza nelle perturbazioni prodotte da Giove nel Maggio 1831, alla quale epoca molto si avvicinò la Cometa e questo Pianeta. Spero potere fra poco riprenderne il calcolo con maggior rigore, essendo questa Comete interessantissima per confermare la Teorica del celebre *Encke* sulla resistenza dell' Etere.

Giovanni Santini.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *M. Koller*, Astronomen in Kremsmünster, an den Herausgeber.

Kremsmünster 1833. März 3.

Ich bin so frei beiliegend die Beobachtungen der Planeten Uranus, Jupiter, Pallas und Ceres, welche am Meridiankreise der hiesigen Sternwarte im verflossenen Jahre gemacht wurden, zur Aufnahme in Ihre Astr. Nachrichten zu übersenden. Die Declinationen sind von Refraction und Parallaxe befreit, und die Resultate der Beobachtungen mit dem Berliner Astr. Jahrbuche verglichen. Der ungünstigen Witterung wegen, welche wir zur Oppositionszeit der Ceres hatten, konnten nur wenige Beobachtungen gemacht werden. *Biela's* Cometen suchte ich mit den Fernröhren, die mir zu Gebothe stehen, im verflossenen October vergebens. In der ersten Hälfte Novembers hinderte mich theils trüber, theils mondheller Himmel an seiner Aufsuchung, so, dafs ich ihn erst am 20. November auffand. Ich konnte von ihm nur fünf Beobachtungen machen; diesen kleinen Beitrag zur näheren Kenntnifs dieses interessanten Himmelskörpers werde ich, sobald ich die Beobachtungen reducirt habe, Ihnen mittheilen. Es haben sich, seit der Meridiankreis hier in Thätigkeit gekommen, viele Beobachtungen von Mondsternen gesammelt; sehr erfreulich war mir daher die Bekanntmachung der Mondsternebeobachtungen auf Ihrer Sternwarte in Astr. Nachr. Nr. 225. Ich wünsche diese, und folgende Beobachtungen, die Sie uns mitzutheilen die Güte haben werden, zur Längenbestimmung der hiesigen Sternwarte zu benutzen; indem dieser Weg, ihre Länge auszumitteln, bis jetzt noch nicht betreten wurde.

M. Koller.

Uranus.

1832.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Südl. Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
	h ' "	h ' "	° ' "	"	"
Aug. 1	12 35 52,62	21 18 9,52	16 29 33,9	+ 2,09	+ 5,7
5	12 19 31,49	21 17 31,93	16 32 23,1	+ 1,90	+ 0,5
7	12 11 20,91	21 17 13,12	16 33 50,0	+ 2,10	+ 1,9
8	12 7 15,17	21 17 3,25	16 34 31,2	+ 2,47	— 0,5
9	12 3 10,08	21 16 54,05	16 35 10,8	+ 2,15	— 4,4
11	11 54 59,11	21 16 34,84	16 36 44,6	+ 2,35	+ 2,5
12	11 50 53,89	21 16 25,51	16 37 23,0	+ 2,18	— 2,3
13	11 46 48,42	21 16 15,92	16 38 6,7	+ 2,28	— 1,7
15	11 38 38,14	21 15 57,41	16 39 36,0	+ 2,26	+ 3,7
18	11 26 22,23	21 15 29,14	16 41 39,1	+ 1,96	— 2,2
21	11 14 6,80	21 15 1,37	16 43 46,1	+ 2,20	+ 1,3
25	10 58 46,78	21 14 25,03	16 46 27,6	+ 2,03	— 0,1
28	10 45 32,63	21 13 58,37	16 48 28,9	+ 1,96	+ 2,6
Sept. 4	10 17 1,95	21 12 58,88	16 52 44,7	+ 2,18	— 1,8
5	10 12 58,12	21 12 50,92	16 53 21,8	+ 1,99	— 0,2
6	10 8 54,07	21 12 42,77	16 54 0,4	+ 2,09	+ 3,3
13	9 40 29,78	21 11 49,67	16 57 44,7	+ 2,04	— 1,4
18	9 20 16,39	21 11 15,67	17 0 10,0	+ 2,08	— 0,5
22	9 4 8,23	21 10 51,13	17 1 52,1	+ 1,80	— 1,8
23	9 0 6,21	21 10 44,99	17 2 14,6	+ 2,13	— 4,4
25	8 52 3,37	21 10 33,94	17 3 0,1	+ 1,98	— 5,8

Digitized by Google

1832.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Südl. Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Sept. 26	8 48 2,34	21 10 28,82	17 3 24,2	+ 1,75	— 2,2
27	8 44 1,08	21 10 23,44	17 3 47,5	+ 1,96	— 1,2
28	8 40 0,29	21 10 18,55	17 4 8,0	+ 1,82	— 1,7
29	8 35 59,48	21 10 13,63	17 4 22,7	+ 1,89	— 6,3
30	8 31 58,74	21 10 8,79	17 4 43,2	+ 2,05	— 4,7
Oct. 1	8 27 58,69	21 10 4,63	17 5 6,9	+ 1,73	+ 0,7
2	8 23 58,40	21 10 0,24	17 5 20,2	+ 1,95	— 2,5
3	8 19 58,37	21 9 56,09	17 5 37,8	+ 1,97	— 1,5
5	8 11 58,67	21 9 48,18	17 6 1,9	+ 2,11	— 8,0

Jupiter.

Sept. 4	12 48 24,71	23 44 46,50	3 22 1,5	+ 0,33	+ 5,2
5	12 44 1,08	23 44 18,71	3 25 10,8	+ 0,29	+ 6,5
6	12 39 37,28	23 43 50,74	3 28 19,3	+ 0,20	+ 5,2
13	12 8 45,77	23 40 29,02	3 50 40,0	+ 0,45	+ 5,5
18	11 46 39,55	23 38 2,94	4 6 37,4	+ 0,28	+ 3,8
22	11 28 59,51	23 36 6,20	4 19 12,9	— 0,07	+ 5,3
23	11 24 34,50	23 35 37,02	4 22 13,6	+ 0,24	+ 0,5
24	11 20 10,16	23 35 8,50	4 25 20,5	— 0,01	+ 3,4
25	11 15 46,53	23 34 39,70	4 28 23,4	+ 0,22	+ 4,3
26	11 11 21,56	23 34 11,57	4 31 23,9	— 0,05	+ 4,1
27	11 6 57,27	23 33 43,11	4 34 22,5	+ 0,19	+ 4,1
28	11 2 33,71	23 33 15,37	4 37 17,1	+ 0,03	+ 2,6
29	10 58 10,08	23 32 47,58	4 40 13,5	+ 0,15	+ 4,9
30	10 53 46,93	23 32 20,26	4 43 6,2	+ 0,08	+ 5,5
Oct. 1	10 49 23,88	23 31 53,04	4 45 49,4	+ 0,20	— 0,6
2	10 45- 1,30	23 31 26,30	.....	+ 0,21	——
3	10 40 39,27	23 31 0,10	.....	0,00	——
12	10 1 37,49	23 27 20,87	5 13 39,8	+ 0,02	+ 2,2

Pallas.

1832.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Südl. Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Sept. 4	13 0 1,85	23 56 25,56	1 16 11,4	— 1,35	+ 45,2
6	12 50 49,93	23 55 5,23	1 43 50,6	— 1,37	+ 55,1
13	12 18 19,05	23 50 4,87	3 23 2,5	— 0,59	+ 53,0
18	11 54 55,56	23 46 20,30	4 35 17,4	— 1,03	+ 50,8
22	11 36 10,07	23 43 17,94	5 33 13,2	— 1,25	+ 55,0
23	11 31 28,51	23 42 32,17	5 47 29,8	— 1,15	+ 46,9
24	11 26 47,25	23 41 46,69	6 1 46,7	— 0,75	+ 51,1
25	11 22 6,34	23 41 1,56	6 16 1,3	— 0,96	+ 48,4
26	11 17 25,91	23 40 16,92	6 30 27,3	— 1,42	+ 61,6
27	11 12 44,98	23 39 31,77	6 44 17,7	— 0,63	+ 52,9
28	11 8 5,28	23 38 47,85	6 58 16,0	— 1,17	+ 49,3
29	11 3 25,36	23 38 3,72	7 12 12,4	— 1,11	+ 49,9
30	10 58 46,20	23 37 20,35	7 25 55,7	— 0,92	+ 52,6
Oct. 1	10 54 7,45	23 36 37,39	7 39 40,5	— 1,11	+ 55,7
2	10 49 29,08	23 35 54,80	7 53 5,5	— 1,12	+ 46,9
3	10 44 51,69	23 35 13,21	8 6 26,3	— 1,15	+ 50,2

Ceres.

			Nördl. Decl.		
Oct. 16	13 10 30,86	2 52 31,49	4 36 51,2	+ 0,95	— 5,0
20	12 51 35,35	2 49 19,07	4 26 10,9	+ 1,28	— 3,1
21	12 46 49,51	2 48 29 00	4 23 34,8	+ 1,23	— 0,5
25	12 23 42,98	2 45 1,46	4 13 57,8	+ 1,49	— 6,4
26	12 22 50,40	2 44 8,73	4 11 32,1	+ 0,78	+ 2,3
Nov. 10	11 0 14,62	2 30 27,69	3 48 10,8	+ 1,30	— 1,7
18	10 31 55,15	2 23 36,02	3 46 16,3	——	——
21	10 17 46,09	2 21 14,30	3 47 49,1	——	——
22	10 12 54,88	2 20 18,85	3 48 33,5	——	——
23	10 8 24,84	2 19 44,63	3 49 28,8	——	——

M. Koller.

Schreiben des Herrn Staatsraths und Ritters *v. Struve* an den Herausgeber.

Dorpat den 4 April 1833.

Während der Feldzüge der Russischen Armeen in der Europäischen und Asiatischen Türkei, waren geübte Beobachter, Offiziere des Generalstabes, beschäftigt astronomische Ortsbestimmungen auszuführen. Sie haben eine Beobachtungsreihe geliefert, die gleich wichtig durch Umfang und Genauigkeit ist. Die Originalbeobachtungen sind im Chartendepot des Kaiserlichen Generalstabes in St. Petersburg niedergelegt und werden bald bekannt gemacht werden. Inzwischen habe ich aufgefordert von dem als Director des Chartendepots hochverdienten Generallieutnant und Ritter *von Schubert* die Leitung der Längenrechnungen aus diesem Material übernommen, bei welcher ich von den sich in Dorpat für ihre astronomische Ausbildung aufhaltenden Officieren, so wie von den Mitarbeitern an der Gradmessung unterstützt werde. Nicht weniger als 82 Puncte sind astronomisch bestimmt. Die Polhöhe aller ward beobachtet, die Länge vieler auf Sternbedeckungen, einer größeren Anzahl auf Mondsculminationen, und der übrigen auf Zeitübertragung und Azimute begründet. Vorzüglich reichhaltig ist die Sammlung der Beobachtungen an Mondsculminationen. In Asien ist der Mond im Meridiane in Erzerum, Kars, Gumri, Tiflis, Pjätigorsk, in der Europäischen Türkei in Jassy, Ismail, Buseo, Birlat, Fokschan, Widdin, Slatina, Giurscha, Hirsowa, Babadatsch, Kistandschi, Basardschik, Janibasar, Prawodi und Varna beobachtet. Viele correspondirende Beobachtungen habe ich aus dem reichen Schatze Ihrer Astr. Nachr. erhalten, andere aus den Tagebüchern der Sternwarten in Greenwich, Cambridge und Armagh. Sie haben in Nr. 222 der Astr. Nachrichten ein Verzeichniss der auf der Altonaer Sternwarte angestellten Mondbeobachtungen gegeben. Ich habe die correspondirenden Tage ausgezeichnet, und ersuche Sie Ihrem gütigen Erbieten zu Folge um die Mittheilung der AR. des Mondes und der Mondsterne von:

Digitized by Google

1828. August 22; Octbr. 23.
1829. März 16, 23; April 14, 15, 16, 18; Mai 15, 16; Juni 17; Juli 14; August 11, 13; Sept. 13.
1830. Sept. 27.
1831. Jan. 25; Febr. 19; März 24; Juli 24; August 18; Sept. 19, 20.

Ein zweites erhebliches Material für die Geographie des Osten hat der Reisende der Akademie Herr *Georg v. Fuss*, der vor einigen Monaten nach Petersburg zurückkehrte mitgebracht. Er hat Mondsculminationen und Sternbedeckungen in Peking, in Dahan-dsja-keu, einer Chinesischen Gränzfestung, so wie in 7 Puncten Ost-Sibiriens beobachtet, und wünscht mit der Bearbeitung seiner Reise beschäftigt baldigst correspondirende Beobachtungen zu erhalten. Ich hoffe daher dafs diejenigen Astronomen die im Besitze correspondirender Beobachtungen sind, die noch nicht publicirt worden, meine Bitte erfüllen werden mir dieselben schriftlich, in unfrankirten Briefen, sobald als möglich mitzutheilen, wofür ich ihnen sehr verpflichtet sein werde.

Verzeichnifs der Tage an welchen des Mondes und der Mondsterne gerade Aufsteigung an verschiedenen östlichen Orten beobachtet ist, und für welche correspondirende Beobachtungen gewünscht werden.

1828. Aug. 21, 22, 23; Oct. 19, 23; Nov. 15, 18; Dec. 12, 17, 18, 22.
1829. Febr. 18, 19; März 12, 16, 17, 23; April 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21; Mai 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 19, 20; Juni 15, 16, 17, 18; Juli 12, 14, 15, 16, 17; August 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16; Sept. 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21; Oct. 6, 7, 8, 9.
1830. Mai 4, 6, 8, 9; Juni 5, 6, 7, 8; Juli 1, 2, 3, 4, 7, 30, 31; August 1, 2, 3, 4, 5, 29, 30, 31; Sept. 1, 2, 3, 4, 25, 26, 27, 28, 29, 30; Dec. 25, 26, 27.
1831. Jan. 23, 24, 25, 26; Febr. 18, 19, 20, 21, 23, 27; März 24; April 24; Mai 21, 22, 23, 24, 26; Juli 21, 22, 23, 24, 25; August 18, 20, 21, 23; Sept. 18, 19, 20, 21, 22; Oct. 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21.
1832. April 15; Mai 13; Juni 11; Juli 9; August 9; Sept. 8.

Da an mehreren Tagen keine Mondsterne beobachtet sind, so ist die Mittheilung der AR. des Mondes auch wenn an den correspondirenden Orten keine Mondsterne beobachtet waren, ebenso wünschenswerth. Diese AR. müssen aber auf den *Bessel*schen Sternbestimmungen beruhen, oder die Herren Astronomen werden gebeten mit den AR. des Mondes auch die der nächsten Fundamentalsterne, auf welchen jene beruht, anzugeben.

Verzeichnifs der Sternbedeckungen, zu welchen correspondirende gewünscht werden.

1829	9 Mai.	A' Cancri	beobachtet in	Buseo.
	10 Mai.	ξ Leonis	———	———
	25 Juli.	α Tauri	———	Erzerum.
1830	29 Juli.	49 Librae	———	Hiraowa.
	2 Aug.	Piazzi XIX. 180	———	———
	6 Aug.	φ Aquarii	———	———
	3 Sept.	24 Piscium	———	Birlat.
	8 ———	89 Tauri, σ^1 u. σ^2 Tauri	———	———
	21 Nov.	Anonyma 7^r Gr.	———	Dsan-dsja-keu.
	27 Dec.	α Tauri	———	Peking.
1831	18 Febr.	48 u. A Tauri	———	Butuschan
	1 März.	65 Virginis	———	———
	25 Mai.	γ Librae	———	Peking.
	21 Juni	γ Librae	———	Giuracha.
	31 Juli	ξ^2 Ceti	———	Slatina
	19 Octbr.	15 Ceti	———	Kalifat.
	23 ———	α Tauri	———	———

Zu den Beobachtungen von α Tauri am 25 Juli 1829 und 23 Octbr. 1831 finden sich hinreichend correspondirende in den Astr. Nachrichten.

W. Struve.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Seeberger Sternwarte, an den Herausgeber.

Seeberg 1833. April 10.

Ich habe mich kürzlich zur Erholung mit den Störungen beschäftigt, die ein widerstehendes Mittel hervorbringt. Ich habe gefunden, dafs diese auf sehr convergirende Reihen führen, und zwar so, dafs bei einer Excentricität von 0,99 diese Störungen ohngefähr in demselben Grade convergiren wie die gegenseitigen Störungen der Erde und Venus. Für den *Encke*schen Cometen fand ich folgendes Resultat:

Störungen der mittlern Länge (oder der mittlern Anomalie) =
$62'',56647 . g^2 - 8'',7820 . g \sin f + 2'',9073 . g \sin 2f - 7'',23 \cos f + 2'',34 \cos 2f - 0'',25 \cos 3f - 0'',01 \cos 4f$

Störungen der 7ten Stelle des Brigg. Log. des Rad. Vectors =
$-157,113 . g + 144,693 . g \cos f - 55,7 \sin f + 16,0 . \sin 2f + 1,2 \sin 3f + 0,3 \sin 4f.$

Digitized by Google

wo g die mittlere Anomalie deren Einheit der Umkreis ist, und f die excentrische Anomalie bedeutet. Es ist ein leichtes diese Störungen in Tafeln zu bringen, deren Argument blos von der mittlern Anomalie abhängt. Sobald ich Zeit bekomme werde ich eine Ausarbeitung über diesen Gegenstand machen, und Ihnen zusenden.

Hansen.

Nachricht von der Vollendung bis zum 45sten Grade der Declination, der allgemeinen, auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtung des Himmels.

Zu den, den Astronomen zu verschiedanen Zeiten ertheilten Berichten über den Fortgang der allgemeinen Beobachtung des Himmels, welche seit 11 bis 12 Jahren eins der Hauptgeschäfte der Königsberger Sternwarte gewesen ist, kann ich jetzt die Anzeige hinzufügen, dafs die Zona des Himmels zwischen dem 15ten Grade der südlichen, und dem 45sten der nördlichen Declination ganz vollandet ist.

Die erste Zone beobachtete ich am 19ten Aug. 1821; die 536ste, durch welche die letzte, sich unterhalb dem 45sten Grade der Declination noch findende Lücke ausgefüllt worden ist, am 21sten Jan. 1833. Die Zahl aller, in diesen 536 Sitzungen gemachten Beobachtungen ist 75011.

Schon seit einigen Jahren war bei weitem der gröfste Theil des zwischen $-15°$ und $+45°$ der Declination liegenden Raumes, nach und nach durch das Fernrohr meines Instrumentes gegangen; allein es fanden sich noch Lücken, vorzüglich von 2 bis 5 Uhr der Geradenaufsteigung, deren gänzliche Ausfüllung erst in diesem Winter gelungen ist. Dieser Theil des Himmels geht in den Herbst- und Winter-Monaten bei Nacht durch den Meridian und ist daher, in einem Lande, welches in dieser Zeit des Jahres meistens trübes Wetter hat, schwer zu beobachten. Hierzu kömmt noch, dafs der selten heitere Himmel fast nur bei plötzlich eintretender, heftiger Kälte statt findet, welche das Gleichgewicht der Atmosphäre so sehr zu stören pflegt, dafs die Luft so unruhig wird, dafs es oft unmöglich ist, kleine Sterne bei der geringsten Beleuchtung der Fäden zu sehen, geschweige denn gehörig zu beobachten. Auch ist in den letzten Jahren nothwendig geworden, die heiteren Nächte zwischen dem Heliometer und den Zonenbeobachtungen zu theilen. Endlich ist ein, im Winter 1830-31 gemachter Versuch, beide Beobachtungsreihen gleichzeitig fortgehen zu lassen, ohne Erfolg geblieben.

Im folgenden Winter 1831-32 gelang es mir, einen beträchtlichen Theil des noch Fehlenden, dem Himmel abzugewinnen. Im gegenwärtigen reichten die seltenen heiteren Nächte so genau zur Ausfüllung der noch übriggebliebenen Lücken aus, dafs, wenn auch nur eine einzige derselben gefehlt hätte, oder auf andere Beobachtungen verwandt worden wäre, ich die Befriedigung noch nicht würde haben können, die Vollendung der langen Beobachtungsreihe bis zum 45sten Grade der Declination, den Astronomen anzuzeigen.

Hierdurch habe ich nun das Ziel erreicht, welches ich mir zu erreichen vorgesetzt hatte. Ich hoffe, ein eigenes Buch bekannt zu machen, welches bestimmt sein wird, die Benutzung meiner 75000 Beobachtungen so leicht und sicher wie möglich zu machen; ich werde erst den Abdruck der Beobachtungen auf meiner Sternwarte, für 1832, unter welchen sich die letzten Zonen finden werden, abwarten und dann das eben gegebene Versprechen erfüllen.

Ich gebe indessen die Hoffnung nicht auf, die seit 1821 im Gange befindliche Beobachtungsreihe, auf dieser Sternwarte noch weiter, und bis zum Pole, fortgesetzt zu sehen. Ich selbst werde die Beobachtungen zwar nicht machen, indem es dringend nothwendig wird, diejenigen Untersuchungen, welche von Beobachtungen mit dem Heliometer ausgehen, mit ungetheilter Kraft zu treiben; allein ich habe das Glück, auf meinen jetzigen Gehülfen, Herrn *Busch*, auch in dieser Beziehung Hoffnungen gründen zu können, deren Verwirklichung nur noch einige Schwierigkeiten im Wege stehen, welche in Kurzem wegräumen zu können, ich hoffe.

Bessel.

Sterne im Parallel des Mondes beobachtet auf der K. Sternwarte zu Bogenhausen im Jahre 1832.

Eingesandt von Herrn Dr. *Lamont*, Gehülfen an der Sternwarte.

März 11	43 ζ Gemin.	h 6	′ 54	″ 8,69..4	März 13	27 ν Leonis :	h 9	′ 49	″ 11,41..5
	Mond I R.	7	13	37,92..5		α Leonis :	9	59	25,96..4
	81 g Gemin.	7	36	23,88..5	April 11	47 ρ Leonis :	10	23	58,18..5
13	62 a 1 Cancri	8	47	52,81..5		53 l Leonis :	10	41	26,04..5
	Mond I R.	9	18	4,77..5		Mond I R.	10	52	33,93..5

Digitized by Google

		h	′	″	
April 11	3 ν Virginis	11	37	14,34	.6
12	3 ν Virginis :	11	37	14,39	.2
	Mond I R.	11	46	20,43	.5
	10 r Virginis :	12	1	5,99	.5
	(142) Virginis	12	29	49,60	.5
14	48 k 4 Virginis	12	55	16,76	.6
	Mond I R.	13	29	32,16	.4
	Mond II R.	13	31	40,49	.5
	88 Virginis	13	39	32,47	.5
	94 Virginis	13	57	26,02	.5
Jnly 12	41 π Sagittarii :.	18	59	48,41	.5
	Mond I R. :	19	27	24,78	.5
	Mond II R. :	19	29	35,46	.5
	56 f Segittarii	19	36	35,81	.5
	57 Sagittarii	19	42	28,23	.5
August 8	37 ξ 2 Sagittarii	18	47	42,74	.5
	Mond I R.	19	10	4,22	.5
	(138) Segittarii	19	20	67,90	.5
	57 Sagittarii	19	42	28,28	.5
9	57 Sagittarii	19	42	28,23	.5
	Mond I R.	20	2	13,68	.5
	15 υ Capricorni	20	30	31,28	.5
11	32 i Capricorni	21	12	55,38	.5
August 11	(154) Aquarii	21	21	30,23	.3
	40 γ Capricorni	21	30	48,87	.5
	Mond II R.	21	46	21,37	.5
Sept. 6	7 σ Capricorni	20	9	43,85	.5
	10 π Capricorni	20	17	44,24	.5
	Mond I R.	20	35	27,09	.5
	32 i Capricorni	21	12	55,36	.5
Octbr. 2	Mond I R.	19	23	22,53	.6
	57 Sagittarii	19	42	27,64	.5
3	57 Sagittarii :.	19	42	27,73	.4
	Mond I R.	20	15	24,08	.5
	15 ν Capricorni	20	30	30,73	.4
5	Mond I R.	21	56	62,62	.5
	45 D Aquarii :.	22	10	1,90	.5
	57 σ Aquarii :.	22	21	47,71	.5
7	95 χ 3 Piscium :	23	10	15,65	.4
	Mond I R. :	23	35	38,25	.5
	33 σ Piscium :	23	56	46,85	.4
30	57 Sagittarii :	19	42	27,25	.5
	Mond I R. :	19	54	16,76	.5
	7 σ Capricorni :	20	10	43,12	.4
	15 ν Capricorni :	20	30	30,34	.4

Lamont.

Anzeige.

Bei dem Anfange des 11ten Bandes der astronomischen Nachrichten, ersuche ich die bisherigen Herren Theilnehmar, falls Sie diese Nachrichten fortzusetzen wünschen, Ihre Bestellungen baldmöglichst zu machen, indem ohne ausdrückliche Bestellung, und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird.

Man prënumerirt mit 8 *mk* Hamburger Courant oder einem holländischen Ducaten, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen für diesen und die folgenden Bände kein Rebatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemarkten Praise, von dem Augenblicke an, dafs das erste Stück des 11ten Bandes erschienen ist, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Da sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden, als bestellt sind, so kann ein Band der schon geschlossen ist, nicht unter 12 *mk* Hamb. Cour. oder 1½ Holl. Ducaten verkauft werden.

Die einzige Ausnahme ist wenn ein neuer Theilnehmer alle schon geschlossenen Bände vom 3ten (inclusive) an auf einmal nimmt. In diesem Falle wird er als ein Theilnehmer von Anfeng an betrachtet, und erhält gleichfalls jeden Band zu 8 *mk*. Die beiden ersten Bände sind ausgeschlossen, weil der erste Band genz vergriffen ist, und nicht mehr geliefert werden kann, und vom 2ten Bande nur 5 bis 6 Exemplare jetzt vorhandan sind, so dafs er in ganz kurzer Zeit gleichfalls vergriffen seyn wird. Einzelne Nummern sind aus beiden Bänden noch zu bekommen.

Um von verschiedenen Seiten an mich gemachten Anforderungen zu entsprechen, werde ich diesen Nachrichten von Zeit zu Zeit Intelligenzblätter beilegen, welche Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. für 2 ggr. die Zeile aufnehmen.

Ich bemerke noch schliefslich, dafs durch die Gefälligkeit des Hamburgischen Fürstlich Thurn und Taxischen Ober-Poetamts früher stattgefundene Schwierigkeiten beseitigt sind, und man jetzt die Astr. Nachrichten nicht allein, wie immer, bei den Königl. Preufs. Posten, sondern auch bei den Fürstl. Thurn und Taxischen Posten bestellen kann. *S.*

Ueber die Rotation der Ringe des Saturns. p. 1. — Sternbedeckungen. p. 3. — Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber. p. 5. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *M. Koller* Astronomen in Kremsmünster an den Herausgeber. p. 7. — Schreiben des Herrn Staatsraths und Ritters *v. Struve* an den Herausgeber. p. 9. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen* Directors der Seeberger Sternwarte an den Herausgeber. p. 11. — Nachricht von der Vollendung bis zum 45ten Grade der Declination, der allgemeinen, auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtung des Himmels. p. 13. — Sterne im Parallel des Mondes beobachtet auf der K. Sternwarte zu Bogenhausen im Jahre 1832, eingesandt von Herrn Dr. *Lamont* Gehülfen an der Sternwarte. p. 13. — Anzeige. p. 15.

Altona 1833. Juni 18.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 242.

Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Bewegung des *Hugen*ischen Saturns-Satelliten.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*.

Während der Periode der Sichtbarkeit des Saturns im Jahre 1832, wurden die Beobachtungen des *Hugen*ischen Satelliten, deren Anfang im J. 1830 in Nr. 193—195, und deren erste Fortsetzung im J. 1831 in Nr. 214 der Astron. Nachrichten mitgetheilt worden sind, weiter fortgesetzt. Der Absicht gemäfs, die Beobachtungen, welche jedes folgende Jahr liefert, mit den in den vorangegangenen Jahren erhaltenen zu vereinigen, um den Elementen der Bahn dieses Satelliten einen immer wachsenden Grad von Zuverlässigkeit zu geben, theile ich jetzt die zweite Fortsetzung meiner, in den zuerst angeführten Stücken der Astron. Nachrichten enthaltenen Untersuchungen mit.

Diesesmahl hat Herr Dr. *Selander* aus Upsala, dessen Anwesenheit in Königsberg ich mich gegenwärtig erfreue, die Mühe der Rechnung so vollständig übernommen, dafs er selbst die Original-Messungen reducirt und nicht nur nichts zu wünschen, sondern auch mir nichts zu thun übriggelassen hat, als die Zahlen, welche ich hier mittheilen werde, aus seinen Heften abzuschreiben.

1.

Die neue Beobachtungsreihe ist etwas zahlreicher als jede der früheren; sie hat 62 vollständige Ortsbestimmungen des Satelliten geliefert.

	M. Z.	x	y
	h ′ ″	″	″
1832 Febr. 9	10 27 33	+183,87	+11,46
	10 27 44	+184,01	+11,02
11	11 12 6	+168,84	+20,84
	11 26 57	+168,20	+20,80
13	11 5 5	+ 45,17	+17,18
	11 5 46	+ 44,90	+17,28
14	11 6 43	— 33,61	+11,47
17	11 18 42	—199,21	—13,79
	11 30 56	—199,33	—13,71
19	10 50 59	—182,47	—23,09
	11 5 17	—181,69	—23,08
20	10 23 48	—134,19	—23,12
	10 43 31	—133,58	—23,12
22	10 28 29	+ 12,61	—14,26
	10 45 29	+ 13,51	—13,94
1832 Febr. 23	11 18 54	+ 88,55	— 6,19
	11 36 27	+ 89,34	— 5,76
26	10 5 27	+193,25	+18,72
	10 24 35	+193,23	+19,15
28	10 9 50	+112,46	+22,57
	10 24 45	+111,59	+22,82
29	9 51 56	+ 41,00	+19,39
	10 7 44	+ 39,81	+19,24
März 1	10 48 39	— 40,64	+12,68
	11 5 29	— 41,82	+12,73
5	9 38 56	—205,12	—20,06
	9 55 46	—204,85	—20,18
6	9 54 23	—179,67	—24,30
	10 10 23	—179,61	—24,29
7	10 21 47	—127,60	—24,68
	10 37 28	—127,23	—24,94
10	9 29 15	+ 93,81	— 7,21
	9 45 56	+ 94,35	— 6,98
11	9 57 56	+155,18	+ 3,10
	10 9 51	+155,37	+ 2,83
13	9 40 25	+192,21	+19,44
	9 53 37	+191,51	+19,73
	10 6 50	+191,70	+19,81
15	9 23 36	+107,47	+23,96
	9 37 3	+106,47	+24,28
16	9 0 56	+ 35,33	+20,82
	9 16 17	+ 34,59	+20,69
28	9 16 59	+188,29	+12,80
	9 31 9	+188,52	+12,98
29	9 28 26	+187,98	+20,76
	9 52 35	+188,05	+20,80
30	10 7 45	+155,28	+25,29
	10 20 31	+154,74	+25,51
31	9 30 25	+ 98,82	+25,28
	9 44 41	+ 98,17	+25,48
April 12	8 46 51	+157,19	+ 2,68
	9 1 17	+157,32	+ 3,13
15	9 11 12	+150,45	+25,37
	9 30 34	+149,50	+26,06
19	9 19 4	—123,20	+ 4,98
	9 33 39	—123,75	+ 4,91
20	9 25 5	—172,23	— 5,12
	9 43 12	—172,40	— 5,45
Mai 5	9 53 43	—125,23	+ 4,24
	10 9 26	—126,12	+ 4,29
7	10 19 23	—191,77	—14,89
	10 36 23	—191,90	—15,30

Digitized by Google

Im Allgemeinen habe ich über diese zweite Fortsetzung der Beobachtungen nur zu bemerken, dafs die unmittelbaren Messungen sich nur zweimahl, und zwar bei den ersten Angaben für den 9ten und 13ten Febr., auf die Scheitelpunkte der Ring-Ellipse, in allen übrigen Fällen aber auf die in der grofsen Axe dieser Ellipse liegenden Punkte des Planetenrandes beziehen. Das durch die sehr geringe Oeffnung der Ring-Ellipse veränderte Ansehen des Planeten machte diese Abänderung der Beobachtungen vortheilhaft.

2.

Bei der ferneren, diesen, zu den früheren hinzukommenden Beobachtungen gemäfsen Verbesserung der Elemente des Satelliten, ist Herr Dr. *Selander* von der in Nr. 214 mitgetheilten Bestimmung derselben ausgegangen. Wenn, so wie früher, die Abweichung dieser Bestimmung von den Beobachtungen durch n bezeichnet, und

$$\begin{aligned} \Delta E &= 1000p \\ e\Delta P &= 1000q \\ \omega\Delta e &= 1000r \\ \Delta\Delta &= s \\ \mathit{Sin}\, i\,\Delta n &= 1000t \\ \Delta i &= 1000u \end{aligned}$$

gesetzt, also die Bedingungsgleichungen

$$0 = n + ap + bq + cr + ds + et + fu$$

angenommen werden, so sind die, sowohl aus den beiden früheren Beobachtungsreihen, als aus der neueren hervorgehenden Werthe von (nn), (an), (aa), (ab) u. s. w. die folgenden:

	I + II	III
Anzahl.....	224	124
(nn)	16,549	7,575
(an)	− 0,097	+ 0,487
(aa)	+ 48,365	+ 26,726
(ab)	+ 1,162	− 2,653
(ac)	− 22,329	+ 15,247
(ad)	+ 5,892	− 3,509
(ae)	− 18,263	− 6,537
(af)	+ 10,842	+ 2,752
(bn)	− 0,098	− 1,883
(bb)	+ 34,776	+ 9,418
(bc)	− 25 888	+ 10,627
(bd)	− 10,572	+ 0,735
(be)	+ 1,771	− 0,287
(bf)	+ 2,206	− 1,200
(cn)	− 0,109	+ 6,914
(cc)	+217,003	+129,083
(cd)	+ 2,075	− 11,852
(ce)	+ 4,700	− 3,488
(cf)	+ 0,083	+ 0,335
(dn)	− 0,065	+ 3,167
(dd)	+ 80,668	+ 42,800
(de)	+ 9,636	+ 3,436
(df)	+ 3,889	+ 0,461
(en)	− 0,130	− 0,280
(ee)	+53,405	+27,571
(ef)	− 9,962	+ 1,693
(fn)	− 0,359	+ 3,517
(ff)	+46,660	+29,137

Indem die zum Grunde gelegten Elemente dieselben sind, welche ich aus den beiden ersten Beobachtungsreihen abgeleitet habe, sollten die Werthe von (an), (bn), (cn), (dn), (en), (fn), welche sich auf diese Beobachtungsreihen beziehen, verschwinden. Dafs dieses nicht wirklich der Fall ist, rührt von einem Schreibfehler von 15′ her, welchen ich bei der ersten Beobachtung am 20sten Mai 1830, im Positionswinkel begangen habe. Die Verbesserung dieses Fehlers ändert den beobachteten Ort folgendermafsen ab:

	M. Z.	x	y
	h ′ ″	″	″
1830 May 20	10 48 29	− 180,15	− 28,66

und bringt diese, früher mehr von den Elementen abweichende Beobachtung (A. N. Nr. 193 S. 12) bis auf

$$+ 0'',03 \text{ und } - 0'',22,$$

also in sehr nahe Uebereinstimmung. Sie vermindert ferner die Summe der Quadrate der Fehler der I und II Beobachtungsreihe um 0″,384 und ergiebt die in der ersten Columne der eben mitgetheilten Tafel enthaltenen Werthe von (an), (bn) u. s. w.

Alle drei Reihen zusammengenommen, ergeben also folgendes:

Anzahl.....	348
(nn)	24,124
(an)	+ 0,390
(aa)	+ 75,091
(ab)	− 1,491
(ac)	− 7,082
(ad)	+ 2,383
(ae)	− 24,800
(af)	+ 13,594
(bn)	− 1,981
(bb)	+ 44,194
(bc)	− 15,261
(bd)	− 9,837
(be)	+ 1,484
(bf)	− 1,006
(cn)	+ 6,805
(cc)	+346,086
(cd)	− 9,777
(ce)	+ 1,212
(cf)	+ 0,418
(dn)	+ 3,102
(dd)	+123,468
(de)	+ 13,072

Digitized by Google

(df)	+ 4,860
(en)	− 0,410
(ee)	+ 80,976
(ef)	− 8,269
(fn)	+ 3,158
(ff)	+ 75,797

Hieraus folgen die, allen drei Beobachtungsreihen angemessensten Werthe der unbekannten Grösen:

p = + 0,003434; Gewicht = 65,479
q = + 0,032072; 42,568
r = − 0,018803; 338,604
s = − 0,023296; 117,733
t = + 0,005503; 70,882
u = − 0,039812; 72,949

Ferner ist die Summe der Quadrate der übrigbleibenden Fehler = 23,733 und der mittlere Fehler jeder einzelnen Vergleichung der Theorie mit der Beobachtung

$$= \sqrt{\frac{23,733}{342}} = \pm 0'',2634.$$

Die den zum Grunde gelegten Elementen (Astr. Nachr. Nr. 214. S. 385) hinzuzufügenden Verbesserungen und ihre mittleren Fehler sind daher

		Mittl. Fehler.
		"
ΔE	= + 3,43	32,55
$e\Delta P$	= +32,07	37,68
Δe	= − 0,00009116	0,00006940
$\Delta\Delta$	= − 0,023296	0,019281
$\sin i\,\Delta n$	= + 5,50	31,29
Δi	= −39,81	30,84

Endlich sind die verbesserten Elemente:

Epoche	125° 0′ 52,2
Perisaturnium	244 35 50,0
Excentricität	0,02922326
Mittlere Entfernung	176",55215
Knoten	167°39′ 16"6
Neigung	27 33 46,6

3.

Die Vergleichung dieser neuen Elemente mit der dritten Beobachtungsreihe hat Folgendes ergeben:

	Reducirte Zeit.	Berechnete x	Berechnete y	Fehler. x	Fehler. y
	h ′ "	"	"	"	"
Febr. 9	8 5 40,2	+183,96	+ 11,58	+ 0,09	+ 0,12
	8 5 52,0	+183,96	+ 11,58	− 0,05	+ 0,56
11	8 50 19,5	+168,01	+ 21,13	− 0,83	+ 0,29
	9 5 10,4	+167,60	+ 21,15	− 0,60	+ 0,35
Febr. 13	8 43 24,7	+ 44,90	+ 17,45	− 0,27	+ 0,27
	8 44 5,3	+ 44,88	+ 17,45	− 0,02	+ 0,17
14	8 45 5,2	− 33,46	+ 11,22	+ 0,15	− 0,25
17	8 57 11,0	−199,05	− 13,15	+ 0,16	+ 0,64
	9 9 24,1	−199,21	− 13,21	+ 0,12	+ 0,50
19	8 29 31,4	−182,23	− 22,62	+ 0,24	+ 0,47
	8 43 48,8	−181,86	− 22,64	− 0,17	+ 0,44
20	8 2 21,9	−134,35	− 22,98	− 0,16	+ 0,14
	8 22 5,2	−133,53	− 22,94	+ 0,05	+ 0,18
22	8 7 5,8	+ 12,59	− 14,02	− 0,02	+ 0,24
	8 24 5,8	+ 13,53	− 13,93	+ 0,02	+ 0,01
23	7 57 32,5	+ 88,46	− 5,87	− 0,08	+ 0,32
	8 15 5,0	+ 89,33	− 5,76	− 0,01	0,00
26	7 44 8,0	+193,31	+ 18,87	+ 0,06	+ 0,15
	8 3 15,4	+193,17	+ 18,94	− 0,06	− 0,21
28	7 48 31,8	+112,38	+ 22,81	− 0,08	+ 0,24
	8 3 26,6	+111,65	+ 22,79	+ 0,06	− 0,03
29	7 30 37,6	+ 40,91	+ 19,38	− 0,09	− 0,01
	7 46 26,0	+ 40,06	+ 19,32	+ 0,25	+ 0,08
März 1	8 27 21,5	− 40,90	+ 12,60	− 0,26	− 0,08
	8 44 10,8	− 41,81	+ 12,50	+ 0,01	− 0,23
5	7 17 37,1	−204,98	− 20,05	+ 0,14	+ 0,01
	7 34 26,8	−204,86	− 20,11	− 0,01	+ 0,07
6	7 33 3,0	−179,95	− 24,13	− 0,29	+ 0,17
	7 49 3,0	−179,53	− 24,16	+ 0,08	+ 0,13
7	8 0 26,8	−128,06	− 24,72	− 0,46	− 0,04
	8 16 7,5	−127,39	− 24,71	− 0,16	+ 0,23
10	7 7 51,1	+ 93,44	− 6,91	− 0,37	+ 0,30
	7 24 32,0	+ 94,25	− 6,80	− 0,10	+ 0,18
11	7 36 30,5	+154,91	+ 3,14	− 0,27	+ 0,04
	7 48 25,7	+155,31	+ 3,23	− 0,06	+ 0,39
13	7 18 56,2	+191,78	+ 19,94	− 0,43	+ 0,50
	7 32 8,6	+191,65	+ 19,99	+ 0,14	+ 0,26
	7 45 21,3	+191,53	+ 20,04	− 0,17	+ 0,23
15	7 2 3,9	+107,15	+ 24,46	− 0,32	+ 0,50
	7 15 31,2	+106,53	+ 24,45	+ 0,06	+ 0,17
16	6 39 21,8	+ 35,27	+ 21,00	− 0,06	+ 0,18
	6 54 42,6	+ 34,44	+ 20,94	− 0,15	+ 0,25
28	6 54 47,1	+188,35	+ 12,94	+ 0,06	+ 0,14
	7 8 57,8	+188,50	+ 13,03	− 0,02	+ 0,10
29	7 16 10,0	+188,11	+ 20,89	+ 0,13	+ 0,13
	7 30 19,5	+187,94	+ 20,91	− 0,11	+ 0,11
30	7 45 25,4	+155,21	+ 25,33	− 0,07	+ 0,04
	7 58 11,6	+154,79	+ 25,35	+ 0,05	− 0,16
31	7 8 1,0	+ 98,89	+ 25,57	+ 0,07	+ 0,29
	7 22 16,9	+ 98,22	+ 25,56	+ 0,05	+ 0,08
April 12	6 23 26,9	+156,96	+ 3,04	− 0,22	+ 0,36
	6 37 53,0	+157 36	+ 3,15	+ 0,04	+ 0,02
15	6 47 30,6	+149,95	+ 25,83	− 0,50	+ 0,46
	7 6 51,9	+149,31	+ 25,86	− 0,19	− 0,20
19	6 54 57,2	−123,14	+ 5,16	+ 0,06	+ 0,23
	7 9 32,1	−123,74	+ 5,06	+ 0,01	+ 0,15
20	7 0 51,5	−172,02	− 5,19	+ 0,21	− 0,07
	7 18 59,0	−172,45	− 5,32	− 0,05	+ 0,13
May 5	7 27 43,7	−125,25	+ 4,37	− 0,02	+ 0,13
	7 43 27,1	−125,86	+ 4,26	+ 0,26	− 0,03
7	7 53 8,1	−191,83	− 15,29	− 0,06	− 0,40
	8 10 8,8	−191,92	− 15,38	− 0,02	− 0,08

Digitized by Google

4.

Aus dieser Vergleichung geht hervor, dafs auch die dritte Reihe der Beobachtungen durch die Elemente sehr gut dargestellt wird; nur am 11ten Februar überschreitet der Unterschied zwischen der Beobachtung und Rechnung die gewöhnliche Gröfse, und läfst einen Fehler im Anschreiben der Beobachtungen vermuthen. Unglücklicherweise ist das Original gerade dieser Beobachtung, durch einen Zufall abhanden gekommen, weshalb nicht mehr entschieden werden kann, ob es genau gleichförmig in das Tagebuch eingetragen ist; der Verdacht eines Schreibfehlers allein, schien jedoch die Ausschliefsung einer sonst für gut gehaltenen Beobachtung nicht zu rechtfertigen, weshalb sie bei der Rechnung gleiches Recht mit den übrigen erhalten hat.

Die dritten Elemente stimmen mit den zweiten schon so nahe überein, dafs die erlangte Annäherung an die wahre Bewegung des Satelliten für sehr grofs gehalten werden mufs. Dennoch werde ich die Beobachtungen und ihre Anwendung zu weiteren Verfeinerungen der Elemente, noch fortsetzen, indem ich sie zu Grundlagen anderer Untersuchungen über das Saturns-System zu machen gedenke. Obgleich die Geringfügigkeit der den zweiten Elementen angebrachten Verbesserungen schon erwarten läfst, dafs die Uebereinstimmung der beiden ersten Beobachtungsreihen mit ihnen, sehr nahe so grofs sein wird als sie mit den früheren Elementen war, so führe ich doch an, dafs die Summe der Quadrate der Fehler jener beiden Beobachtungsreihen, durch die Verbesserungen der Elemente, nur um 0,302 gewachsen, also von 16,549 in 16,851 übergegangen ist; die dritte Reihe fügt dieser Summe nur 6,882 hinzu, erscheint also als noch besser gelungen als die früheren.

Die gefundene mittlere Entfernung des Satelliten giebt die Saturnsmasse

$$= \frac{1}{3501,6}$$

und den mittleren Fehler des Nenners dieses Bruches $= \pm 1,15$ Einheiten.

Bessel.

Nachrichten über das Verschwinden des Saturnsringes.

In Königsberg war das Wetter auch der Beobachtung der auf den 30sten April angekündigten Verschwindung des Ringes höchst ungünstig. Am 23sten April erschien die Lichtlinie an beiden Seiten des Planeten dem Verschwinden ziemlich nahe zu sein; wenigstens war sie augenfällig schwächer geworden als Tages vorher. Darauf fiel ununterbrochen trübes Wetter ein, welches erst am 30sten April erlaubte, den Saturn, bei sehr dunstigem Himmel wieder zu sehen; er erschien ohne Ring, so wie auch am 1sten May unter gleichungünstigen Umständen. Am 3ten May war der Himmel heiter, vom Ringe aber war keine Spur mehr zu sehen. — Obgleich ich vor und nach dem Verschwinden des Ringes alle Aufmerksamkeit angewandt habe, um Lichtpunkte auf demselben zu entdecken, so habe ich doch keine sehen können; ich darf hierbei jedoch nicht unbemerkt lassen, dafs die Luft stets unruhig war und keine deutliche Bilder der Gegenstände gewährte.

Bessel.

Sternbedeckungen auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1832 beobachtet.

1832	Jänner	5.	Eintritt in den dunkeln Rand des Mondes	von	ϑ Capricorni	um	23 h 58 ′ 16,72 ″	St. Z.
	Februer	10.	—— —— —— ——	—	Aldebaran		3 44 39,34	——
	——	—	Austritt aus dem lichten Rande des Mondes	—	——		4 49 37,09	——
	——	15.	Eintritt in den dunkeln Rand des Mondes	—	Regulus		16 17 53,50	——
	——	27.	—— in den lichten Rand des Mondes	—	Venus		19 56 26,26	——
	März	8.	—— dunkeln —— ——	—	75 Tauri		9 22 5,67	——
	——	9.	—— —— —— ——	—	119	—	11 36 57,75	——
	Mai	8.	Eintritt des Saturn. Berührung des I Randes				14 4 50,76	——
			II ——				14 6 10,76	——
			Volle Verschwindung des Ringes				14 6 46,26	——
			Austritt des II Saturnrandes				14 41 6,59	——
	Septbr.	4.	Eintritt in den dunkeln Rand des Mondes	von	39 Sagittar.		20 26 47,15	——
	Decbr.	31.	—— —— —— ——		(225) Ceti		4 37 22,20	——

Digitized by Google

Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1832 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR.	Anz. der Fäden.
		h ′ ″	
1832 März 9	104 m Tauri	4 57 31,39	1
	Mond I	5 6 48,85	1
	119 Tauri	5 22 21,86	5
	130 N Tauri	5 37 38,46	5
11	48 ζ Geminor.	6 54 8,67	5
	Mond I	7 12 9,85	5
	81 g Geminor.	7 36 23,86	5
	16 ζ Cancri	8 2 34,59	3
12	81 g Geminor.	7 36 23,88	5
	16 ζ Cancri	8 2 34,73	5
	Mond I	8 15 10,58	6
	62 o 1 Cancri	8 47 53,07	5
Mai 8	47 ρ Leonis	10 23 58,04	5
	Mond I	10 34 49,23	5
	63 χ Leonis	10 56 21,52	5
	(12) Leonis	11 5 18,54	6
9	63 χ Leonis	10 56 21,67	5
	(12) Leonis	11 5 18,55	5
	Mond I	11 28 31,23	5
Juni 7	29 γ 1 Virgin.	12 33 10,23	5
	Mond I	12 65 39,39	5
9	94 Virginis	13 57 25,98	5
	Mond I	14 34 27,76	5
	15 ξ 2 Librae	14 47 41,60	5
	54 Librae	— — ——	—
Sept. 4	29 r Sagittar.	18 39 43,82	6
	Mond I	18 60 10,05	5
	39 o Sagittar.	18 54 38,79	6
6	7 σ Capricor.	20 9 43,59	4
	10 π Capricor.	20 17 44,12	5
	Mond I	20 34 15,46	5

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR	Anz. der Fäden.
		h ′ ″	
1832 Oct. 1	Mond I	18 29 30,35	5
	37 ξ 2 Sagitt.	18 47 44,09	1
	39 o Sagittar.	18 54 38,26	3
2	37 ξ 2 Sagitt.	18 47 43,81	5
	39 o Sagittar.	18 54 38,35	5
	Mond I	19 22 9,58	5
	57 Sagittar.	19 42 27,51	5
3	Mond I	20 14 12,06	5
	15 υ Capricor.	20 30 30,85	5
	23 ϑ Capric.	20 56 32,00	4
16	β Geminor.	7 35 3,31	5
	Mond II	8 3 55,42	5
Nov. 2	33 ι Aquarii	21 57 23,41	5
	45 D Aquarii	22 10 1,57	3
	Mond I	22 24 21,16	4
	70 Aquarii	22 39 41,76	5
29	49 δ Capric.	21 37 47,12	6
	Mond I	22 4 10,73	5
	57 σ Aquarii	22 21 46,74	5
	70 Aquarii	22 39 41,16	5
Dec. 1	(126) Aquarii	23 26 53,91	5
	Mond I	23 40 21,54	5
	(4) Ceti	23 59 10,10	5
	— seq.	23 59 38,03	3
	(60) Ceti	0 15 57,05	5
31	89 f Piscium	1 9 10,43	3
	98 μ Piscium	1 21 25,81	5
	(123) Piscium	1 27 18,31	5
	Mond I	1 44 58,50	5
	(225) Ceti	1 51 69,35	3

Schreiben des Herrn *Hendersons* Directors der Sternwarte auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung an den Herausgeber.

Observatory. Cape of Good Hope 1833. March 18.

I take the liberty of inclosing some Astronomical Observations which I made at Edinburgh in the beginning of 1831, They should have been sent sooner, but were delayed by circumstances connected with my departure from England.

Since my arrival at this Observatory about twelve months age, we have been assiduously employed in observing the positions of 170 principal Stars in both Hemispheres. Little progress has yet been made in the computations, but so far as they have been made they seem to indicate that the Declinations observed here agree better with those of Mr. *Bessel*, than with those of Mr. *Pond* or Dr. *Brinkley*.

Digitized by Google

I first observed *Encke's* Comet on the 2d June last, and betwixt that day and the 28th of June obtained observations of it on nine different nights. It then disappeared. It was very faint — much fainter than at its appearance in 1828 — consequently invisible to the naked eye, — although M. *Encke* expected the contrary. I have sent the Observations to be communicated to the Royal Astronomical Society of London. The following is a comparison of the observed positions with those given in Nr. 210 of the Astr. Nachr

	Mean Correction of Ephemeris	
	A. R.	Declination.
	′	′
June 2 — June 8	— 0,4	+ 0,7
June 23 — June 28	+ 5,2	— 0,7

The Comet of 6,7 years was observed here on November 18, 22, 23, and 27, December 26 and 31 and January 1, 2 and 3. It then became invisible in the Moonlight — and after the Moon was gone, it could not be seen. The observations will be sent in a few days to the Astronomical Society. Both Comets were observed with a Circular Micrometer applied to an Achromatic Telescope 45 inches in focal length and 3⅞ inches aperture.

I make the Latitude of this Observatory 33° 56′ 3″ South. Its Longitude computed from Mr. *Fallows* observations of Moon Culminating Stars, compared with those made in Europe is 1h 13m 56s East of Greenwich. I estimate the Observatory to be 13 seconds of time East of Cape Town — so that this determination of the Longitude agrees almost precisely with that of M. *Encke* in his Treatise on the Transit of Venus in 1761.

T. Henderson.

Astronomical Observations made at the Observatory on the Calton Hill Edinburgh.

Continued from Astronomische Nachrichten Nr. 196.

Observed Transits of the Moon and Stars nearly in her parallel over the Meridian.

Date 1831.		Nr. of Wires.	True Sidereal Time. h m s	Correction of Berlin Ephemeris. s
February 18	Moon I Limb	5	3 4 27,89	— 0,40
	f Tauri	4	3 21 33,06	
	a ——	4	3 39 0,58	
	λ ——	4	3 51 19,47	
22	ζ Geminorum	5	6 54 5,69	
	Moon I Limb	5	7 6 0,54	— 1,24
	λ Geminorum	4	7 8 23,28	
	74 f ——	5	7 29 43,37	
	3 Cancri a	5	7 51 6,58	
23	g Geminorum	3	7 36 20,95	
	ζ Cancri	2	8 2 31,78	
	Moon I Limb	3	8 5 56,75	— 0,99
March 23	Moon I Limb	5	8 45 0,04	— 0,80
27	(50) Leonis	5	11 14 40,22	
	(77) ——	5	11 19 17,13	
	91 ν ——	5	11 28 19,27	
	β Virginis	5	11 41 55,05	

Date 1831.		Nr. of Wires.	True Sidereal Time. h m s	Correction of Berlin Ephemeris. s
March 27	Moon I Limb	5	12 12 59,05	— 0,12
	γ Virginis *)	5	12 33 7,55	
	δ ——	5	12 47 7,09	
April 18	Moon I Limb	5	7 29 0,38	— 0,15
19	Moon I Limb	5	8 27 59,73	— 0,20
May 18	Moon I Limb	5	10 0 40,99	+ 0,01
19	Moon I Limb	5	10 52 45,66	— 0,02
25	a² Librae (faint)	5	15 13 39,02	
	ζ² ——	5	15 21 11,16	
	γ ——	5	15 26 7,08	
	Moon I Limb	5	15 40 45,95	— 0,07

Mean Correction = — 0,40
or — 6″,0 of arc.

*) γ Virginis was not seen double.

Digitized by Google

Observed Transits of Saturn over the Meridian.

Date 1831.	True Sidereal time. h m s	Correction of Berlin Ephemeris. s
March 5	10 0 2,87	— 0,37
7	9 58 53,65	+ 0,10
9	9 58 19,88	— 0,20
14	9 56 59,36	— 0,27
15	9 56 43,73	— 0,45
17	9 56 13,75	— 0,29
23	9 54 49,67	— 0,50
28	9 53 48,31	— 0,27
April 4	9 52 36,18	— 0,29
12	9 51 35,69	— 0,38
15	9 51 19,44	— 0,45
17	9 51 10,65	— 0,46
18	9 51 6,63	— 0,70
19	9 51 3,45	— 0,51
March 23	Mean Correction	— 0,36

These observations were made by Mr. *Henderson* with *Troughtons* portable Transit Instrument of 30 inches focal length and 2 inches aperture. The true Sidereal times depend upon the Right Ascensions of the fundamental Stars contained in the Berlin Ephemeris. Twenty six observations made this year (1831) of the Sun's meridian passage indicate that the Transit Instrument gives the time of the Sun's diameter passing the Meridian greater by $0^s,26$ than the quantity stated in the Berlin Ephemeris, the probable error of this determination being $0^s,014$.

On April 15, 1831. Mr. *Henderson* observed the immersion of Aldebaran behind the Moon's dark limb, with the four feet Telescope of *Troughtons* Altitude and Azimuth Circle. The true sidereal time of immersion was $6^h\,9^m\,6^s,6$.

Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber.

Genf 1833. Mai 26.

Je ne puis vous envoyer de cette ville-ci, que les elemens elliptiques de la comète de 6, 7 ans déduits de mes seules observations dans sa dernière apparition, depuis le 19 Octobre que je pus la reconnoitre la première fois, jusqu'au 31 Déc. où je l'ai vue pour la dernière: n'ayant pu toutefois l'observer que six fois dans cet intervalle, à cause de son grand affoiblissement, quoique l'ayant apperçue cependant dix fois en tout. Les données elliptiques ont été déduites d'après les perturbations de Mr. *Damoiseau*, et une acceleration de 20^h dans la période, admise comme produite par la résistance de l'Ether. toutefois les perturbations de Venus négligées diminueroient cette quantité de 2^h et celles d'Uranus l'augmenteroient au contraire d'un quart d'heure

1832. Passage au Perihélie Nov. $26^j,651$ T. M. été de minuit à Nimes

Long. Perihélie.....110° 4′
☊.....248 17
Inclin..... 13 15
Excentricité.....0,7513258
½ gr. axe.....3,53577

B. Valz.

Mondsterne beobachtet mit dem 4füfsigen *Schröders*chen Mittagsfernrohr auf der Prager Sternwarte 1833.

Monatstag.	Sterne, Mond.	I ′ ″	Mittelfaden. h ′ ″	III. ′ ″	Mond v. Stern. ′ ″
29 März	56 q Gem.	11 36,3	7 12 7	12 38	9 30
	Mond	21 5,8	7 21 37	22 8,5	
	85 l Gem.	45 25,3	7 45 56,3	46 27,3	24 19½
	42 Cancri	10 6,8	8 10 37,8	11 8,8	49 0½
31 März	63 q Cancr.	9 9,1	9 9 39,1	10 9,1	17 48½
	Mond	26 56,6	9 27 27,6	27 58,6	
	y Leonis	57 43,9	9 58 13,9	58 43,9	30 46½
	37 Leonis	7 13,6	10 7 43½	8 13,1	40 15,6
	42 Leonis	12 21,6	10 12 51,6	13 21,6	45 24
1 April.	x Leonis	58 59,5	9 59 29	59 58,5	28 50
	37 Leonis	7 13	10 7 43	8 13	20 36
	Mond	27 49	10 28 19	28 49	

Monatstag.	Sterne, Mond	I ′ ″	Mittelfaden. h ′ ″	III ′ ″	Mond von Stern. ′ ″
1 May	y Virgin.	32 44,3	12 33 13	33 41,8	22 4½
	Mond	54 47,8	12 55 17,3	55 46,8	
	ζ Virg.	25 43,8	13 26 12,3	26 40,8	30 55
	1ª Virg.	26 22,8	13 26 51,8	27 20,8	31 34½
3 May	98 x Virg.	3 31	14 4 0	4 29	39 59,5
	λ Virg.	9 35,8	14 10 5,3	10 34,8	33 54,2
	Librae	13 58,3	14 14 27,3	14 56,3	29 32,2
	d Librae	51 35,0	14 52 4	52 33,0	8 4,5
	Mond	43 29,5	14 43 59,5	44 29,5	

Digitized by Google

1833 Jupiterstrabanten-Verfinsterungen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Prager Sternwarte mit dem Fernrohr des 3füfsigen Meridiankreises, Oeffnung 4 Wiener Zoll.

		Mittl. Zeit. h ′ ″	
3 Januar.	Austritt des I	6 18 26,3	Streifen deutlich.
10 Januar.	—— ——	8 14 39	Streifen undeutlich.

				h ′ ″		
4 Januar.	χ Orion	Eintr. dunk. R.		1 44 51,2	m. Zt.	plötzl.
27 März.	125 Tauri	——	——	6 56 4	——	——
31 März.	8 Leonis	——	——	7 54 52½	——	——
22 April.	δ^2 Tauri	——	——	7 30 52	——	——

David.

Notizen.

Herr Gebeimerath *v. Pastorff* hat mich ersucht bekannt zu machen, dafs er schon oft die Erscheinung eines kleinen abgerundeten Sonnenflecks beobachtet hat, von dem es ihm fast wahrscheinlich ist, da dieser Fleck immer in sehr kurzer Zeit verschwindet, dafs es ein um die Sonne sich bewegender Körper seyn könne.

Er hat euch die Güte gehabt mir folgende Bemerkung seines Herrn Sohnes mitzutheilen. S.

Von einem Trabanten, wie Herr *Schenk* gesehen zu haben behauptet, ist von mir euch nicht eine Spur wahrgenommen worden, obwohl ich mit gröfster Anstrengung danach suchte. Die aufser dem Mercur gesehenen Flecke waren gewöhnliche Sonnenflecke, und wie mein Vater schon bemerkt, zeigte ihre Vergleichung mit der Mercurscheibe, dafs die Sonnenflecke nicht eigentlich schwarz sind, sondern eine lichtere Färbung haben.

C. J. G. Pastorff.

Anzeige.

Bei dem Anfange des 11ten Bandes der astronomischer Nachrichten, ersuche ich die bisherigen Herren Theilnehmer, falls Sie diese Nachrichten fortzusetzen wünschen, Ihre Bestellungen baldmöglichst zu machen, indem ohne ausdrückliche Bestellung, und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird.

Man pränumerirt mit 8 mk Hamburger Courant oder einem holländischen Ducaten, und von diesem Preise wird euch den Postämtern und Buchhandlungen für diesen und die folgenden Bände kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, von dem Augenblicke an, dafs das erste Stück des 11ten Bandes erschienen ist, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

De sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden, als bestellt sind, so kann ein Band der schon geschlossen ist, nicht unter 12 mk Hemb. Cour. oder 1½ Holl. Ducaten verkauft werden.

Die einzige Ausnahme ist wenn ein neuer Theilnehmer alle schon geschlossenen Bände vom 3ten (inclusive) an auf einmal nimmt. In diesem Falle wird er als ein Theilnehmer von Anfang an betrachtet, und erhält gleichfalls jeden Band zu 8 mk. Die beiden ersten Bände sind ausgeschlossen, weil der erste Band ganz vergriffen ist, und nicht mehr geliefert werden kann, und vom 2ten Bande nur 5 bis 6 Exemplare jetzt vorhanden sind, so dafs er in ganz kurzer Zeit gleichfalls vergriffen seyn wird. Einzelne Nummern sind aus beiden Bänden noch zu bekommen.

Um von verschiedenen Seiten an mich gemachten Anforderungen zu entsprechen, werde ich diesen Nachrichten von Zeit zu Zeit Intelligenzblätter beilegen, welche Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. für 2 ggr. die Zeile aufnehmen.

Ich bemerke noch schliefslich, dafs durch die Gefälligkeit des Hamburgischen Fürstlich Thurn und Taxischen Ober-Postamts früher stattgefundene Schwierigkeiten beseitigt sind, und man jetzt die Astr. Nachrichten nicht allein, wie immer, bei den Königl. Preufs. Posten, sondern auch bei den Fürstl. Thurn und Taxischen Posten bestellen kann. S.

Inhalt.

Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Bewegung des *Hugens*ischen Saturns-Satelliten. Von Herrn Gebeimenrath und Ritter *Bessel*. p. 17.
Nachrichten über das Verschwinden des Saturnsringes. p. 23.
Sternbedeckungen und Mondsterne auf der Crecauer Sternwarte im Jahre 1832 beobachtet. p. 23. 25.
Schreiben des Herrn *Hendersons* Directors der Sternwarte auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung an den Herausgeber. p. 25.
Astronomical Observations made at the Observatory on the Calton Hill Edinburgh. p. 27.
Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber. p. 29.
Mondsterne beobachtet auf der Prager Sternwarte. p. 29.
Jupiterstrabanten-Verfinsterungen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Prager Sternwarte. p. 31.
Notizen, Anzeige. p. 31.

Altona 1833. Juli 9.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 243.

Bericht über den Fortgang des Unternehmens der akademischen Sternkarten.

Seitdem im Jahre 1825 (Astron. Nachr. Bd. IV. 297.) der Entwurf zu einer Herausgabe neuer Himmelskarten bekannt gemacht ward, hat die von der Akademie der Wissenschaften zu Berlin zur Leitung des Unternehmens niedergesetzte Commission, bestehend aus dem auswärtigen Mitgliede der Akademie, Professor *Bessel*, und den in Berlin wohnhaften Mitgliedern, *Ideler*, *Oltmans*, *Encke* und *Dirksen* keine weitere Nachricht über den Fortgang desselben in dieser Zeitschrift gegeben. Sie hält es jetzt für ihre Pflicht dem astronomischen Publikum einen kurzen Bericht über den Stand dieser Angelegenheit vorzulegen.

Der ursprüngliche Plan ging darauf hinaus, alle von *Bradley* und *Piazzi* in ihren Verzeichnissen aufgeführten, so wie die von *Lalande* in der Histoire céleste und von *Bessel* in seinen Zonen beobachteten Sterne sämmtlich auf 1800 reducirt nach ihrem Orte und ihrer Gröfse möglichst genau in einer Zeichnung niederzulegen und diese dann als Grundlage zu benutzen, um vermittelst ihrer, alle übrigen Sterne bis zur 9—10ten und 10ten Gröfse, so weit sie nämlich in einem *Fraunhofer*schen Cometensucher sichtbar sind, entweder nach dem blofsen Augenmaafse oder durch einfache Hülfsmittel, welche die relative Lage etwas sicherer bestimmen, in die Karte einzutragen. Die beobachteten Sterne waren durch zweckmäfsige Zeichen unterschieden von den so nach Schätzung eingetragenen. Für das erste ward die Ausdehnung der Karte auf den Raum von — 15° bis + 15° in der Deklination eingeschränkt. Zur Uebernahme einzelner Stunden, für deren jede die Akademie einen Preis ausgesetzt hatte, wurden die Astronomen des In- und Auslandes aufgefordert.

Nicht als wesentliche Bedingung, doch als eine sehr wünschenswerthe Zugabe, sollte dabei die Uebersendung des auf 1800 reducirten Katalogs der beobachteten Sterne angesehen werden. In der That giebt ein solcher, den doch jeder Theilnehmer für seine Zeichnung sich gemacht haben mufs, das bequemste Mittel Irthümer der Zeichnung, oder so kleine Gröfsen, welche die Zeichnung nicht erkennen läfst, zu ermitteln, so wie er auch zur Kenntnifs der eigenen Bewegung und anderer merkwürdigen Eigenschaften am leichtesten führt.

Die Aufforderung erfreute sich im Anfange eines sehr glücklichen Erfolgs. Den eingegangenen Meldungen zufolge vertheilte die Commission alle 24 Stunden unter folgende Theilnehmer:

Stunde	0h	Herr Professor *Struve* in Dorpat.
	1	– Hauptmann *Caroc* in Copenhagen.
	2	– Professor *Hallaschka* in Prag.
	3	– Doktor *Morstadt* in Prag.
	4	– Professor *Knorre* in Nicolajeff.
	5	– *von Steinheil* in München.
	6	– Inspektor *Lohrmann* in Dresden.
	7	– Hauptmann *Nehus* in Altona.
	8	– Professor *Schwerd* in Speier.
	9	– Regierungssekretair *Klinghammer* in Rudolstadt.
	10	– Professor *Göbel* in Coburg.
	11	– Adjunkt *Clausen* in Altona.
	12	– *von Steinheil* in München.
	13	– *Nicollet* in Paris, Adj. du Bureau des longitudes.
	14	– *Thomas Hussey* in England.
	15	– Professor *Harding* in Göttingen.
	16	– Professor *Gerling* in Marburg.
	17	– Hauptmann *von Biela* in Prag.
	18	– Professor *Inghirami* in Florenz und zugleich unabhängig von demselben
		– *Capocci*, Adjunkt der Sternwarte von Neapel.
	19	hatte Herr Professor *Bessel* die Güte sich zur gelegentlichen Untersuchung vorbehalten zu wollen.
	20	Herr Oberlehrer *Strehlke* in Danzig.
	21	– Professor *Rosenberger* in Halle.
	22	– Professor *Argelander* in Åbo.
	23	– *Bouvard* in Paris, Membre du Bureau des longitudes.

Mit Ausnahme der Herren *Bouvard* und *Nicollet*, von denen die Commission keine Nachricht erhielt, erklärten sich die andern Herrn Theilnehmer mit der Jeden besonders betreffenden Wahl der Stunde einverstanden. Nur äufserten die meisten von ihnen die Besorgnifs, dafs es ihnen nicht möglich seyn würde, den in der Bekanntmachung angesetzten ersten Termin von 2 Jahren einhalten zu können.

In der That wer euch der Commission die Schwierigkeit nicht entgangen sowohl das ganze Unternehmen durchzuführen und folglich eine ausgedehnte Arbeit durch so viele verschiedene unabhängig von einander das Ziel verfolgende Theilnehmer zu einem Ganzen zu vereinigen, als euch besonders einen Zeitpunkt der Beendigung bei einer Arbeit zu bestimmen, mit deren eigentlichen Umfang, bis auf einen Theilnehmer, alle übrigen unbekannt waren. Sie sah deswegen gleich anfangs diesen Termin nur als vorläufig an, und behielt sich vor bei dem Fortschreiten des Unternehmens sich bestimmter darüber auszusprechen.

Die Herren *Inghirami* und *Harding* sandten ihre Blätter zuerst ein, welche sofort zum Stiche besorgt, und mit dem Cataloge in der Form versehen, wodurch Kürze und Zweckmäfsigkeit vereinigt zu werden schien, schon längere Zeit in den Buchhandel gegeben wurden.

Später erfolgten auf gleiche Weise ausgestattet die Blätter von Herrn *Göbel*, *Hussey* und *Capocci*. Da Herr *Hussey* auf den ausgesetzten Preis verzichtete, so hielt die Akademie es für angemessen, ihm die vollständige Sammlung ihrer neuen Abhandlungen seit dem Jahre 1816 in passendem Einbande und mit einer dankenden Inschrift versehen zu übersenden.

Schon vor 2½ Jahren hat Herr Professor *Schwerd* sein Blatt eingesendet. Die Commission räumt gerne ein, dafs die Herausgabe desselben, da sie bis jetzt noch nicht erfolgt ist, eine für Herrn Professor *Schwerd* unangenehme Verzögerung erlitten hat. Allein sie glaubt zu ihrer Entschuldigung anführen zu müssen, dafs bei diesem Blatte allein unter allen der Catalog fehlte. Der Wunsch einen solchen hinzuzufügen, und die Ueberhäufung mit Rechnungen aller Art, sowohl für astronomische Werke überhaupt, als für die übrigen Cataloge von denen keiner die im Drucke gewählte Form hatte, sondern alle entweder die vollständige Nachtragung der Praecession und ihrer Secular-Aenderung, oder auch selbst die Zusammenstellung der Sterne aus den verschiedenen Zonen und Beobachtungsabenden erforderten, hat bis jetzt die Herausgabe aufgehalten. Da aber der Stich dieser Karte schon längere Zeit fertig ist, und der Catalog durch Herrn *Wolfers* ebenfalls berechnet und in diesem Augenblicke soweit gedruckt ist, dafs der letzte Bogen in der Correktur sich befindet, so wird diese Karte verbunden mit der Karte und dem Cataloge des Herrn Professors *Argelander* in Åbo, welche derselbe im vorigen Jahre einsandte, in den nächsten Wochen gewifs ausgegeben werden.

Aufser der Bemerkung, dafs einige Zeichnungen und Rechnungen nach angestellter Prüfung nicht als dem Plane entsprechend befunden wurden, und den Herrn Einsendern mit dem Ersuchen zurückgegeben, das Fehlende nachtragen zu wollen, darf noch nicht unerwähnt bleiben, dafs die durch den unerwarteten Tod des Herrn Hauptmann *von Caroc* entstandene Lücke durch Herrn *Olufsen* ergänzt worden ist, so wie dafs unter mehreren zu einem zweiten Blatte sich erbietenden Theilnehmern, die Commission zwei Blätter über welche sie frey disponiren konnte, nämlich die Stunde V. früher von Herrn *von Steinheil* übernommen, später aber zur Disposition der Commission gestellt, an Herrn Professor *Argelander*, und die Stunde XXIII früher an Herrn *Bouvard* verhalt, dem Herrn Professor *Harding* zur gefälligen Bearbeitung gegeben hat.

Gegen die Mitte von 1831 also sechs Jahre nach der Bekanntmachung des ersten Entwurfs schien es der Commission von Werth eine reine Uebersicht des eigentlichen Standes dieser Angelegenheit zu gewinnen. Sie konnte allerdings voraussetzen, dafs in dieser Zeit Jeder der Herren Theilnehmer hinlänglich mit dem Umfange seiner Arbeit vertraut sey, und dafs wenn bei Einem oder dem Andern die Arbeit in 6 Jahren nicht merklich vorgeschritten sey, eine Vollendung schwerlich sich hoffen lasse. Sie benutzte deswegen die Gelegenheit der Versendung der zuletzt fertig gewordenen Blätter um Jeden der Herren Theilnehmer, welcher noch nicht sein Blatt eingeliefert, aufzufordern sich bestimmt zu erklären, ob er bis zu Ende von 1833 die versprochene Zeichnung abzugeben sich anheischig machen könnte. Das Resultat dieser Anfragen wollte die Commission in den Astronom. Nachrichten bekannt machen.

Leider fiel die Versendung zusammen mit dem Ausbruche der Cholera, in Berlin wodurch der Abgang der Pakete und selbst der Briefe so verzögert ward, dafs es rathsam schien, längere Zeit als ursprünglich festgesetzt war zu warten auf das Ergebnifs der verschiedenen Antworten und die festgesetzte Bekanntmachung ihres Resultats.

Digitized by Google

Aufserdem aber wünschte Herr Professor *Bessel* besonders, dafs sowohl dieser Ursache wegen, als auch wegen der ihm sicher gemachten Hofnung, dafs noch im Laufe des verflossenen Jahres wenigstens ein Blatt eingehen würde, der öffentliche Bericht noch aufgeschoben werde. Diese Hofnung ist auch mehr als erwartet ward in Erfüllung gegangen, da noch vor Ende des verflossenen Jahres Herr Prof. *Harding* (dem übrigens, wie es sich verstand, keine Aufforderung zugegangen war) sein zweites Blatt nebst Catalog einsandte, und in der Mitte des letzten Februars die Stunde XII von Herrn v. *Steinheil* durch Herrn Professor *Bessel* hieher einging. Beide Blätter werden sogleich zur Herausgabe vorbereitet werden.

Die folgende Uebersicht zeigt wie jetzt die Sache steht.

Fertig und ausgegeben sind 4 Blätter, nämlich die Stunden X, XIV, XV, XVIII (letztere doppelt) von den Herren *Göbel*, *Hussey*, *Harding*, *Inghirami* und *Capocci*.

Fertig und in einigen Wochen gewifs im Buchhandel sind 2 Blätter, nämlich die Stunden VIII und XXII von den Herren *Schwerd* und *Argelander*.

Eingegangen, so dafs der Stich und Druck ohne weitere Schwierigkeit vorgenommen werden kann sind 2 Blätter, nämlich die Stunden XII und XXIII von den Herren von *Steinheil* und *Harding*.

Fest versprochen ist die Ablieferung zu Ende des Jahres 1833 bei 5 Stunden, nämlich 0, I, II, III und XXI, von den Herren *Struve*, *Ohlsen*, *Hallaschka*, *Morstadt* und *Rosenberger*.

Versprochen ist die Vollendung als nicht zu der bestimmten Zeit bei 3 Stunden, nämlich IV, VI und XVI, von den Herren *Knorre*, *Lohrmann* und *Gerling*.

Von diesen 17 Stunden läfst sich folglich eine nicht zu lange Zeit aufgeschobene Vollendung hoffen, nämlich aufser den bisher erwähnten 16 Stunden noch von der Hora V, welche Herr *Argelander* als zweites Blatt übernommen hat.

Berlin im Mai 1833.

Aufserdem hat Herr Professor *Bessel* zwar erklärt, dafs unvermeidliche Arbeiten anderer Art die Vollendung der von ihm begonnenen Hora XIX so weit hinausschieben, dafs er sie nicht mehr für ganz sicher hält, doch wünscht er, dafs bei einer etwanigen neuen Vertheilung dieses Blatt erst dann, wenn die übrigen Lücken alle ausgefüllt sind, einem Andern zugetheilt werde.

Dagegen ist keine Antwort eingegangen oder eine entschieden ablehnende von den Herren, welche die 6 Stunden zugetheilt erhalten hatten VII, IX, XI, XIII, XVII, XIX, nämlich von Herren *Nehus*, *Klinghammer*, *Claussen*, *Nicollet*, *von Biela*, *Strehlke*. Die Commission bemerkt indessen, dafs Herr *Claussen* seine fast ganz beendigten Rechnungen zur beliebigen Benutzung für den künftigen Bearbeiter seiner Stunde eingesandt hat, nur wünscht er sie später zurük zu erhalten.

Bei der Nähe des Termins bis zu welchem mehrere der Herren Theilnehmer die Einsendung ihrer Arbeiten versprochen haben, scheint es der Commission für jetzt am angemessensten, bis zu dem Ende von 1833 noch zu warten, um dann zu übersehen was noch zu besetzen übrig bleibt, und zu künftiger Theilnahme die Herren Astronomen aufzufordern. Im Voraus glaubt sie indessen darauf aufmerksam machen zu müssen, dafs der Catalog, in der Form des bisher gedruckten, als nothwendige Bedingung dabei betrachtet werden wird, da die bisherige Erfahrung sowohl überhaupt für einen solchen spricht, als auch die Beobachtung der gewählten Form künftigen Verzögerungen, wie sie jetzt aus der Berechnung am hiesigen Orte entstanden sind, am besten vorbeugt.

Da der dritte Theil des Unternehmens schon beendigt ist, und von dem zweiten Drittheil sich in nicht zu langer Zeit ebenfalls die Beendigung mit Grund hoffen läfst, so erwartet die Commission mit Zuversicht, dafs der vollständigen Vereinigung aller 24 Blätter zu einem Ganzen, sich keine Schwierigkeiten für die Zukunft in den Weg stellen werden. Sie rechnet dabei mit Sicherheit auf die Mitwirkung der Herren Astronomen, und wird wie bisher fortfahren, so viel an ihr liegt zur Förderung des Unternehmens beizutragen.

Die Commission für die academischen Sternkarten.

Digitized by Google

Posizioni della Cometa di *Biela* osservata nei seguenti giorni all' Osservatorio

Giorni dell' Osservazioni 1832.	Stella di confronto.	Num. delle Osserv.	Tempo medio dall' Osservazione.	Posizione della Cometa dell' osservazione Asc. retta.	Declinazione.
			or m s	or m s	° ′ ″
31 Ottobre	31 a Leone	2	15 50 32,5	9 58 12,6	10 45 37 B.
19 Novembre	6.7ª *La Lande* 11ª. p. 253. C. d. t. A. X	2	17 34 57,1	11 35 51,7	7 15 56 A.
20 Novembre	θ Jazza	3	17 26 12,7	11 40 15,6	8 1 52
22 Novembre	6ª *La Lande* 32ª p. 253. C. d. t. A. X	4	17 17 39,8	11 48 53,5	9 31 32
23 Novembre	(*)	4	17 23 24,5	11 53 9,6	10 15 0
30 Novembre	η Corvo	4	17 21 14,6	12 21 42,5	14 49 5
4 Dicembre	7ª *La Lande* 17ª p. 466. C. d. t. A. VIII	2	17 52 10,4	12 37 11,6	17 4 10
5 Dicembre	Stella precedente	3	17 46 46,2	12 40 53,9	17 35 31
23 Dicembre	g Idra	3	17 46 57,1	13 42 57,8	24 58 21
25 Dicembre	6.7ª *La Lande* 31ª p. 298. C. d. t. A. XIII	4	17 58 22,4	13 49 11,5	25 34 36
27 Dicembre	π Idra	3	17 45 14,4	13 55 17,7	26 9 50

(*) Nell osservazione fatta dal Sign. *Herschel* nella rette del 4 al 5 di Novembre a 8h siderea Decl. B. 7°36′34″. Le efemeridi del Sig. *Henderson* calcolate dagli elementi del Sig. *Damoiseau*

Schreiben des Herrn *Hendersons* Directors der Sternwarte auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung an den Herausgeber.

Observatory. Cape of Good Hope 1833. April 2.

Sir,

I have just received Nr. 232 of the Astron. Nachrichten, and I am glad to find that *Encke's* Comet was observed by M. *Mossotti* at Buenos Ayres. His first observation on June 2d (Civil reckoning) is a day earlier than mine. I believe that it might have been seen and observed here both on the 1st and 2d of June, but on the first of these days I was confined by sickness, and on the second the weather was bad. On the morning of May 31st I looked for the Comet ineffectually, it was not sufficiently disengaged of the Twilight.

The Star with which M. *Mossotti* compared the Comet on June 6 is one of those with which I compared it on the same day. I also estimated it of the 8th Magnitude; and its apparent position for that day, as subsequently determined by the Meridian Instruments is A. R. 3h 28m 37s,2, Declination — 19° 6′ 34″. I believe it was not observed before.

The Star with which M. *Mosotti* compared the Star on the 2d must be the one which he supposes. It is Nr. 225 of the Constellation Eridanus in *Bodes* Catalogue and is in *Bessels* Zone 27t.

M. *Mosottis* Clock has been regulated to Mean Solar time reckoned from midnight. But the equation and rate stated by him must be applied.

T. Henderson.

Digitized by Google

delle Scuole Pie, e confronto delle medesime con quelle delle efemeridi.

Posizione della Cometa dagli elem. del Prof. *Santini* Asc. retta.	Declinazione.	Differenze con l'osserv. in Asc. retta	in Decl.	Posizione della Cometa dagli elem. del Sig. *Damoiseau* Asc. retta.	Declinazione.	Differenze con l'osserv. in Asc. retta.	in Decl.
or m s	° ′ ″	m s	′ ″	or m s	° ′ ″	m s	′ ″
10 4 52,0	9 14 6 B.	+ 6 39,4	— 91 31	9 54 54,0	11 29 48 B.	— 3 18,6	+ 44 11
11 39 33,2	7 48 6 A.	+ 3 41,5	— 32 10	11 34 13,2	7 0 36	— 1 38,5	(°) + 15 20
11 43 52,2	8 32 12	+ 3 36,6	— 30 20	11 38 40,4	7 48 24	— 1 35,2	+ 13 28
11 52 22,4	9 56 30	+ 3 28,9	— 24 58	11 47 19,6	9 18 30	— 1 33,9	+ 13 2
11 56 38,4	10 38 54	+ 3 28,8	— 23 54	11 51 41,2	10 4 0	— 1 28,4	+ 11 0
12 24 39,2	14 58 48	+ 2 56,7	— 9 43	12 20 25,2	14 42 54	— 1 17,3	+ 6 11
12 39 54,8	17 8 48	+ 2 43,2	— 4 38	12 35 59,6	17 1 12	— 1 12,0	+ 2 58
12 42 37,2	17 39 36	+ 1 43,3	— 4 5	12 39 46,8	17 34 6	— 1 7,1	+ 1 25
13 45 3,2	24 47 0	+ 2 5,4	+ 11 21	13 41 59,2	25 2 2	— 0 58,6	— 3 41
13 51 11,2	25 23 24	+ 1 59,7	+ 11 12	13 48 18,4	25 39 42	— 0 53,1	— 5 6
13 56 42,0	25 56 24	+ 1 24,3	+ 13 26	13 54 28,8	26 14 0	— 0 48,9	— 4 10

(4 Nov. 17or47′ t. m. a Firenze) egli ne determinò la posizione approssimata seguente AR. 10or 15m 34s davanu per l'ora medesime AR. 10or 12m 30s, Decl. B. + 8°7′ colle differenze di —3m 4s, e di + 30′ 26″.

Inghirami

Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber.

Nimes 1833. Juni 22.

D'après l'appel fait par Mr. *Bessel* aux observateurs des phases de l'anneau de Saturne, je m'empresse de vous transmettre en détail les diverses remarques que j'ai été à portée de faire à ce sujet, avec mes foibles moyens d'observations. Je n'ai pu suivre celles de 1832, parceque les changemens de combinaison, que j'aurois été obligé d'operer à la lunette, qui me servoit pour la comète périodique étoient trop considérables pour les éxécuter aussi souvent qu'il auroit fallu. Cependant dans les premiers jours de Décembre m'étant procuré un télescope de reflexion, je ne pus distinguer aucun vestige d'anneau, mais l'effet de vision obtenu ne me paraissant pas assez satisfaisant, ni le résultat décisif, je ne m'en servis pas davantage. Je commençai à suivre Saturne assiduement chaque jour, le 19 Avril dernier avec ma Lunette de *Dollond* de 3½ pouces d'ouverture, et amplifications 80 et 150 fois. Ce jour-là le 6e Satellite se voyoit un peu au-delà de l'extremité de l'anse droite ou orientale. Le lendemain il avoit passé, au-delà de l'anse occidentale, et les jours suivans il s'en éloigna de plus en plus jusqu'au 23, qu'il se trouvoit vers la plus grande digression. L'anneau alloit toujours en s'affaiblissant, cependant je le distinguois encore assez bien ce jour-là avec la grossissement de 80, mais non avec celui de 150, ainsi que celà avoit eu lieu aussi les jours précédens; au contraire l'ombre de l'anneau se reconnoissoit mieux avec ce dernier. Je n'ai pu remarquer ni points lumineux, ni variations dans les anses, mais seulement que l'annean ne paroissoit pas partager également le disque de la planète. La difference de grandeur des deux hémisphères étoit fort rémarquable, et le boréal bien plus considérable que l'austral. Le centre de gravité seroit donc loin de concourir avec celui de figure, et il en résulteroit qu'il n'y auroit pas homogénité entre les deux hemiphères, qu'au contraire leur densité devroit être fort différente, ce que je ne crois pas qu'on eut remarqué. Le 24 Avril fut malheureuse-

Digitized by Google

ment couvert, et le 25 un grand vent ne me permit de reconnoître aucune apparence positive d'anneau, et j'en eus seulement quelques legers soupçons sur lesquels, on ne sauroit compter. 26 et 27 ciel couvert. Le 28 le ciel quoique un peu voilé, laissoit cependant appercevoir Saturne sans trace d'anneau. Le 6e Satellite étoit revenu à le même place que le 19. Le 29 et jours suivans beau tems, et Saturne entièrement dépouillé d'aucun appendice.

Pour la réapparition de l'anneau je fus aux aguets dès le commencement de Juin. Du 8 au 14 je n'ai pu distinguer chaque soir aucun vestige des anses ni points lumineux particuliers: mais le dernier jour, je ne pus voir Saturne qu'à 10½ heures à cause des nuages. Le 15 Juin, un motif perticulier m'obligeant à m'absenter vers la chute du jour, j'exsminai Saturne de meilleure heure qu'à l'ordineire; et je fus fort surpris au milieu du crépuscule à 8½ heures, de reconnoître, avec le grossissement de 80, celui de 150 ne le permettant pas, les apparences de l'anneau, et le 6e Satellite vers son extremité orientale comme le 19 Avril. En suivant quelque tems, et avec attention les anses, on pouvoit y remarquer des veriations manifestes; elles paroissoient s'alonger, se renfler, se raccourcir, et même disparoître entièrement, ensemble ou séparément, on distinguoit même quelque fois un point plus lumineux au milieu ou à leurs extremités, mais toutes ces apparences très-feibles et assez difficiles à epprécier. Cela ne donneroit-il pas à penser que ces diverses singularités mentionnées quelques fois, ne sont pas toujours bien réelles, mais ce qui eut lieu de m'etonner le plus, c'est qu'à mon retour à la lunette à 9½h, à la nuit, je ne pus retrouver aucun vestige des anses. Je crus d'ehord que l'abaissement de l'astre en étoit la seule cause, mais le lendemain je fus obligé de changer d'opinion. En effet je vis encore de jour, et bien mieux que la veille, l'anneau avec ses mêmes variations d'apparences. L'ayant cette fois suivi jusqu'à la nuit close, je le vis disparoître totalement dans un assez foible intervalle de tems, pour ne pouvoir l'attribuer qu'à la diminution du crépuscule, et non à celle de la hauteur de l'astre. Le grossissement de 150 ne pouvoit encore faire distinguer l'anneau. Le 17 Juin ciel couvert, le 18, je vis l'anneau de meilleure heure, et avec plus de jour à 8½ heures, à la nuit close je crus en reconnoître des vestiges avec assez de peine. Les 19 et 20. ciel couvert, hier 21 j'ai apperçu l'anneau encore plutôt à 8h un peu plus tard, je l'ai même distingué pour la premiere fois avec le grossissement de 150; mais non pas à la nuit close, tandis qu'alors je le voyois avec celui de 80 fois. J'avois déja remarqué dans d'autres circonstences, sans y porter toutefois la même attention, que je voyois mieux dans le ciel avec un foible crépuscule qu'en plaine nuit. On pourroit croire d'après cela que la sensibilité de l'organe est plus excitée avec une légère clarté; mais il me semble que sans ce secours, on pourroit expliquer une pareille singularité par la variation du rapport des intensités lumineuses des deux objets; car plus ce rapport est grand, moins l'objet foible est sensible auprès du plus lumineux qui l'efface en partie par son voisinage. De nuit, ce rapport est en effet plus grand que dans le crépuscule qui ajoute une égale quantité (de lumière) aux deux termes de ce rapport, et le rend ainsi plus petit.

B. Valz.

Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel.

Von Herrn *v. Steinheil* in München.

Der in dem Berliner Jahrbuch für 1830 enthaltene schöne Aufsatz des Herrn Professors *Enke* über Spiegelsextenten und das ungünstige Ergebnifs einer genauen Prüfung dieses wichtigen Instrumentes in demselben, hat mich seiner Zeit veranlafst nachzudenken, ob nicht diesen Mängeln zu begegnen wäre. Ich konnte jedoch nicht so wie der Herr Verfasser in der geringen optischen Kraft dieses Instrumentes ein absolutes Hindernifs finden, da diese bekanntlich nur den wahrscheinlichen Fehler der einzelnen Beobachtung vergröfsern würde, sondern es schien mir vielmehr der gröfste Fehler des Sextanten darin zu liegen, dafs die Undeutlichkeit des doppelt reflectirten Bildes mit der Gröfse des zu messenden Winkels zunimmt. Ein zweiter unverkennbarer Mangel desselben ist, dafs er nicht auf alle Winkel angewandt werden kann. Diese Fehler sind aber so wesentlich *mit Newtons* Prinzip der Reflexion verknüpft, dafs man sie zu heben, genöthigt ist davon abzugehn. Die Gefahr, welche ein solcher Schritt herbeyführt, sah ich nicht ohne Besorgnifs. Indessen glaubte ich mich doch dazu veranlafst, wenn es mir auf anderem Wege gelänge ein Reflexionsinstrument zu bauen,

Digitized by Google

welches sowohl ohne besondere Prüfung angewandt, gestattete alle Winkel ohne Ausnahme mit nahe gleicher, in den meisten Fällen ausreichenden Genauigkeit zu messen, als auch nach vorhergegangener sorgfältiger Prüfung Resultate lieferte, die von constanten Fehlern innerhalb der beabsichtigten Grenze frey wären. In wie weit nun dieses erreicht ist, mag der geneigte Leser theils aus Nachfolgendem, sicherer aber durch die Benutzung der Instrumente selbst beurtheilen, welche von nun an unter der Firma „*Steinheil & Ertel* in München" des letztern bekannte Werkstätte verlassen.

Statt paralleler foliirter Glasspiegel sind bey diesen Kreisen Glasprismen mit 2 gleichen Winkeln zur Spiegelung benützt. Ihre Anwendbarkeit findet Erklärung in Folgendem: Sey die Grundfläche des Prismas oder irgend ein auf dessen Axe senkrechter Durchschnitt ein gleichschenklichtes (in unserm Falle) rechtwinklichtes Dreyeck. Es bilde der eintretende Lichtstrahl mit der Hypothenuse vor seinem Eintritt in Glas den Winkel α; eingetreten wird er nach der Hypothenuse hingebrochen, von dieser innerhalb des Glases reflectirt, und nach abermaliger Brechung wieder aus Glas in Luft übergehn. Der Winkel welchen er nun mit obbenannter Linie bildet ist $180° - \alpha$. Dieses findet statt für alle Werthe von α zwischen den Grenzen von $\alpha = -3°$ bis $\alpha = +48°$ wenn das Prisma aus gewöhnlichem Spiegelglas besteht. Nun kann aber durch Drehen des Prismas um seine Axe bewirkt werden, dafs die austretenden Lichtstrahlen stets eine bestimmte Lage im Raume — hier die der optischen Axe senkrecht auf die Drehungsaxe — annehmen. War aber der Winkel irgend eines Objectes, welches sich in der auf die Drehungsaxe senkrechten Ebene befindet mit der Gesichtslinie $= 2\alpha$, so mufs wie leicht zu sehn, das Prisma um α gedreht werden, damit die austretenden Lichtstrahlen wieder mit der optischen Axe parallel werden, und hierauf gründet sich eigentlich das Winkelmessen mittelst Prismen. Soll jedoch dieses Prinzip zum Messen aus freyer Hand dienlich werden, so bedarf man einer weitern Vorrichtung zum Fixiren der optischen Axe, weil das Spiegelbild und das Direktgesehene aus bekannten Gründen entgegengesetzte Bewegung haben. Es ist aber klar, dafs diesem Bedürfnisse ein zweytes ähnliches Prisma völlig entspricht, und dafs man, wenn das eine mit getheiltem Kreise, das andere mit dessen Alhidede in feste Verbindung gebracht wird, durch Drehen beyder gegen einander Coinzidenzen von Bildern bewirkt, deren Objecte um den doppelten von der Alhidade bezeichneten Drehungswinkel abstehn. Indem jedes Prisma aber für sich um etwas 48° verstellt werden kann, also beyde über 90° umfassen, welchem Werthe der doppeltgrofse Naturwinkel entspricht, so wird dadurch zugleich erlangt, dafs alle Winkel ohne Ausnahme zu messen sind, und dafs eine Schwankung der optischen Axe auch jetzt die Coinzidenzen nicht mehr stört. Dafs der Achromatismus der Bilder durch die Brechung in den Prismen keinen Schaden leide, ist aus Obigem ersichtlich. Indessen entsteht nothwendig eine Farbenzerstreuung senkrecht auf den Durchschnitt durch die Theilung des Lichtbüschels. Aber diese kann wie bei dem Heliometer unschädlich für die Beobachtung gemacht werden, wenn der Durchschnitt in die Ebene gelegt wird in welcher man mifst, weil dann die Coinzidenzpunkte nicht davon affizirt werden. Dieses bedingt die Stellung der Prismen über einander.

Soviel im Allgemeinen über das Prinzip auf welchem die Prismenkreise beruhen. Die Unmöglichkeit aber eine Form oder ein Maafs mit mathematischer Schärfe auszuführen, macht für den optischen Theil noch besondere Rücksicht nöthig.

Vorerst wird es unmöglich seyn ein Prisma mit zwey vollkommen gleichen Winkeln zu schleifen. Geringe Unterschiede in den Winkeln schaden zwar der Deutlichkeit nicht, wohl aber stören sie die Proportionalität zwischen den Naturwinkeln und den Drehungen der Hypothenusenflächen, d. h. sie würden constante Beobachtungsfehler erzeugen. Diesem Uebelstande kann nun vollkommen abgeholfen werden, wenn man wenigstens zwey ganz gleiche Prismen hat, die leicht durch Zerschneiden aus einem von doppelter Höhe zu erhalten sind. Mit diesen ist eine solche Anordnung nöthig, dafs die Summe der äufsern Prismenwinkel gleich wird der Summe der beyden innern gegen das Objectiv zugekehrten; dann kann der Fehler auf zweyerley Weise eliminirt werden, entweder indem die Prismen gegen die optische Axe symetrisch gestellt werden, oder indem sie zwischen zwey Beobachtungen desselben Winkels ihre Lage gegen die Gesichtslinie miteinander vertauschen. — Ein zweyter Fehler wird daraus entspringen, dafs die Flächen der Prismen bey aller Sorgfalt des Schleifens nie mit mathematischer Genauigkeit plan seyn werden. Obschon die daraus hervorgehenden Fehler der Winkelmessung gegen obenerwähnte nur sehr klein seyn müssen, so ist doch an deren Existenz nicht zu zweifeln, um so mehr da nicht in allen Lagen des Prismas dieselben Theile seiner Flächen dem Objective Licht zuschicken. Eben so wird ein kleiner Collimationsfehler aus der wenn auch noch so geringen pyramidalen Abweichung von der prismatischen Form entstehn; aber alle diese Fehlerquellen sind in Bezug

Digitized by Google

auf die Messung von höherer Ordnung, und werden in den meisten Fällen zu vernachlässigen seyn. Ohne jedoch denjenigen welche sie zu berücksichtigen denken, durch Angabe von Methoden vorzugreifen, bemerke ich blofs, dafs sie constant seyn müssen, da das Prisma einen homogenen Körper bildet, und als constante Fehler unschädlich gemacht werden können. Die Objectiv-Sonnen- und Blendgläser des Fernrohres welches 6 Zoll Brennweite und 7‴ Oeffnung hat, sind in der Art gefafst, dafs sie zwischen 2 Beobachtungen des Abstandes zweyer in Helligkeit sehr verschiedener Objecte umgesteckt werden können, wodurch ihr prismatischer Einfluſs auf die Beobachtung verschwindet. Für Sonnenhöhen übar dem Spiegelbilde, Sonnendurchmesser u. s. w. ist ein Okularsonnenglas vorhanden. Ich habe dem Okulare des Fernrohres bey sehr grofsem Gesichtsfelde nur 7malige Vergröfserung gegeben, theils um die Beobachtungen aus freyer Hand zu erleichtern, theils weil diese ausreicht, um die Coinzidenzen mit nahe derselben Genauigkeit zu sehn, welche die einmalige Ablesung des Kreises hat, und bey scharfen Objecten und geübtem Auge nicht über 5″ Bogen betrogen wird; doch möchte zu Beobachtungen mit Stativ eine stärkere Vergröfserung geeigneter seyn, weſshalb solche auf Verlangen den Instrumenten beygefügt werden wird. Diefs über den optischen Theil der Prismenkreise mit dem Bemerken, dafs sämmtliche Gegenstände desselben aus dem optischen Institut „*Utzschneider* & *Fraunhofer* in München“ bezogen werden.

(Der Beschluſs folgt.)

Dotirung der Hamburger Sternwarte.

Mit dem lebhaftesten Vergnügen darf ich meinen Lesern die Nachricht geben, dafs ein Verein von hochherzigen patriotischen Männern in Hamburg nicht allein Mittel gefunden hat, alle von dem verstorbenen *Repsold* nachgelassene, für die Sternwarte bestimmte Instrumente (unter denen das von ihm verfertigte 5füfsige vortreffliche Passageninstrument ist) für dies Institut zu kaufen; sondern auch die nöthigen Fonds herbeizuschaffen wufste, um einen noch fehlenden Meridiankreis, und andere noch nöthige Instrumente bei den Söhnen *Repsolds**) bestellen, und eine jährlich auszuzahlende Summe für die Unterhaltung der Instrumente, und den Bedarf an Licht, Papier u. s. w. der Sternwarte sichern zu können. Die Astronomen haben für diesen ausgezeichneten der Wissenschaft geleisteten Dienst (die ganze Summe beträgt 32000 Mark Banco, oder 16000 Thaler Preufs.) dem Herrn Bürgermeister *Sillem*, den Herren Senatoren *Benecke*, *Gossler*, *Schröder*, dem Herrn Oberalten *Petersen*, und Herrn *Hermann Roosen* zu danken.

*) *Repsolds* Söhne sind auch die Erben des Geistes und der Talente ihres trefflichen Vaters, und haben schon früha ihren Platz unter den ersten Künstlern Europas eingenommen.

S.

Inhalt.

Bericht über den Fortgang des Unternehmens der akademischen Sternkarten. p. 33.
Posizioni della Cometa di *Biela* osservata nei seguenti giorni ell' Osservetorio delle Scuole Pie, e confronto delle medesime con quelle delle efemeridi. p. 39. 41.
Schreiben des Herrn *Henderson*, Directors der Sternwarte auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung, an den Herausgeber. p. 39.
Schreiben des Herrn *Valz* an den Herausgeber. p. 41.
Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel. Von Herrn *v. Steinheil* in München. p. 43.
Dotirung der Hamburger Sternwarte. p. 47.

Altona 1833. August 6.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 244. 245. 246.

Disquisitiones continuatae circa theoriam perturbationum corporum coelestium,

auctore *P. A. Hansen.*

In commentationibus circa theoriam perturbationum quas publici juris feci, in illa puta quae in huius libri Nr. 166 sqq. typis excusa est, et in illa quam anno 1830 academia Regia sciantiarum Berolinensis praemio ornare dignata est, terminos quosdam neglexi minutissimos, qui revera, in planetarum saltem veterum motibus vix aliquam vim habent. Ratio cur hos omiserim est, quod censueram, magnas ambages producturam esse horum terminorum considerationem, at nullos fere fructus inde redundaturos. Quum vero in planetarum novorum lunaeque motibus termini hi fortasse non omnino rejici possint, quumque problematis solutio quo accuratior et subtilior est, eo magis ipsam eam doctrinae partem, quam debet illustrare, juvet atque promoveat: operam impendi, ut ne quid, quod quodammodo desiderari possit, deesset.

Termini vero de quibus hic agitur ii sunt, qui in formulis differentialibus elementorum variabilium per $tg\frac{1}{2}i$ multiplicati sunt *), porro ii qui in evolutis quotientibus differentialibus quantitatis Ω appellatae, illis similes per potestates ipsarum p et q multiplicati prodeunt **), denique ii qui in δP et δQ ejusdem generis sunt ***); et eodem fonte demanans quantitas quaedam, hic $\varphi_1 - \varphi$ nominata, quae a motibus simul existentibus ambarum orbitarum in spatio pendet. Quos terminos omnes primo aspectu maxime implicitos, partim mutuo se tollere, partim ad paucos terminos simplicissimos reduci posse, his pagellis demonstrabo.

Ut per terminos illos omissos rigor geometricus quam minime turbaretur, necesse erat latitudo planetae perturbati ad planum orbitae, quod in electa temporis epocha locum habuerit referretur, hinc ope formularum trigonometricarum ad latitudinem supra eclipticam fixam, et hinc ad latitudinem supra eclipticam mobilem transgrediendum fuit. Tali enim modo calculis institutis, praevideri potuit, majorem terminorum omissorum partem ad ordinem tertium respectu massarum referendam esse, id quod infra lectoribus huius commentationis clarius ante oculos ponetur. E contrario, per methodum quam hic sequar statim latitudinem supra eclipticam mobilem, aut supra planum quodvis computare, itaque ambages illas evitare licet. Quamquam reductio illa latitudinis ab orbitae, temporis selectae apochae respondentis plano ad planum eclipticae mobilis pauca tantum profarat, reductio tamen ad planum aequatoris mobilis, quae plurimis titulis illa praeferenda esset, haud insensibilis foret *).

Subsidia quibus terminos illos antea neglectos in calculum vocabo, introductio quantitatis huius $\omega + \int \cos i \, d\theta$ loco longitudinis perihelii π praebet. Qua quantitate jam ill. *la Grange* nota, si sevarum judicium axigis, hucusque nemo usus est, vel potius nemo omnem utilitatem, quam praebere potest inde hausit.

1.

Ad elementa variabilia spectata orbitae corporis cujuscunque, quod secundum legem attractionis Newtonianam movetur, determinanda, formulae differentiales, ut notum, inserviunt hae

$$\frac{da}{dt} = k\mu \frac{2}{na}\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)$$

$$\frac{dc}{dt} = -k\mu \frac{2}{na}\left(\frac{d\Omega}{da}\right) - k\mu \frac{1-e^2}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = k\mu \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right) - k\mu \frac{\cot g\, i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$$

$$\frac{de}{dt} = k\mu \frac{1-e^2}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{dc}\right) - k\mu \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right)$$

*) V. Astr. Nachr. Nr. 166. p. 423 Aeqq. (2)

**) V. Untersuchung über die gegenseitigen Störungen des Jupiters und Saturns pag. 38.

***) Ibid. pag. 88.

*) Optandum esset, ut tabulae nostrae planatarum motum heliocentricum exhibentes loco reductionis longitudinis ad eclipticam et latitudinis supra idem planum reductionem longitudinis heliocentricae ad aequatorem mobilem et declinationem ab eodem plano continerent, hinc inde calculus ascensionis rectae et declinationis geocentricae ad modum contraheretur.

Digitized by Google

$$\frac{di}{dt} = k,\mu \frac{cotg\, i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right) - k,\mu \frac{cosec\, i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = k,\mu \frac{cosec\, i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$$

ubi planetae cujus motum consideramus designant:

- a semiaxem majorem;
- ae excentricitatem;
- ε anomaliam mediam in certo determinatoque tamquam epocham electo temporis momento;
- ω angulum inter perihelium et nodum ascendentem orbitae cum plano coordinatarum xy fixo ceterum ad arbitrium in spatio sito;
- i inclinationem plani orbitae ad idem planum;
- θ longitudinem praedicti nodi ascendantis;
- n motum medium sidereum unitate temporis t elapsum;
- m massam;
- k, mensuram vis attractivae corporis primarii vel centralis, circa quod motus relativi per aequationes praecedentes investigabuntur.

Praeterea positum est

$$\mu = 1 + m$$

$$\Omega = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{xx' + yy' + zz'}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right) + \text{etc.}$$

ubi sunt:

$$\Delta^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

x, y, z coordinatae orthogoniae in spatio ad habitum directae,

et quantitates, quibus tractus superne affixus est, ad corpus perturbans speciant.

2.

Denotantibus v longitudinem veram in orbita, f anomaliam veram et π longitudinem perihelii, habemus, quoties perturbationes non adsunt

$$v = f + \pi$$

habemus quoque

$$v = f + \omega + \theta$$

Quae aequationes formulis notis, quae computationi longitudinis latitudinisque geocentricae inserviunt, superstructae sunt. Ratione habita perturbationum, eaedem igitur aequationes valere debent, quare generaliter pono

$$\pi = \omega + \theta$$

Suppositio vero haec terminos illos per $tg\, \frac{1}{2} i$ multiplicatos gignit. Jam ad eos tollendos accipio esse

$$\pi, = \omega + \int \cos i\, d\theta$$

et porro

$$v, = f + \pi,$$

unde prodit

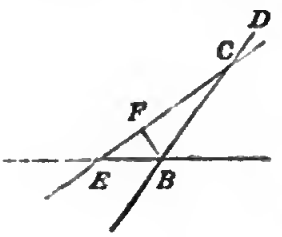
$$v = v, + \int (1 - \cos i)\, d\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Introductio quantitatis $\int \cos i\, d\theta$ duobus modis diversis considerari potest. Supponere potes, quantitatem hanc introductam artificium analyticum esse, quod solutione problematis peracta eo se commendet, quod ad finem propositum revera perducat; significationem quoque geometricam ipsius v, facile invenies, et hinc inde quantitatis illius introductionem aptam judicabis, quo termini illi tollantur *).

---

*) Quantitas v certe longitudinem veram in orbita designat, sive perturbationes adsunt, sive non; nam v summam anomaliae verae et longitudinis perihelii semper denotat. Si perturbationes desunt, vel potius si per vires perturbantes planum ipsum orbitae non movetur, v est arcus, qui a puncto quodam fixo in eodem plano initium capit, sin planum orbitae in spatio movetur, de puncto fixo in eo sermo esse nequit, quare planum quoddam fixum eligi oportet, ut punctum in ea fixum detur, ad quod longitudines in orbita referantur. Quo in casu longitudo perihelii, itaque longitudo in orbita duobus arcubus in eodem plano non sitis constat, sive, quod idem est, initium ducit a puncto in orbita mobili, quod ab intersectione orbitae cum plano fixo retrorsum tantum distat, quantum punctum fixum directione eadem ab eadem intersectione abest. Longitudo igitur vera in orbita ab inclinatione longitudineque nodi orbitae cum isto plano fixo pendet.

Jam sint in figura juxta posita AB planum fixum sive plenum ipsarum xy; A punctum initiale longitudinum; CE plenum orbitae tempore t; C corporis locus, tum longitudo vera in orbite est



$$v = CE + \theta \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

quia $AE = \theta$. Temporis momento infinite parvo dt elapso, corpus ad punctum D transgressum esse suppono, ita ut DB sit planum orbitae tempore $t + dt$. Jam nunc longitudo vera in orbita est

$$v + dv = DB + BA = DC + CB + BB + \theta$$

Demisso perpendiculo BF e puncto B in CE, obtinetur $EF = d\theta \cos i$ (quia $CEB = i$ atque $EB = d\theta$) et $CF = CB$, quoniam angulus ECB infinite parvus est. Hinc aequatio praecedens transit in hanc

$$v + dv = DC + CE - d\theta \cos i + d\theta + \theta$$

quae, subducta aequatione (2) praebet

$$dv = DC + (1 - \cos i)\, d\theta$$

quae aequatione cum differentiali aequationis (1) comparata, evadit $DC = dv$,

Hinc sequitur, dv, angulum inter duos radios vectores ad tempora consequutive t et $t + dt$ pertinentes interceptum denotare.

Digitized by Google

3.

Introducamus in aequationibus art. 1 quantitatem π, loco ω. Quem in finem habemus $d\pi, = d\omega + \cos i d\theta$, et hinc loco aequationis valorem ipsius $\frac{d\omega}{dt}$ exhibentis hanc

$$\frac{d\pi,}{dt} = k,\mu \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right).$$

Quantitas Ω hucusque pro functione ipsarum a, c, e, ω, i et θ habita est, nunc vero tamquam functio ipsarum a, c, e, $\pi,$, i et θ considerari debet. Quam in finem ponimus,

$$d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right) d\omega + \left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) d\theta + \text{etc.}$$
$$= \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\pi,}\right)} d\pi, + \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)} d\theta + \text{etc.}$$

ex qua, substituta aequatione $d\pi, = d\omega + d\theta \cos i$ elicitur

$$\left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right) = \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\pi,}\right)}$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)} + \overline{\left(\frac{d\Omega}{d\pi,}\right)} \cos i$$

ubi lineas superpositas functionem ipsarum π, etc. indicent. Prodeunt igitur

$$\frac{de}{dt} = k,\mu \frac{1-e^2}{na^2e}\left(\frac{d\Omega}{dc}\right) - k,\mu \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{na^2e}\overline{\left(\frac{d\Omega}{d\pi,}\right)}$$
$$\frac{di}{dt} = -k,\mu \frac{\operatorname{cosec} i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)}$$

manentibus reliquis aequationibus art. 1 immutatis.

4.

Jam satis notum est, aequationibus pro elementis variabilibus suppositionem inhaerere, quod coordinatae sive perturbatae sive inperturbatae eadem forma gaudent, id est quod differentialia coordinatarum ita sumta, ut elementa sola variabilia spectentur, cifrae aequalia fiunt, si valores differentialium ex aequationibus art. 1, vel ex quibuscunque earum transformationibus desumti substituuntur. Licet proprietas haec de coordinatis a plano ipso orbitae independentibus proprie tantum valeat, tamen facile demonstrari potest, eam quoque pro quantitate ν, locum habere.

Sit s sinus latitudinis corporis supra planum ipsarum xy, tum habetur

$$s = \sin i \sin(\nu - \theta)$$

quae aequatio, introducta $\nu,$, in hanc abit

$$s = \sin i \sin(\nu, - \int \cos i\, d\theta)$$

Quum s ad planum fixum ab ipsa orbita independens referatur, certe differentiale ejus respectu elementorum evanescere debet. Sed denotato tali differentiali per praefixum signum Δ, obtinetur

$$\Delta s = 0 = \cos i \sin(\nu-\theta) di - \sin i \cos i \cos(\nu-\theta) d\theta + \sin i \cos(\nu-\theta)\Delta\nu,$$

atque hinc, substitutis pro di et $d\theta$ valoribus eorum ex artt. 1 et 3, elicitur

$$0 = -k,\mu \frac{\operatorname{cotg} i}{na^2\sqrt{(1-e^2)}}\left[\overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)} \sin(\nu-\theta) + \left(\frac{d\Omega}{di}\right) \sin i \cos(\nu-\theta)\right] dt + \sin i \cos(\nu-\theta)\Delta\nu,$$

Sed infra demonstrabitur esse

$$\overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)} = -\left(\frac{d\Omega}{di}\right) \operatorname{cotg}(\nu-\theta) \sin i$$

quare aequatio praecedens abit in

$$\Delta\nu, = 0$$

Q. E. D.

5.

Si jam accipimus, Φ ex elementis a, c, ε, et quantitate indeterminata τ ita compositam esse, ut anomalia vera iisdem elementis et tempore t constat, et si ponimus

$$\lambda, = \Phi + \pi,$$

methodus quam in dissertatione mea priori de hoc argumento exposui, ne particula quidem neglecta, ad easdem aequationes differentiales pro ζ et $l\rho$, quas ibidem dedi, deducit, id quod quisque, computatione facili peracta, comperiet. Quibus itaque aequationibus *) quantitas λ, at proinde, mutato τ in t, quantitas ν, cum rigore geometrico datur, atque hinc ope aequationis (1) ad longitudinem veram in orbita pervenitur.

*) Se. Astr. Nachr. Nr. 167 aeqq. (13) et (14) aut si mavis aeqq. (13) et (16).

6.

His ita absolutis, convertamus nos ad aequationes, per quas longitudo ad planum fixum reducta et latitudo supra idem planum supputandae sunt. Hae, secundum articulos praecedentes, sunt

$$s = \sin i \sin(\nu, - \int \cos i\, d\theta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3^a)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= -an \frac{\operatorname{cosec} i}{\sqrt{(1-e^2)}}\overline{\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)} \\ \frac{d\theta}{dt} &= an \frac{\operatorname{cosec} i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{di}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

(quoniam $a^3n^2 = k,\mu$) et illa

$$tg(l-\theta) = \cos i\, tg(\nu-\theta)$$

ubi l longitudinem reductam denotat. Quae aequatio facili opera in sequentem transformatur, ubi simul ν per $\nu,$ elimi-

Digitized by Google

$$\sin[l-f(1-\cos i)\,d\theta-\nu_1] = -tg^2\tfrac{1}{2}i\sin[l-f(1-\cos i)\,d\theta+\nu_1-2f\cos i\,d\theta]$$

Jam quantitates duas p et q in formulis introducam, quae ab i et θ tali modo pendeant

$$(4)\quad \begin{cases} p = \sin i \sin[f\cos i\,d\theta] \\ q = \sin i \cos[f\cos i\,d\theta] \end{cases}$$

Quae aequationes dant

$$tg^2\tfrac{1}{2}i = \frac{p^2+q^2}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2}$$

$$\sin[2f\cos i\,d\theta] = \frac{2pq}{p^2+q^2},\quad \cos[2f\cos i\,d\theta] = \frac{q^2-p^2}{p^2+q^2}$$

quibus praecedentes abeunt in has

$$(5)\quad s = q\sin\nu_1 - p\cos\nu_1$$

$$\sin[l-f(1-\cos i)\,d\theta-\nu_1] = \frac{2pq\cos[l-f(1-\cos i)\,d\theta+\nu_1]+(p^2-q^2)\sin[l-f(1-\cos i)\,d\theta+\nu_1]}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2}$$

quarum alteram in hanc facile transferre licet:

$$(6)\quad l = \nu_1 + f(1-\cos i)\,d\theta + arc.tg\left[\frac{2pq\cos 2\nu_1+(p^2-q^2)\sin 2\nu_1}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2+2pq\sin 2\nu_1-(p^2-q^2)\cos 2\nu_1}\right]$$

Aequationes (4) differentiatae praebent

$$(7)\quad \begin{cases} dp = \cos i\sin[f\cos i\,d\theta]\,di + \sin i\cos i\cos[f\cos i\,d\theta]\,d\theta \\ dq = \cos i\cos[f\cos i\,d\theta]\,di - \sin i\cos i\sin[f\cos i\,d\theta]\,d\theta \end{cases}$$

e quibus eliminando elicitur

$$(8)\quad \begin{cases} di = \dfrac{\sin[f\cos i\,d\theta]}{\cos i}\,dp + \dfrac{\cos[f\cos i\,d\theta]}{\cos i}\,dq \\ d\theta = \dfrac{\cos[f\cos i\,d\theta]}{\sin i\cos i}\,dp - \dfrac{\sin[f\cos i\,d\theta]}{\sin i\cos i}\,dq \end{cases}$$

Spectata vero Ω tum tamquam functione ipsarum i et θ, tum tamquam functione ipsarum p et q, differentiale ipsius Ω in utraque forma exhibitum praebet adjumento aequationum praecedentium has

$$(9)\quad \begin{cases} \left(\dfrac{d\Omega}{dp}\right) = \left(\dfrac{d\Omega}{di}\right)\dfrac{\sin[f\cos i\,d\theta]}{\cos i} + \left(\overline{\dfrac{d\Omega}{d\theta}}\right)\dfrac{\cos[f\cos i\,d\theta]}{\sin i\cos i} \\ \left(\dfrac{d\Omega}{dq}\right) = \left(\dfrac{d\Omega}{di}\right)\dfrac{\cos[f\cos i\,d\theta]}{\cos i} - \left(\overline{\dfrac{d\Omega}{d\theta}}\right)\dfrac{\sin[f\cos i\,d\theta]}{\sin i\cos i} \end{cases}$$

Si vero valores ipsarum $\frac{di}{dt}$ et $\frac{d\theta}{dt}$ ex (3) desumti in (7) substituuntur, obtinentur

$$\frac{dp}{dt} = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos i\cos[f\cos i\,d\theta]\left(\frac{d\Omega}{di}\right) - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\frac{\cos i}{\sin i}\sin[f\cos i\,d\theta]\left(\overline{\frac{d\Omega}{d\theta}}\right)$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos i\sin[f\cos i\,d\theta]\left(\frac{d\Omega}{di}\right) - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\frac{\cos i}{\sin i}\cos[f\cos i\,d\theta]\left(\overline{\frac{d\Omega}{d\theta}}\right)$$

quae ope aequationum (9) transeunt in has

$$(10)\quad \begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = \dfrac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos^2 i\left(\dfrac{d\Omega}{dq}\right) \\ \dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos^2 i\left(\dfrac{d\Omega}{dp}\right) \end{cases}$$

7.

Aequationes (3*), (6) et (10), si factorem $\cos^2 i$ in (10) nec non terminum $f(1-\cos i)\,d\theta$ in (6) excipis, et aequationes illae quas antea adhibui ejusdem formae sunt. Effectus itaque terminorum per $tg^2\frac{1}{2}i$ multiplicatorum, quos neglexeram, ad quantitates $\cos^2 i$ et $f(1-\cos i)\,d\theta$ reductus est. Hinc sequitur, dummodo ad terminos in $f(1-\cos i)\,d\theta$ per tempus ipsum multiplicatos respiciatur, errorem qui committitur, dum termini hi negliguntur, ordinis tertii respectu virium perturbantium esse, quoties planum ipsarum xy ita eligebatur, ut cum plano orbitae quod temporis electae epochae respondet, congruat, et proinde reductio longitudinis et latitudinis ad eclipticam mobilem ope formularum trigonometricarum absque integrationibus perficitur. Facillime statim reperitur errorem a factore $\cos^2 i$ ortum ordinis tertii evadere, idem respectu $f(1-\cos i)\,d\theta$ sequenti modo demonstrabitur. Identica est aequatio haec

Digitized by Google

$$(1-\cos i)\,d\theta = \frac{\sin i}{1+\cos i}\,d\theta$$

quae ope alterius aequationis (8) et aequationum (4) abit in hanc

$$f(1-\cos i)\,d\theta = \int \frac{q\,dp - p\,dq}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]\sqrt{(1-p^2-q^2)}}.$$

Si nunc accipitur planum fixum esse orbitam temporis epochae respondentem, constantes arbitrariae integratis aequationibus (10) adjiciendae, cifrae aequales sunt, et terminis periodicis neglectis poni potest

$$p = \alpha t + \beta t^2 + \ldots.$$
$$q = \alpha' t + \beta' t^2 + \ldots.$$

Quibus valoribus in aequatione praecedenti substitutis, invenitur

$$f(1-\cos i)\,d\theta = \frac{\alpha'\beta - \alpha\beta'}{6}\,t^3 + \text{etc.}$$

quam tertii ordinis respectu massarum esse quisque videt.

8.

Quum vero adjumento formularum hic evolutarum absque accurationis detrimento planum fixum quodcunque eligere liceat, e re erit quotientes differentiales ipsius Ω, manente i arbitraria, evolvere. Quae etiam evolutio ad cognitionem terminorum in art. 10 theoriae meae Jovis atque Saturni omissorum perducet.

Priusquam evolutionem hanc aggredior, annoto, in casu ubi i arbitraria est, constantes integratis aequationibus (10) adjiciendas cifrae non aequari, sed valores eos ipsarum p et q iis attribuendos esse, qui subductis perturbationibus in temporis epocha locum habeant. Denotatis itaque pro hoc tempore inclinatione et longitudine nodi ascendentis orbitae cum plano fixo per (i) et (θ), nec non valore integralis $f(1-\cos i)\,d\theta$ per c, habetur pro eodem tempore

$$f\cos i\,d\theta = (\theta) - c$$

Si itaque accipies

$$(p) = \sin(i)\sin[(\theta)-c]$$
$$(q) = \sin(i)\cos[(\theta)-c]$$

constantes illae (p) et (q) sunt.

Ad $\left(\frac{d\Omega}{dp}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$ evolvendas quantitatem Ω tamquam functionem ipsarum w, i, θ etc. exhibebo, quo fit ut coordinatis forma haec attribui possit

$$x' = r'\sin(\theta-\theta')\cos i'\sin u' + r'\cos(\theta-\theta')\cos u'$$
$$y' = r'\cos(\theta-\theta')\cos i'\sin u' - r'\sin(\theta-\theta')\cos u'$$
$$z' = r'\sin i'\sin u'$$
$$x = r\cos u$$
$$y = r\sin u\cos i$$
$$z = r\sin u\sin i$$

ubi r et r' radios vectores denotant, at

$$u = f + w$$
$$u' = f' + w'$$

sunt. Quibus coordinatarum valoribus in

$$\Delta^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

substitutis, evadit

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\theta'-\theta)\cos u'\cos u$$
$$- 2rr'\cos(\theta'-\theta)\cos i\cos i'\sin u'\sin u$$
$$+ 2rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i'\sin u'\cos u$$
$$- 2rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i\cos u'\sin u$$
$$- 2rr'\sin i\sin i'\sin u'\sin u$$

e qua differentiando elicitur

$$\Delta\left(\frac{d\Delta}{di}\right) = rr'\cos(\theta'-\theta)\sin i\cos i'\sin u'\sin u$$
$$+ rr'\sin(\theta'-\theta)\sin i\cos u'\sin u$$
$$- rr'\cos i\sin i'\sin u'\sin u$$

$$\Delta\left(\frac{d\Delta}{d\theta}\right) = -rr'\sin(\theta'-\theta)\cos u'\cos u$$
$$- rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i\cos i'\sin u'\sin u$$
$$- rr'\cos(\theta'-\theta)\cos i'\sin u'\cos u$$
$$+ rr'\cos(\theta'-\theta)\cos i\cos u'\sin u$$

$$\Delta\left(\frac{d\Delta}{dw}\right) = rr'\cos(\theta'-\theta)\cos u'\sin u$$
$$- rr'\cos(\theta'-\theta)\cos i\cos i'\sin u'\cos u$$
$$- rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i'\sin u'\sin u$$
$$- rr'\sin(\theta'-\theta)\cos i\cos u'\cos u$$
$$- rr'\sin i\sin i'\sin u'\cos u$$

Quum vero sit

$$xx' + yy' + zz' = \frac{r^2+r'^2}{2} - \tfrac{1}{2}\Delta^2$$

et

$$\Omega = \frac{m'}{\mu}\left[\frac{1}{\Delta} - \frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}\right]$$

e quotientibus differentialibus praecedentibus facile obtinentur haa

$$\left(\frac{d\Omega}{di}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)\left[\sin i'\cos i\sin u' - \cos(\theta'-\theta)\cos i'\sin i\sin u' - \sin(\theta'-\theta)\sin i\cos u'\right] rr'\sin u$$

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)\left[\begin{array}{l}\cos(\theta'-\theta)\cos i'\sin u' + \sin(\theta'-\theta)\cos u' \\ + \sin(\theta'-\theta)\cos i'\cos i\sin u' tg u - \cos(\theta'-\theta)\cos i\cos u' tg u\end{array}\right] rr'\cos u$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dw}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)\left[\begin{array}{l}\cos(\theta'-\theta)\cos i'\cos i\sin u' + \sin(\theta'-\theta)\cos i\cos u' \\ + \sin(\theta'-\theta)\cos i'\sin u' tg u - \cos(\theta'-\theta)\cos u' tg u + \sin i'\sin i\sin u'\end{array}\right] rr'\cos u$$

Digitized by Google

Sed ex art. 3 sequitur esse

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) - \cos i \left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right)$$

hinc, substitutis valoribus quotientium differentialium modo inventis, obtinetur

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = -U \sin i \cos(\nu - \theta)$$

ubi brevitatis caussa

$$U = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)[\sin i' \cos i \sin(\nu' - \theta') - \cos(\theta' - \theta)\cos i' \sin i \sin(\nu' - \theta') - \sin(\theta' - \theta)\sin i \cos(\nu' - \theta')]\, rr'$$

positum est, et loco u et u' valores earum $\nu - \theta$ et $\nu' - \theta'$ scripti sunt. Per eandem quantitatem U etiam $\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$ commoda exprimi potest, et statim invenitur

$$\left(\frac{d\Omega}{di}\right) = U \sin(\nu - \theta)$$

Quae expressiones ante omnia aequationem hanc

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = -\left(\frac{d\Omega}{di}\right) \sin i \operatorname{cotg}(\nu - \theta)$$

praebent, qua jam in art. 4 usus sum. Substitutis vero his valoribus ipsarum $\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)$ in (9), evadunt

$$(11)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \left(\frac{d\Omega}{dp}\right) = -\frac{U}{\cos i}\cos[\nu - f(1-\cos i)\,d\theta] = -\frac{U}{\cos i}\cos\nu, \\ \left(\frac{d\Omega}{dq}\right) = \frac{U}{\cos i}\sin[\nu - f(1-\cos i)\,d\theta] = \frac{U}{\cos i}\sin\nu, \end{cases}$$

9.

Quantitas Ω et quotientes ejus differentiales adhuc consideratae sunt tamquam functiones ipsarum i, θ, i' et θ', sive quod idem est, tamquam functiones ipsarum p, q, p' et q', neque aliter considerari debuerunt. E re tamen erit, loco illarum quantitatum inclinationem reciprocam longitudinesque nodorum huic respondentes introducere. Licet statim quantitas Δ per has quantitates expressa adscribi possit, tamen rei accommodatissimum est, ut transformatio ab exordio perficiatur. Quem in finem definitiones sequentes notandae sunt. Nodus ascendens orbitae m' in orbita m est intersectio ea ambarum orbitarum, quam corpora, siquidem iis eadem longitudo semper attribuatur, transgressa erant, quoties latitudo corporis m' supra planum fixum latitudine ipsius m supra idem planum major (sensu algebraico) evasit. Longitudo nodi ascendentis orbitae m' in orbita m est arcus, qui ab intersectione modo definita proficiscens in orbitae m plano motu contrario sive retro ad punctum excurrit, quod a nodo ascendenti orbitae m in plano fixo retrorsum tantum abest, quantum punctum initiale longitudinum in plano fixo ab eodem nodo retrorsum distat; istius nodi longitudinem per Θ denotabo. Longitudo nodi descendentis orbitae m in orbita m' est arcus qui ex eadem intersectione ambarum orbitarum in plano orbitae m' regreditur ad punctum, quod a nodo ascendenti orbitae m' in plano fixo retrorsum tantum distat, quantum idem punctum initiale, de quo modo loquebar, ab eodem orbitae m' nodo in plano fixo retrorsum remotum est; istius nodi longitudinem per Θ_1 designabo. Praeterea sit inclinatio reciproca orbitarum per I denotata.

His praemissis, facile reperitur, in triangulo sphaerico ab ambabus orbitis et plano fixo formato esse latera $\Theta - \theta$, $\Theta_1 - \theta'$ et $\theta' - \theta$, angulosque iis resp. oppositos $180° - i'$, i et I. Ex relationibus vero quas trigonometria sphaerica inter illas trianguli partes suppeditat, sequentes ad propositum meum maxime accommodatas affero.

(a)..... $\sin I \sin(\Theta_1 - \theta') = \sin i \sin(\theta' - \theta)$

(b)..... $\sin I \cos(\Theta_1 - \theta') = \cos i \sin i' - \sin i \cos i' \cos(\theta' - \theta)$

(c)..... $\cos I = \cos i \cos i' + \sin i \sin i' \cos(\theta' - \theta)$

(d)..... $\sin(\Theta - \theta)\sin i = \sin(\Theta_1 - \theta')\sin i'$

(e)..... $\sin(\Theta - \theta)\cos i = \cos(\Theta_1 - \theta')\sin(\theta' - \theta) + \sin(\Theta_1 - \theta')\cos(\theta' - \theta)\cos i'$

(f)..... $\cos(\Theta - \theta) = \cos(\Theta_1 - \theta')\cos(\theta' - \theta) - \sin(\Theta_1 - \theta')\sin(\theta' - \theta)\cos i'$

(g)..... $\sin(\Theta - \theta)\cos I = \cos(\theta' - \theta)\sin(\Theta_1 - \theta) + \sin(\theta' - \theta)\cos(\Theta_1 - \theta')\cos i'$

(h)..... $\cos(\Theta_1 - \theta') = \cos(\Theta - \theta)\cos(\theta' - \theta) + \sin(\Theta - \theta)\sin(\theta' - \theta)\cos i$

Si nunc in expressione ipsum Δ^2 art. praec. loco u et u' valores earum hi $\nu - \theta$ et $(\nu' - \Theta_1) + (\Theta_1 - \theta')$ substituuntur, atque sinus et cosinus alterius arcus secundum $\nu' - \Theta$, et $\Theta_1 - \theta'$ resolvuntur, statim prodit

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\nu' - \Theta_,) \begin{cases} \cos(\nu - \theta)\,[\cos(\Theta_, - \zeta')\cos(\zeta' - \theta) - \sin(\Theta_, - \zeta')\sin(\zeta' - \theta)\cos i'] \\ + \sin(\nu - \theta)\,[(\cos(\Theta_, - \zeta')\sin(\zeta' - \theta) + \sin(\Theta_, - \zeta')\cos(\zeta' - \theta)\cos i')\cos i + \sin(\Theta_, - \zeta')\sin i'\sin i] \end{cases}$$

$$+ 2rr'\sin(\nu' - \Theta_,) \begin{cases} \cos(\nu - \theta)\,[\cos(\zeta' - \theta)\sin(\Theta_, - \zeta') + \sin(\zeta' - \theta)\cos(\Theta_, - \zeta')\cos i'] \\ - \sin(\nu - \theta)\,[\cos(\Theta_, - \zeta')\,(\sin i'\sin i + \cos i'\cos i\cos(\zeta' - \theta)) - \sin(\Theta_, - \zeta')\sin(\zeta' - \theta)\cos i] \end{cases}$$

Cujus expressionis termini, si coefficientem ipsius $\sin(\nu' - \Theta_,)\sin(\nu - \theta)$ excipis, ope relationum (d) usque ad (g) immediate contrahi possunt, hunc vero terminum sequenti modo ad formam simplicissimam redigere licet. Multiplicato $\sin(\Theta_, - \zeta')\sin(\zeta' - \theta)\cos i$ per $\cos^2 i' + \sin^2 i'$, terminus de quo loquor sic exprimi potest

$$\sin i'\,[\sin i\cos(\Theta_, - \zeta') - \sin i'\sin(\Theta_, - \zeta')\cos i\sin(\zeta' - \zeta)]$$
$$+ \cos i\cos i'\,[\cos(\Theta_, - \zeta')\cos(\zeta' - \zeta) - \sin(\Theta_, - \zeta')\sin(\zeta' - \zeta)\cos i']$$

quae expressio adjumento relationum (d) et (f) in hanc transit

$$\sin i\sin i'\,[\cos(\Theta_, - \zeta') - \sin(\Theta - \theta)\sin(\zeta' - \zeta)\cos i]$$
$$+ \cos i\cos i'\cos(\Theta - \theta)$$

Ratione vero habita relationis (h), haec abit in

$$[\cos i\cos i' + \sin i\sin i'\cos(\zeta' - \zeta)]\cos(\Theta - \theta)$$

quae ope relationis (c) in formam simplicissimam immediate transmutatur.

Itaque, si relationes (c) usque ad (g) substitueris, quantitates i' et ζ' eliminatae erunt, et i atque θ sua sponte evanescent. Unde nanciscemur

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\nu' - \Theta_,)\cos(\nu - \Theta)$$
$$- 2rr'\cos I\sin(\nu' - \Theta_,)\sin(\nu - \Theta)$$

quae expressio a vulgari ipsius Δ^2 expressione eo tantum discrepat, quod $\Theta_,$ et Θ identicae non sunt. Quoties plana orbitarum in spatio non moventur, dissimilitudo haec nullam vim habet, quoties vero moventur res secus se habet, quia tum $\Theta_, - \Theta$ functio temporis est.

Jam habuimus aequationem hanc

$$\nu = \nu_, + f(1 - \cos i)\,d\theta$$

cui similis est haec, quae ad corpus perturbans pertinet

$$\nu' = \nu'_, + f(1 - \cos i')\,d\zeta'$$

quibuscum ν et ν' in expressione praecedenti eliminare licet, unde obtinetur

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\nu'_, - \varphi_,)\cos(\nu_, - \varphi)$$
$$- 2rr'\cos I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\sin(\nu_, - \varphi)$$

ubi brevitatis gratia

$$\varphi = \Theta - f(1 - \cos i)\,d\theta$$
$$\varphi_, = \Theta_, - f(1 - \cos i')\,d\zeta'$$

scriptum est.

Resolvantur in valore ipsius U in art. praec. dato sinus et cosinus ipsius $\nu' - \zeta'$ secundum $\nu' - \Theta_,$ et $\Theta_, - \zeta'$, hinc evadit

$$U = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr' \begin{cases} \sin(\nu' - \Theta_,)\,[(\cos i\sin i' - \sin i\cos i'\cos(\zeta' - \zeta))\cos(\Theta_, - \zeta') + \sin i\sin(\zeta' - \zeta)\sin(\Theta_, - \zeta')] \\ \cos(\nu' - \Theta_,)\,[(\cos i\sin i' - \sin i\cos i'\cos(\zeta' - \zeta))\sin(\Theta_, - \zeta') - \sin i\sin(\zeta' - \zeta)\cos(\Theta_, - \zeta')] \end{cases}$$

quae ope relationum (a) et (b) una cum praecedentibus aequationibus statim transmutatur in

$$U = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin(\nu'_, - \varphi_,)\sin I$$

10.

Substitutis valoribus ipsarum $\left(\frac{d\Omega}{dp}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$ ex (11) in (10), ope expressionis praecedentis ipsius U obtinebitur

$$\frac{dp}{dt} = \frac{m'}{\mu}\frac{na}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos i\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\sin\nu_,$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{m'}{\mu}\frac{na}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos i\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\cos\nu_,$$

Quae aequationes, si factorem $\cos i$ et differentiam inter $\varphi_,$ et φ excipis, cum illis congruunt, quas in art. 10 theoriae meae Jovis atque Saturni, posito $i = 0$, inveni, termini igitur illic neglecti ad factorem hunc differentiamque hanc reducti sunt, nec in ullo casu effectum alium proferre possunt.

Adjumento valoris ipsius Δ^2 in art. praec. inventi facile reperiuntur hae

$$\left(\frac{d\Omega}{dI}\right) = -\frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\sin(\nu_, - \varphi)$$

$$\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\,[\cos(\nu'_, - \varphi_,)\sin(\nu_, - \varphi) - \cos I\sin(\nu'_, - \varphi_,)\cos(\nu_, - \varphi)]$$

$$\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right) = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3} - \frac{1}{r'^3}\right)rr'\,[\sin(\nu'_, - \varphi_,)\cos(\nu_, - \varphi) - \cos I\cos(\nu'_, - \varphi_,)\sin(\nu_, - \varphi)]$$

Digitized by Google

Multiplicata prima harum aequationum per $-\cos\varphi$, secunda per $\operatorname{cotg} I \sin\varphi$, tertia per $\operatorname{cosec} I \sin\varphi$, additisque productis, invenitur

$$-\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\cos\varphi+\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\operatorname{cotg} I+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)\operatorname{cosec} I\right]\sin\varphi = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3}-\frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(v_{,}'-\varphi_{,})\sin v,$$

Multiplicata prima earundem per $\sin\varphi$, secunda per $\operatorname{cotg} I\cos\varphi$, tertia per $\operatorname{cosec} I\cos\varphi$, additisque productis, obtinetur

$$\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\sin\varphi+\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\operatorname{cotg} I+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)\operatorname{cosec} I\right]\cos\varphi = \frac{m'}{\mu}\left(\frac{1}{\Delta^3}-\frac{1}{r'^3}\right)rr'\sin I\sin(v_{,}'-\varphi_{,})\cos v,$$

aequationes igitur praecedentes ipsas $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$ praebentes fiunt

$$(12)\quad \begin{cases}\frac{dp}{dt} = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\cos\varphi-\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\operatorname{cotg} I+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)\operatorname{cosec} I\right]\sin\varphi\right]\\ \frac{dq}{dt} = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\sin\varphi+\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\operatorname{cotg} I+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)\operatorname{cosec} I\right]\cos\varphi\right]\end{cases}$$

11

Jam nunc quantitates duas P et Q in formulis introducam, quae his aequationibus determinandae sint

$$P = 2\sin\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)$$
$$Q = 2\sin\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)$$

Ex his aequationibus nanciscimur has

$$(13)\quad \begin{cases}dP = \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)\,dI+\sin\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)\,d.(\varphi_{,}+\varphi)\\ dQ = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)\,dI-\sin\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)\,d.(\varphi_{,}+\varphi)\end{cases}$$

nec non has

$$(14)\quad \begin{cases}dI = \frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}\,dP+\frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}\,dQ\\ d.(\varphi_{,}+\varphi) = \frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I}\,dP-\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I}\,dQ\end{cases}$$

Habita Ω tum pro functione ipsarum $\varphi_{,}$ et φ, tum pro functione ipsarum $(\varphi_{,}+\varphi)$ et $(\varphi_{,}-\varphi)$, adipiscimur

$$\left(\frac{d\Omega}{d.(\varphi_{,}+\varphi)}\right) = \tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d.(\varphi_{,}-\varphi)}\right) = \tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)-\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$$

Porro, habita Ω tum pro functione ipsarum I et $\varphi_{,}+\varphi$, tum pro functione ipsarum P et Q inveniuntur

$$(15)\quad \begin{cases}\left(\frac{d\Omega}{dI}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)+\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)\\ \left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right) = 2\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\sin\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)-2\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\sin\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)\end{cases}$$

atque

$$(16)\quad \begin{cases}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}+\tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I}\\ \left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}-\tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I}\end{cases}$$

Si perpendimus, esse $\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right) = -\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)$ quoniam Ω est functio ipsius $v_{,}-\varphi$, atque si aequationes praecedentes in (12) substituerimus, obtinebimus

$$(17)\quad \begin{cases}\frac{dp}{dt} = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I-\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)+\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}-\varphi)\\ \qquad -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\cos\tfrac{1}{2}I+\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)+\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}-\varphi)\\ \frac{dq}{dt} = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\cos\tfrac{1}{2}I+\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)+\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}-\varphi)\\ \qquad -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I-\left[\tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)+\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_{,}-\varphi)\end{cases}$$

12.

Quum punctum initiale longitudinum plane arbitrarium sit, ab uno quoque arcu arcum arbitrarium subtrahere licet. Quum vero Ω et quotientes ejus differentiales omnes, exceptis his $\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)$, a puncto illo initiali indepen-

Digitized by Google

lentes sint, nullum inde lucrum redundaret, si a longitudinibus quae in istis quantitalibus occurrunt, arcum quemdam subtraheremus. Si igitur hoc artificio uti volumus, reliquum est, ut arcus propositus ab arcubus in $\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)$ extra $\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)$ at $\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)$ jacentibus nec non ab arcubus alias occurrentibus deducatur. Propositum est in formulis art. praec. arcum φ subtrahere, quo facto sunt

$$\begin{aligned} P &= 2\sin\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \\ Q &= 2\sin\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \end{aligned}$$

atque aequationes (16) in has abeunt

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{d\Omega}{dP}\right) &= \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}+\tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I} \\ \left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) &= \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{\cos\frac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)}{\cos\frac{1}{2}I}-\tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)}{\sin\frac{1}{2}I} \end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(18)$$

quarum aequationum ope (17) transeunt in has

$$\left.\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dI}\right) \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{1}{\sin I}+\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\nu_,}\right)tg\,\tfrac{1}{2}I \end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(19)$$

Quum $\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)$ eadem quantitas sit, quam alibi per $\left(\frac{d\Omega}{d\Theta}\right)$ denotavi, aequationes (19), facto $i=0$, cum iis, quas in theoriae meae Jovis atque Saturni pag. 42 inveneram, congruunt. Constantes vero integratis aequationibus praecedentibus adjiciendae, manifesto sunt

$$\begin{aligned} (p) &= \sin(i)\sin[(\delta)-c-\varphi] \\ (q) &= \sin(i)\cos[(\delta)-c-\varphi] \end{aligned}$$

et sinus latitudinis hac aequatione datus est

$$s = q\sin(\nu,-\varphi)-p\cos(\nu,-\varphi)$$

Simili modo expressio pro l supra data transmutatur. Jam nunc subtrahatur arcus $\frac{1}{2}(\varphi,+\varphi)$ in aequationibus art. praec., hinc

$$\begin{aligned} P &= 0 \\ Q &= 2\sin\tfrac{1}{2}I \\ \left(\frac{d\Omega}{dP}\right) &= \tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{1}{\sin\frac{1}{2}I} \\ \left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) &= \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I} \end{aligned}$$

ac si nunc differentialia ipsarum p et q, quo ab illis modo evolutis discernantur, lineis duabus includuntur, obtinemus

$$\begin{aligned} \left|\frac{dp}{dt}\right| &= -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \\ &\quad -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{1}{\sin I}+\left(\frac{d\Omega}{d\nu_,}\right)tg\,\tfrac{1}{2}I\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \\ \left|\frac{dq}{dt}\right| &= \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{1}{\sin I}+\left(\frac{d\Omega}{d\nu_,}\right)tg\,\tfrac{1}{2}I\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \\ &\quad -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \end{aligned}$$

Quibus aequationibus cum (19) comparatis, facile invenitur esse

$$(20)\quad\ldots\left\{\begin{aligned} \left|\frac{dp}{dt}\right| &= \frac{dp}{dt}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)-\frac{dq}{dt}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \\ \left|\frac{dq}{dt}\right| &= \frac{dp}{dt}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)+\frac{dq}{dt}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \end{aligned}\right.$$

nec non

$$(21)\quad\ldots\left\{\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \left|\frac{dp}{dt}\right|\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)+\left|\frac{dq}{dt}\right|\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \\ \frac{dq}{dt} &= -\left|\frac{dp}{dt}\right|\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)+\left|\frac{dq}{dt}\right|\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) \end{aligned}\right.$$

Generaliter, designantibus $\left[\frac{dp}{dt}\right]$ et $\left[\frac{dq}{dt}\right]$ valores harum quantitatum, postquam in (17) arcus quidam α subtractus est, conservatisque signis bis $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$ pro iis in quibus arcus φ subtractus erat, aequationes (19) et (17), vel potius, (19) et (12) facili computandi ratione praebent

$$\left.\begin{aligned} \left[\frac{dp}{dt}\right] &= \frac{dp}{dt}\cos(\varphi-\alpha)+\frac{dq}{dt}\sin(\varphi-\alpha) \\ \left[\frac{dq}{dt}\right] &= -\frac{dp}{dt}\sin(\varphi-\alpha)+\frac{dq}{dt}\cos(\varphi-\alpha) \end{aligned}\right\}\quad\ldots(22)$$

nec non

$$\left.\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \left[\frac{dp}{dt}\right]\cos(\varphi-\alpha)-\left[\frac{dq}{dt}\right]\sin(\varphi-\alpha) \\ \frac{dq}{dt} &= \left[\frac{dp}{dt}\right]\sin(\varphi-\alpha)+\left[\frac{dq}{dt}\right]\cos(\varphi-\alpha) \end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(23)$$

in his aequationibus jam praecedentes quasi casus specialis continentur.

Digitized by Google

13.

E re est, loco φ longitudinem nodi ascendentis orbitae m' in m eam, quae temporis epocha locum habuit, subtrahere. Qua longitudine per (Θ) denotata, habemus pro hoc tempore secundum artt. 8 et 9 $\varphi = (\Theta) - c$, in aequationibus itaque (22) poni debet $\alpha = (\Theta) = \varphi + c$, unde elicitur

$$(24)\ldots\ldots \begin{cases} \left[\frac{dp}{dt}\right] = \frac{dp}{dt}\cos c - \frac{dq}{dt}\sin c \\ \left[\frac{dq}{dt}\right] = \frac{dq}{dt}\cos c + \frac{dp}{dt}\sin c \end{cases}$$

Sed considerando c tamquam quantitatem primi ordinis respectu massarum, negligendoque in p et q terminos secundi ordinis, aequationes praecedentes praebent

$$\left[\frac{dp}{dt}\right] = \frac{dp}{dt}, \quad \left[\frac{dq}{dt}\right] = \frac{dq}{dt}$$

$$(25)\ldots\ldots \iota = \nu_{,} + \int \frac{q\,dp - p\,dq}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]\sqrt{(1-p^2-q^2)}} + \text{arc. tg.} \left[\frac{(p^2-q^2)\sin 2(\nu_{,}-(\Theta)) + 2pq\cos 2(\nu_{,}-(\Theta))}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2 - (p^2-q^2)\cos 2(\nu_{,}-(\Theta)) + 2pq\sin 2(\nu_{,}-(\Theta))}\right]$$

14.

Ante omnia perscrutandum est, quomodo valores ipsarum P, Q et $\Phi_{,} - \Phi$, si ad earum perturbationes respicitur, compositi sunt. Quem in finem expressiones ipsarum dI, $d\Phi$, et $d\varphi$ investigandae sunt. Praeter relationes ad triangulum inter planum fixum et ambas orbitas spectantes, quae in art. 9 allatae sunt, sequentes appono

(i)... $\sin I \sin(\Theta - \mathfrak{h}) = \sin i' \sin(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h})$

(k)... $\sin I \cos(\Theta - \mathfrak{h}) = -\cos i' \sin i + \sin i' \cos i \cos(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h})$

(l)... $\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}') \cos i' = -\cos(\Theta - \mathfrak{h}) \sin(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h}) + \sin(\Theta - \mathfrak{h}) \cos(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h}) \cos i$

(m).... $\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}') \cos I = \sin(\Theta - \mathfrak{h}) \cos(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h}) - \cos(\Theta - \mathfrak{h}) \sin(\mathfrak{h}' - \mathfrak{h}) \cos i$

aequationes igitur (19) immutatae valent, quoties angulum (Θ) subtrahere propositum est, siquidem non nisi ad perturbationes primi ordinis respectu massarum respiciatur. Constantes vero arbitrariae post integrationem aequationibus (19) addendae in hoc casu valore mutantur, et in has abeunt

$$\left.\begin{aligned} (p) &= \sin(i)\sin[(\mathfrak{h}) - c - (\Theta)] \\ (q) &= \sin(i)\cos[(\mathfrak{h}) - c - (\Theta)] \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(24^a)$$

Nunc sinus latitudinis valorem hunc habet

$$s = q\sin(\nu_{,} - (\Theta)) - p\cos(\nu_{,} - (\Theta))$$

et expressio (6) longitudinem reductam exhibens, si praeterea valor integralis $\int(1-\cos i)\,d\mathfrak{h}$ ex art. 7 substituitur, abit in

(n)..... $\cos i' = \cos I \cos i - \sin I \sin i \cos(\Theta - \mathfrak{h})$

(o)..... $\cos i = \cos I \cos i' + \sin I \sin i' \cos(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')$

Jam, differentiata relatione (o) art. 9, ope relationum (a) (b) et (k) statim prodit

$$dI = \cos(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,di' - \cos(\Theta - \mathfrak{h})\,di + \sin i' \sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,d\mathfrak{h}' - \sin i \sin(\Theta - \mathfrak{h})\,d\mathfrak{h}$$

Differentiata vero relatione (h), ope (f), (m) et (a) nanciscimur

$$d\Theta_{,} - d\mathfrak{h}' = \cos I(d\Theta - d\mathfrak{h}) - \cos i'(d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h}) + \sin I \sin(\Theta - \mathfrak{h})\,di.$$

Eodem modo relatio (f) una cum (e), (g) et (i) praebet

$$d\Theta - d\mathfrak{h} = \cos I(d\Theta_{,} - d\mathfrak{h}') + \cos i(d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h}) - \sin I \sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,di'.$$

Ex his duabus aequationibus facili opera evadunt hae

$$d\Theta_{,} + d\Theta - d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h} = \frac{\cos i - \cos i'}{1-\cos I}(d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h}) - \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,di' + \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin(\Theta - \mathfrak{h})\,di$$

$$d\Theta_{,} - d\Theta - d\mathfrak{h}' + d\mathfrak{h} = -\frac{\cos i + \cos i'}{1+\cos I}(d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h}) + \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,di' + \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin(\Theta - \mathfrak{h})\,di$$

Substitutis his aequationibus in

$$d(\varphi_{,} + \varphi) = d\Theta_{,} + d\Theta - d\mathfrak{h}' - d\mathfrak{h} + \cos i'\,d\mathfrak{h}' + \cos i\,d\mathfrak{h}$$

$$d(\varphi_{,} - \varphi) = d\Theta_{,} - d\Theta - d\mathfrak{h}' + d\mathfrak{h} + \cos i'\,d\mathfrak{h}' - \cos i\,d\mathfrak{h}$$

adjumento relationum (n) et (o), inveniuntur

$$d(\varphi_{,} + \varphi) = \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin i' \cos(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,d\mathfrak{h}' - \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,di' - \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin i \cos(\Theta - \mathfrak{h})\,d\mathfrak{h} + \frac{\sin I}{1-\cos I}\sin(\Theta - \mathfrak{h})\,di$$

$$d(\varphi_{,} - \varphi) = \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin i' \cos(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,d\mathfrak{h}' - \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin(\Theta_{,} - \mathfrak{h}')\,di' + \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin i \cos(\Theta - \mathfrak{h})\,d\mathfrak{h} - \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin(\Theta - \mathfrak{h})\,di$$

Quibus in aequationibus nec non in illa pro dI quantitates dp et dq loco di et $d\mathfrak{h}$, atque dp' et dq', quae illis analogae ad corpus perturbans spectant, loco di' et $d\mathfrak{h}'$ introducendae sunt, id quod fit per aequationes (8). Hinc nanciscimur has

$$dI = \sin\varphi_{,}\frac{dp'}{\cos i'} + \cos\varphi_{,}\frac{dq'}{\cos i'} - \sin\varphi\,\frac{dp}{\cos i} - \cos\varphi\,\frac{dq}{\cos i}$$

$$d(\varphi_{,} + \varphi) = \frac{1+\cos I}{\sin I}\cos\varphi_{,}\frac{dp'}{\cos i'} - \frac{1+\cos I}{\sin I}\sin\varphi_{,}\frac{dq'}{\cos i'} - \frac{1+\cos I}{\sin I}\cos\varphi\,\frac{dp}{\cos i} + \frac{1+\cos I}{\sin I}\sin\varphi\,\frac{dq}{\cos i}$$

Digitized by Google

$$d(\Phi_1-\Phi) = \frac{\sin I}{1+\cos I}\cos\Phi_1\frac{dp'}{\cos i'} - \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin\Phi_1\frac{dq'}{\cos i'}$$
$$+\frac{\sin I}{1+\cos I}\cos\Phi\frac{dp}{\cos i} - \frac{\sin I}{1+\cos I}\sin\Phi\frac{dq}{\cos i}$$

e quibus ope (18) dP et dQ brevi calculo tales evadunt

$$dP = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{dp'}{\cos i'} - \frac{dp}{\cos i}\right\} - \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{dq'}{\cos i'} + \frac{dq}{\cos i}\right\}$$
$$dQ = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{dq'}{\cos i'} - \frac{dq}{\cos i}\right\} + \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{dp'}{\cos i'} + \frac{dp}{\cos i}\right\}$$

Quae aequationes nec non illa pro $d(\Phi_1-\Phi)$, si valores ipsarum dp et dq ex (17) atque valores ipsarum dp' et dq' ex aequationibus ad corpus perturbans spectantibus et ipsis (17) analogis desumti substituti fuerint, per integrationem ipsas P, Q, et $\Phi_1-\Phi$ praebebunt, quae tum computationi perturbationum secundi altiorumque ordinum longitudinis, latitudinis et radii vectoris inservire poterunt. Sed quoties nonnisi perturbationes secundi ordinis harum coordinatarum computandae sunt, in P, Q, et $\Phi_1-\Phi$ termini primi ordinis tantum requiruntur, itaque sufficit, ut loco dp', dp, dq' et dq integralia earum terminos primi ordinis tantum continentia, omissis constantibus arbitrariis, substituantur, quo statim valores debiti ipsarum P, Q et $\Phi_1-\Phi$, quos δP, δQ et $\delta(\Phi_1-\Phi)$ denotabo, ex aequationibus praecedentibus evadant. Jam supponendo, in computatis $\delta p'$, δp, $\delta q'$ et δq arcum $\frac{1}{2}(\Phi_1+\Phi)$ subductum esse, valores ipsarum δP, δQ et $\delta(\Phi_1-\Phi)$ ope praecedentium aequationum supputandi ita se habent

$$\delta P = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{|\delta p'|}{\cos i'} - \frac{|\delta p|}{\cos i}\right\} - \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{|\delta q'|}{\cos i'} + \frac{|\delta q|}{\cos i}\right\}$$
$$\delta Q = \cos\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{|\delta q'|}{\cos i'} - \frac{|\delta q|}{\cos i}\right\} + \cos\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{|\delta p'|}{\cos i'} + \frac{|\delta p|}{\cos i}\right\}$$
$$\delta(\Phi_1-\Phi) = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}I\cos\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{|\delta p'|}{\cos i'} + \frac{|\delta p|}{\cos i}\right\} - \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}I\sin\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)\left\{\frac{|\delta q'|}{\cos i'} - \frac{|\delta q|}{\cos i}\right\}$$

Quum vero, ut art. 12 docet, manifestum sit, per subtractionem arcus Φ, vel, id quod in perturbationibus primi ordinis idem est, per subtractionem arcus (Θ) evasisse formulas simplicissimas pro computandis p et q: suppono id revera factum esse. Eadem ratione in computatis p' et q' accipio longitudinem nodi ascendentis orbitae m in m', hoc est $180°+(\Theta_1)$, vel $180°+\Phi$, subductam, sive $\delta p'$ et $\delta q'$ ope formularum ipsis (19) plane analogarum computatas esse. Quocirca necesse est, hae quantitates loco $|\delta p|$, $|\delta q|$, $|\delta p'|$ et $|\delta q'|$ in aequationes praecedentes introducantur.

Ut $|\delta p|$ et $|\delta q|$ eliminentur jam inserviunt aequationes (20), $|\delta p'|$ vero et $|\delta q'|$ per aequationes (22) invenientur, si in his arcus Φ' sive $180°+\Phi$, loco Φ, arcus $\frac{1}{2}(\Phi_1+\Phi)$ loco α et $\delta p'$ atque $\delta q'$ resp. loco $\frac{dp}{dt}$ atque $\frac{dq}{dt}$ substituti fuerint. Quo facto evadunt

$$|\delta p'| = -\delta p'\cos\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi) - \delta q'\sin\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)$$
$$|\delta q'| = \delta p'\sin\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi) - \delta q'\cos\tfrac{1}{2}(\Phi_1-\Phi)$$

Quarum aequationum atque (20) ope expressiones supra datae transeunt in simplicissimas has

$$\left.\begin{aligned}\delta P &= -\cos\tfrac{1}{2}I\left\{\frac{\delta p'}{\cos i'} + \frac{\delta p}{\cos i}\right\}\\ \delta Q &= -\cos\tfrac{1}{2}I\left\{\frac{\delta q'}{\cos i'} + \frac{\delta q}{\cos i}\right\}\\ \delta(\Phi_1-\Phi) &= -\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}I\left\{\frac{\delta p'}{\cos i'} - \frac{\delta p}{\cos i}\right\}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots(26)$$

quae terminos primi ordinis respectu massarum omnes qui in P, Q et $\Phi_1-\Phi$ existunt, continent. Licet e deductione modo peracta significatio signorum in his aequationibus adhibitorum lectori jam pateat, tamen breviter repeto, δp et δq nec non, mutatis mutandis $\delta p'$ et $\delta q'$ esse integralia aequationum (19) sine constantibus arbitrariis, atque, his substitutis, δP, δQ et $\delta(\Phi_1-\Phi)$ ita considerandas esse, ac si arcus $\frac{1}{2}(\Phi_1+\Phi)$ subtractus esset. Non dubium est, quin expressiones hae omnium simplicissimae sint. Praeterea conveniunt cum illis quibus in theoria Jovis et Saturni usus sum, (quoniam $\frac{\delta p'}{\cos i'}$, $\frac{\delta p}{\cos i}$ etc. eaedem sunt, quas illic p', p etc. denotaveram) termini igitur primi ordinis respectu massarum in δP et δQ, l. c. pag. 88 neglecti, hoc loco ad factorem $\cos\frac{1}{2}I$ reducti sunt; attamen quantitas $\delta(\Phi_1-\Phi)$ illic plane neglecta est.

Digitized by Google

15.

Computandis perturbationibus secundi ordinis respectu massarum in longitudine atque in radio vectore quantitas T, quam in theoria Jovis atque Saturni definivi, inservit. Quae quantitas considerari debet tanquam functio ipsarum $\lambda_{,}$, $\nu_{,}$, $\nu'_{,}$ etc. ρ, r, r' etc. P, Q, $\varphi_{,}-\varphi$ etc. *); quantitates vero $\lambda_{,}$ et ρ functiones sunt ipsarum $n\zeta$ et $l\rho$; $\nu_{,}$ et r ipsarum ns et lr; $\nu'_{,}$ et r' ipsarum $n's'$ et lr' et sic porro. Quum vero $\lambda_{,}$, $\nu_{,}$, $\nu'_{,}$ etc. cum illis loco citato λ, ν, ν', etc. denotatis plane congruant, eam tantum ipsius T partem, quae ex P, Q et $\varphi_{,}-\varphi$ nascitur hoc loco evolvam, nec ad partem eam quam reliquae quantitates praebent respiciam, quippe quae in theoria Jovis atque Saturni jam accurate evoluta sit. Habemus itaque

$$\delta T = \left(\frac{dT}{dP}\right)\delta P + \left(\frac{dT}{dQ}\right)\delta Q + \left(\frac{dT}{d(\varphi_{,}-\varphi)}\right)\delta(\varphi_{,}-\varphi)$$

De computandis $\left(\frac{dT}{dP}\right)$ et $\left(\frac{dT}{dQ}\right)$ omnia valent, quae in libro saepe memorato attuli, dummodo quotientea differentiales ipsius Ω, a quibus pendent, ita computentur, ut formulae hoc loco evolutae postulant, et idem valet de computanda $\left(\frac{dT}{d(\varphi_{,}-\varphi)}\right)$. Quum in δP, δQ et $\delta(\varphi_{,}-\varphi)$ ex aequationibus (26) depromendis arcus $\frac{1}{2}(\varphi_{,}+\varphi)$ subtractus sit, idem in quotientibus differentialibus ipsius Ω quibus hic utemur subtrahi debet. Fit igitur per aequationes (16)

$$\left(\frac{d\Omega}{dP}\right) = \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}$$

nec non

$$r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,dP}\right) = \left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right) + r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}$$

$$r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,dQ}\right) = r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,dI}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}$$

quae computationi ipsarum $\left(\frac{dT}{dP}\right)$ et $\left(\frac{dT}{dQ}\right)$ inserviunt, ut l.c. sub oculos cadit. Ad computationem ipsius $\left(\frac{dT}{d(\varphi_{,}-\varphi)}\right)$ quantitatibus $\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$..... atque $\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) - r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right]$ utemur, quae sequenti modo obtinebuntur. Quum sit $\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right) = -\left(\frac{d\Omega}{d\nu_{,}}\right)$, erit

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)$$

ubi S eandem quantitatem denotat, qua alibi in theoria perturbationum usus sum. Hinc statim prodit

$$\tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] + \left(\frac{dS}{dt}\right)\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{an}$$

Porro, e quantitate in libro saepe memorato V appellata evadit $r\frac{d^2S}{dr\,dt}$, mutato τ in t. Sed e praecedentibus habetur

$$r\frac{d^2S}{dr\,dt} = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)$$

erit igitur

$$\tfrac{1}{2}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) - r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right] = \tfrac{1}{2}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) + r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right] + \overline{\mathrm{V}}\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{an}$$

ubi linea ipsi V superposita indicat, τ in t mutandum esse. Quantitates $\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$ et $\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right)+r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right]$, quae ceteroquin usurpantur, eaedem sunt, quas alibi $\left(\frac{d\Omega}{d\Theta}\right)$ et $r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\Theta}\right)$ denotavi, ut per art. 10 facila probatur.

Praeterea quantitates illae sequenti modo exhiberi possunt. Altera aequatio (19) facile probat esse

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] = \frac{\sin I}{\cos i}\frac{dq}{dt} + \frac{dS}{dt}(1+\cos I)$$

et simili modo

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) - r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right] = \frac{\sin I}{\cos i}r\frac{d^2q}{dr\,dt} + \overline{\mathrm{V}}(1+\cos I)$$

Quae aequationes probant, approximative poni posse, quoties I parvus est

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right] = 2\frac{dS}{dt} = 2\overline{\mathrm{T}}$$

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_{,}}\right) - r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right] = 2\overline{\mathrm{V}}$$

sc. quia $\frac{dS}{dt} = \overline{\mathrm{T}}$. Jam ad $\left(\frac{dT}{d(\varphi_{,}-\varphi)}\right)$ obtinendam

*) Hoc etc. signum ad quantitates ipsis P, Q, et $\varphi_{,}-\varphi$ analogas referendum est, quae aderunt quoties plura corpora perturbantia existunt.

Digitized by Google

ponatur in formulis quae in theoria Jovis atque Saturni datae ipsam V praebent, $\frac{1}{2}\left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_,}\right)-\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]$ et..... $\frac{1}{2}\left[r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi_,}\right)-r\left(\frac{d^2\Omega}{dr\,d\varphi}\right)\right]$ resp. loco $r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$ et... $\left[r^2\left(\frac{d^2\Omega}{dr^2}\right)+r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right]$.

Facili calculo instituto reperi hos terminos in motu Jovis atque Saturni nullam vim habere.

16.

Quum in ipsarum p et q perturbationibus secundi ordinis respectu massarum termini ab ipsis nz, $n'z'$....lr, $l'r'$.... orientes iidem sint, quos in libro saepe memorato determinavi, hoc loco non nisi terminos quos P, Q et $\varphi_,-\varphi$ subministrant, considerabo.

Positis aequationibus his

$$\frac{dp_,}{dt} = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I-\left[\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}$$

$$\frac{dq_,}{dt} = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-\varepsilon^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\cos\tfrac{1}{2}I+\left[\frac{Q}{4}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)-\frac{P}{4}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\right]\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}$$

ex (17) inveniuntur hae

$$\frac{dp}{dt} = \left\{\frac{dp_,}{dt}+\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{P\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) - \left\{\frac{dq_,}{dt}+\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{Q\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)$$

$$\frac{dq}{dt} = \left\{\frac{dq_,}{dt}+\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{Q\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi) + \left\{\frac{dp_,}{dt}+\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{P\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)$$

Si in his aequationibus quantitatibus P, Q, $\varphi_,-\varphi$ et i resp. incrementa haec δP, δQ, $\delta(\varphi_,-\varphi)$ et δi attribuuntur facile eliciuntur, quae perturbationes secundi ordinis praebent, aequationes hae

$$\left|\frac{dp}{dt}\right| = (A\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)-B\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi))\,\delta P + (C\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)-D\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi))\,\delta Q + (E\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)-F\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi))\,\delta(\varphi_,-\varphi) + \left(\frac{P\cos i}{2\cos\frac{1}{2}I}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)-\frac{Q\cos i}{2\cos\frac{1}{2}I}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\frac{d\overset{2}{S}}{dt} - \left(\frac{d\overset{1}{p}}{dt}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)-\frac{d\overset{1}{q}}{dt}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i}$$

$$\left|\frac{dq}{dt}\right| = (B\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)+A\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi))\,\delta P + (D\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)+C\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi))\,\delta Q + (F\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)+E\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi))\,\delta(\varphi_,-\varphi) + \left(\frac{Q\cos i}{2\cos\frac{1}{2}I}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)+\frac{P\cos i}{2\cos\frac{1}{2}I}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\frac{d\overset{2}{S}}{dt} - \left(\frac{d\overset{1}{q}}{dt}\cos\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)+\frac{d\overset{1}{p}}{dt}\sin\tfrac{1}{2}(\varphi_,-\varphi)\right)\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i}$$

ubi brevitatis caussa

$$A = \left(\frac{d^2p_,}{dP\,dt}\right)+\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{d\cdot\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}}{dP}\cos i$$

$$B = \left(\frac{d^2q_,}{dP\,dt}\right)+\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{d\cdot\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}}{dP}\cos i$$

$$C = \left(\frac{d^2p_,}{dQ\,dt}\right)+\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{d\cdot\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}}{dQ}\cos i$$

$$D = \left(\frac{d^2q_,}{dQ\,dt}\right)+\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{d\cdot\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}}{dQ}\cos i$$

$$E = \left(\frac{d^2p_,}{d(\varphi_,-\varphi)\,dt}\right)-\tfrac{1}{2}\frac{d\overset{1}{q}}{dt}-\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{Q\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}$$

$$F = \left(\frac{d^2q_,}{d(\varphi_,-\varphi)\,dt}\right)+\tfrac{1}{2}\frac{d\overset{1}{p}}{dt}+\tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\frac{P\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}$$

posui, et $\overset{1}{p}$ atque $\overset{1}{q}$ terminos primi ordinis in p atque q, nec non $\overset{2}{S}$ terminos secundi ordinis in S denotant. Quum in harum aequationum coefficientibus ubique valores ii quantitatum quas involvunt substitui debeant, qui pro temporis epocha locum habeant, per aequationes (21) statim a $\left|\frac{dp}{dt}\right|$ et $\left|\frac{dq}{dt}\right|$ ad $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$ ubi arcus φ subtractus est transgredi licet. Hoc modo evadunt simpliciores hae

$$\frac{dp}{dt} = A\delta P + C\delta Q + E\delta(\varphi_,-\varphi) - \frac{d\overset{1}{p}}{dt}\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i}$$

$$\frac{dq}{dt} = B\delta P + D\delta Q + F\delta(\varphi_,-\varphi) - \frac{d\overset{1}{q}}{dt}\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i} + \frac{d\overset{2}{S}}{dt}\cdot tg\tfrac{1}{2}I\cos i$$

Sed in art. 13 in supputandis perturbationibus primi ordinis ipsarum p et q supposui arcum (Θ) loco φ subductum esse, quare necesse est, hoc loco idem subtrahatur. Evidens vero est, hac transmutatione expressiones praecedentes non

mutari, quoties e est quantitas primi ordinis, terminique tertii altiorumque ordinum negliguntur. At aequationes (24) duos continent terminos secundi ordinis, nempe $-\frac{dq}{dt}e$ et $\frac{dp}{dt}e$, quas omittere hoc loco non licet. Quibus ad expressiones praecedentes additis, aequationes hae

$$(27)\quad\begin{cases}\frac{dp}{dt} = A\delta P + C\delta Q + E\delta(\varphi,-\varphi) - \frac{dp}{dt}\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i} - \frac{dq}{dt}e \\ \frac{dq}{dt} = B\delta P + D\delta Q + F\delta(\varphi,-\varphi) - \frac{dq}{dt}\frac{\sin i\,\delta i}{\cos i} + \frac{dp}{dt}e + \frac{dS}{dt}\,tg\tfrac{1}{2}I\cos i\end{cases}$$

perturbationes secundi ordinis omnes continent. Termini primi ordinis, ut jam dixi, ope (19) computentur, nec non et constantes integralibus addendae, et e, et i ope formularum earundem obtinentur, quas in fine art. 13 dedi.

17.

Ad evolvendos coefficientes A, B etc. aequationes (14) subtracto $\frac{1}{2}(\varphi,+\varphi)$, praebent

$$\frac{dI}{dP} = 0,\quad \frac{dI}{dQ} = \frac{1}{\cos\frac{1}{2}I},\quad \frac{d(\varphi,+\varphi)}{dP} = \frac{1}{\sin\frac{1}{2}I},\quad \frac{d(\varphi,+\varphi)}{dQ} = 0$$

itaque

$$\frac{d.\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}}{dP} = \frac{1}{\cos\frac{1}{2}I},\quad \frac{d.\frac{P}{\cos\frac{1}{2}I}}{dQ} = 0,\quad \frac{d.\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}}{dP} = 0,\quad \frac{d.\frac{Q}{\cos\frac{1}{2}I}}{dQ} = \frac{1}{\cos^2\frac{1}{2}I}$$

Si jam differentiationes in expressionibus ipsarum A, B, etc. art. praec. indicatas perficiuntur, evadunt

$$A = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)tg\tfrac{1}{2}I\right\} + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\cdot\frac{\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}$$

$$B = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dQ^2}\right)\cos\tfrac{1}{2}I - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)tg\tfrac{1}{2}I\right\}$$

$$C = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dP^2}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)tg\tfrac{1}{2}I\right\}$$

$$D = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,dQ}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I} + \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\frac{tg\frac{1}{2}I}{\cos^2\frac{1}{2}I}\right\} + \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\cdot\frac{\cos i}{\cos^2\frac{1}{2}I}$$

$$E = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dQ\,d(\varphi,-\varphi)}\right)\cos\tfrac{1}{2}I + \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dP}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}\right\} - \tfrac{1}{2}\frac{dS}{dt}\cdot tg\tfrac{1}{2}I\cos i$$

$$F = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,d(\varphi,-\varphi)}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right)\cos\tfrac{1}{2}I\right\}$$

ubi in quotientibus differentialibus arcus $\frac{1}{2}(\varphi,+\varphi)$ subtrahendus est. Sub hac vero conditione aequationes (16) differentiatae praebent

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dP^2}\right) = \left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\varphi,^2}\right) + 2\left(\frac{d^2\Omega}{d\varphi,\,d\varphi}\right) + \left(\frac{d^2\Omega}{d\varphi^2}\right)\right]\frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}I} + \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,dQ}\right) = \left[\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\varphi,}\right) + \left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\varphi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I} - \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dQ^2}\right) = \left(\frac{d^2\Omega}{dI^2}\right)\frac{1}{\cos^2\frac{1}{2}I} + \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{\sin\frac{1}{2}I}{2\cos^2\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dP\,d(\varphi,-\varphi)}\right) = \left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\varphi,^2}\right) - \left(\frac{d^2\Omega}{d\varphi^2}\right)\right]\frac{1}{4\sin\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d^2\Omega}{dQ\,d(\varphi,-\varphi)}\right) = \left[\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\varphi,}\right) - \left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\varphi}\right)\right]\frac{1}{2\cos\frac{1}{2}I}$$

Porro habetur

$$\left(\frac{d\Omega}{dP}\right) = \left[\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dQ}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}$$

Digitized by Google

Quibus substitutis obtinentur

$$A = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}-\left[\left(\frac{d\Omega}{d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\Phi}\right)\right]\frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}\right\}+\frac{1}{4}\left(\frac{dS}{dt}\right)\frac{\cos i}{\cos\frac{1}{2}I}$$

$$B = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)+2\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,\,d\Phi}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]\frac{1}{4\sin^2\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}+\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I}\right\}$$

$$C = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d^2\Omega}{dI^2}\right)\frac{1}{\cos\frac{1}{2}I}$$

$$D = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)\right]\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}I\cos^2\frac{1}{2}I}-\left[\left(\frac{d\Omega}{d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\Phi}\right)\right]\frac{\cos I}{4\sin^2\frac{1}{2}I\cos^3\frac{1}{2}I}\right\}+\frac{1}{4}\left(\frac{dS}{dt}\right)\frac{\cos i}{\cos^2\frac{1}{2}I}$$

$$E = -\frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,dI}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi\,dI}\right)\right]+\left[\left(\frac{d\Omega}{d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\Phi}\right)\right]\frac{1}{4\sin\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}\right\}-\frac{1}{4}\left(\frac{dS}{dt}\right)tg\,\frac{1}{2}I\cos i$$

$$F = \frac{an\cos i}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]\frac{1}{4\sin\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}I}-\frac{1}{4}\left(\frac{d\Omega}{dI}\right)\right\}$$

Hoc loco $\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)+2\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,d\Phi}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)$ et $\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi_,}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)$ eaedem quantitates sunt, quas alibi per $\left(\frac{d^2\Omega}{d\Theta^2}\right)$ et $\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Theta}\right)$ denotavi. Quantitates vero $\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)$ et $\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi_,}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{dI\,d\Phi}\right)$ simili modo compntari possunt, ut quantitates analogae art. 15. Nempe habetur

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,^2}\right)+2\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,d\Phi}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi^2}\right)\right]+4\left(\frac{dT}{dP}\right)\sin\frac{1}{2}I$$

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,dI}\right)-\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi\,dI}\right)\right]=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left[\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi_,dI}\right)+\left(\frac{d^2\Omega}{d\Phi\,dI}\right)\right]+2\left(\frac{dT}{dQ}\right)\cos\frac{1}{2}I$$

ubi, ut ante, linea superscripta significat, τ in t mutandum esse. Ceterum formulas praecedentes accurata inspicientem non fugiet, quantitatem $\Phi_,-\Phi$ in p et q terminos proferre non posse, quin saltem per tertiam potestatem ineliuationis reciprocae multiplicati sint.

Restat ut δi evolvatur. Quum ad computandas perturbationes secundi ordinis in p et q non nisi termini primi ordinis ipsius δi requirantur, prior aequatio (8), substitutis integralibus aequationum (19) loco dp et dq, omissisque constantibus arbitrariis, valorem quaesitum praebet. Habemus igitur

$$\delta i = \sin[(\vartheta)-c-(\Theta)]\frac{\delta p}{\cos i}+\cos[(\vartheta)-c-(\Theta)]\frac{\delta q}{\cos i}$$

sive

$$\sin i\,\delta i = (p)\frac{\delta p}{\cos i}+(q)\frac{\delta q}{\cos i}$$

ubi, rejectis terminis secundi ordinis, poni potest

$$(p) = \sin(i)\sin[(\vartheta)-(\Theta)]$$
$$(q) = \sin(i)\cos[(\vartheta)-(\Theta)]$$

Quos terminos in theoria Jovis atque Saturni alio modo in calculum vocavi, sed methodus hic proposita illa simplicior videtur.

18.

In praecedentibus longitudines latitudinesque ad planum quodvis fixum sunt relatae, reliquum igitur est, ut ostendatur quomodo ad planum mobile referri possint.

Longitudo perihelii, quae ipsi ν inest, longitudo nodi et inclinatio orbitae per integrationem aequationum differentialium exhibitarum ita exprimuntur, ut functiones temporis et valorum illorum sint, quos accipiunt quotics vires perturbantes evanescunt, sive, quod hoc loco idem est, quoties $t = 0$ est. Jam casus duos distinguere possumus. Aut animo concipi potest, valores hos, puta (π), (ϑ) et (i) immediate dari, aut per longitudinem nodi ϑ_0 et inclinationem i_0 plani fixi ad aliud planum exprimi. De casu priore nil dicendum est, casus vero alter ad solutionem problematis propositi perducet. Quo in casu orbita corporis perturbati ad planum refertur, cujus inclinatio ad tertium quoddam planum i_0 est, et cujus nodus ascendens in hoc longitudinem ϑ_0 habet. Tum itaque habetur $(\pi) = \varphi(\vartheta_0, i_0)$, $(\vartheta) = \psi(\vartheta_0, i_0)$, $(i) = \chi(\vartheta_0, i_0)$ denotantibus φ, ψ et χ functiones quasdam. Sed profecto res una et eadem est, sive (π), (ϑ) et (i), sive $\varphi(\vartheta_0, i_0)$, $\psi(\vartheta_0, i_0)$ et $\chi(\vartheta_0, i_0)$ in aequationibus differentialibus ipsarum ζ, p et q substi-

Digitized by Google

tuuntur, dummodo functiones hae a tempore independentes sint; in utroque enim casu eosdem integralium valores redundaturos esse, manifestum est.

Licet nobis accipere, inter θ_0 et i_0 aequationem aliquam locum habere, dummodo tempus non contineat, qua re conclusiones nostrae nullo modo turbantur. Quam vero aequationem, introducta quantitate quadam arbitraria τ, in duas distribuere licet, quarum ope θ_0 et i_0 ex functionibus illis eliminari possunt, ita ut evadant $(\pi) = \varphi'\tau$, $(\theta) = \psi'\tau$ et $(i) = \chi'\tau$, ubi φ', ψ' et χ' functiones alias designant. Tali modo longitudo latitudoque corporis perturbati ad planum relatae erunt, cujus situs in spatio propter arbitrariam quantitatem τ indeterminatus est, quod planum igitur situ mutatur, prout τ ita sive aliter accipitur. Sed post integrationes peractas nihil impedit, quo minus tempus ipsum aut functionem quamlibet temporis loco τ ponamus, itaque orbita ad planum relata erit, quod cum tempore mobile est.

19.

En eorum quae modo exposui applicationem. Planum mobile eclipticae ad eclipticam certo determinatoque tempori respondentem, aut planum mobile aequatoris ad aequatorem certo tempori respondentem refertur ope aequationum talium

$$\sin i_0 \sin(\theta_0 - (\Theta)) = p_0 = \alpha_0 t + \beta_0 t^2 + \ldots.$$
$$\sin i_0 \cos(\theta_0 - (\Theta)) = q_0 = \alpha'_0 t + \beta'_0 t^2 + \ldots.$$

ubi i_0 inclinatio plani mobilis ad fixum, et θ_0 longitudo nodi ascendentis illius plani in hoc est, α_0, $\beta_0 \ldots$, vero et α'_0, $\beta'_0 \ldots$ coefficientes numericos denotant quorum α_0 et α'_0 primi, β_0 vero et β'_0 secundi ordinis respectu massarum sunt. Eliminato t inter aequationes praecedentes, aequationem inter i_0 et θ_0 adipiscimur, quae a tempore independens est. Casus igitur quem in art. praec. consideravi locum habet. Jam ante omnia oportet, (π), (i) et (θ) per i_0 et θ_0 exprimantur, id quod fit ope longitudinis perihelii $[\pi]$, inclinationis $[i]$ et longitudinis nodi $[\theta]$ orbitae respectu ejusdem plani ad quod i_0 et. θ_0 relatae sunt. Tum aequatio inter i_0 et θ_0, de qua modo locutus sum, adjumento quantitatis arbitrariae τ in duas distribui debet, quod quum infinite variis modis fieri possit, omnium simplicissimum erit, aequationes praecedentes, a quibus proficiscebamur posito τ loco t, restituere. Ergo ponatur

$$p_0 = \alpha_0\tau + \beta_0\tau^2 + \ldots.$$
$$q_0 = \alpha'_0\tau + \beta'_0\tau^2 + \ldots.$$

Hinc itaque nanciscemur $(\pi) = \varphi'(\tau)$, $(i) = \psi'(\tau)$ et $(\theta) = \chi'(\tau)$; quibus functionibus loco (π), (i) et (θ) in formulis differentialibus pro p, q et l substitutis et post integrationes peractas τ et t mutato, quantitates p, q et l ad eclipticam mobilem vel ad aequatorem mobilem relatae erunt, prout α_0, $\beta_0 \ldots$ α'_0, β'_0 ceteraeque constantes ad illud vel ad hoc planum spectant.

Consideremus triangulum sphaericum, ab orbita corporis perturbati temporis epochae respondente, a plano quod per i_0 et θ_0 datum est, et a plano ad quod i_0 et θ_0 referuntur, formatum. Jam denotavi orbitae inclinationem longitudinemque nodi ad hoc planum per $[i]$ et $[\theta]$ nec non longitudinem perihelii per $[\pi]$. Quo in triangulo latera duo sunt $(\theta) - \theta_0$ et $[\theta] - \theta_0$, tertium vero latus Δ appellabo; angulique his lateribus resp. oppositi sunt $180° - [i]$, (i) et i_0. Trigonometria vero sphaerica praebet relationes has

$$(28)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} \sin(i)\sin((\theta)-\theta_0) = \sin[i]\sin([\theta]-\theta_0) \\ \sin(i)\cos((\theta)-\theta_0) = -\cos[i]\sin i_0 + \sin[i]\cos i_0\cos([\theta]-\theta_0) \\ \sin(i)\sin\Delta = \sin i_0 \sin([\theta]-\theta_0) \end{cases}$$

quibus (i), (θ) et Δ in functione ipsarum i_0 et θ_0 exprimuntur. Si orbitae corporis perturbati planum temporis epochae respondens ad tertium planum refertur, argumentum latitudinis quodlibet per $u + \Delta$ expressum est, denotante u arcum quendam a loco corporis pendentem, longitudo itaque in orbita aequalis est huic $u + \Delta + [\theta]$. Sin eadem orbita ad secundum planum refertur, argumentum latitudinis eodem tempore est u, longitudo igitur in orbita $= u + (\theta)$. Eaedem vero longitudines etiam exprimuntur resp. per $\varphi + [\pi]$ et $\varphi + (\pi)$ denotante φ anomaliam veram. Ergo

$$u + \Delta + [\theta] = \varphi + [\pi]$$
$$u + (\theta) = \varphi + (\pi)$$

unde concluditur

$$(29)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\pi) = [\pi] + (\theta) - [\theta] - \Delta$$

Positis

$$(30)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} (p), = \sin(i)\sin[(\theta)-(\Theta)] \\ (q), = \sin(i)\cos[(\theta)-(\Theta)] \\ [p] = \sin[i]\sin[[\theta]-(\Theta)] \\ [q] = \sin[i]\cos[[\theta]-(\Theta)] \end{cases}$$

Digitized by Google

primae duae aequationes (28) praebent, nullo termino neglecto, ut in Astr. Nachr. Nr. 188 exposui,

$$\left.\begin{aligned}(p)_1 &= [p] - p_0 \cos[i] - p_0 \frac{[p]p_0 + [q]q_0}{1+\sqrt{(1-p_0^2-q_0^2)}} \\ (q)_1 &= [q] - q_0 \cos[i] - q_0 \frac{[p]p_0 + [q]q_0}{1+\sqrt{(1-p_0^2-q_0^2)}}\end{aligned}\right\} = \quad \ldots\ldots(31)$$

Habetur quoque

$$\sin^2(i) = (p)_1^2 + (q)_1^2$$

quae aequatio, substitutis valoribus ipsarum $(p)_1$ et $(q)_1$ ex praecedentibus aequationibus desumtis, neglectisque potestatibus tertiis altioribusque ipsarum p_0 et q_0, subministrat:

$$\sin^2(i) = \sin^2[i] - 2\cos[i]([p]p_0+[q]q_0) - ([p]p_0+[q]q_0)^2 + \cos^2[i](p_0^2+q_0^2)$$

hinc, radice extracta, prodit

$$\sin(i) = \sin[i] - \cot g[i]([p]p_0+[q]q_0) - \tfrac{1}{2}\frac{([p]p_0+[q]q_0)^2}{\sin^3[i]} + \tfrac{1}{2}\frac{\cos^2[i]}{\sin[i]}(p_0^2+q_0^2)$$

$$\cos(i) = \cos[i] + ([p]p_0+[q]q_0) - \tfrac{1}{2}\cos[i](p_0^2+q_0^2)$$

Quae aequationes post multiplicationem per $\cos[i]$ atque $\sin[i]$ et subtractionem praebent

$$(i)-[i] = -\frac{[p]p_0+[q]q_0}{\sin[i]} - \tfrac{1}{2}\frac{\cos[i]}{\sin^3[i]}([p]p_0+[q]q_0)^2 + \tfrac{1}{2}\cot g[i](p_0^2+q_0^2) \quad \ldots\ldots(32)$$

Praeterea prior aequatio praecedens facile praebet

$$\frac{1}{\sin(i)} = \frac{1}{\sin[i]} + \frac{\cos[i]}{\sin^3[i]}([p]p_0+[q]q_0) + \tfrac{1}{2}\frac{1+2\cos^2[i]}{\sin^5[i]}([p]p_0+[q]q_0)^2 - \tfrac{1}{2}\frac{\cos^2[i]}{\sin^3[i]}(p_0^2+q_0^2)$$

Positis in dextra parte aequationum harum

$$\sin[(\vartheta)-(\Theta)] = \frac{(p)_1}{\sin(i)}$$

$$\cos[(\vartheta)-(\Theta)] = \frac{(q)_1}{\sin(i)}$$

loco $(p)_1$, $(q)_1$ et $\sin(i)$ valoribus modo evolutis, duae aequationes oriuntur, e quibus simili modo ut $(i)-[i]$, evadit

$$(\vartheta)-[\vartheta] = \frac{\cos[i]}{\sin^2[i]}\left([p]q_0-[q]p_0\right) + \frac{\frac{1}{2}+\cot g^2[i]}{\sin^2[i]}\left([p][q]q_0^2+([p]^2-[q]^2)p_0q_0-[p][q]p_0^2\right) \quad \ldots\ldots(33$$

Tertia aequatio (28) statim subministrat hanc

$$\Delta = \frac{[p]q_0-[q]p_0}{\sin[i]\sin(i)}$$

quae, substituto valore ipsius $\frac{1}{\sin(i)}$, praebet

$$\Delta = \frac{[p]q_0-[q]p_0}{\sin^2[i]} + \frac{\cos[i]}{\sin^4[i]}\left([p][q]q_0^2+([p]^2-[q]^2)p_0q_0-[p][q]p_0^2\right) \quad \ldots\ldots(33^*)$$

ex aequationibus istis pro Δ et $(\vartheta)-[\vartheta]$ per subtractionem evadit

$$(\vartheta)-[\vartheta]-\Delta = -\frac{[p]q_0-[q]p_0}{1+\cos[i]} + \frac{[p][q]q_0^2+([p]^2-[q]^2)p_0q_0-[p][q]p_0^2}{2(1+\cos[i])^2} \quad \ldots\ldots(34)$$

Quum valor integralis $\int(1-\cos i)\,d\vartheta$ temporis epochae respondens per ε denotatus sit *), habemus pro eodem tempore secundum art. 2

$$(\pi_1) = (\pi) - \varepsilon$$

Jam si orbita corporis perturbati ad planum quoddam fixum refertur, fit $\nu = \nu_1$, quoties $\iota = 0$, itaque $(\pi_1) = (\pi)$ si $\varepsilon = 0$; sin vero orbita eadem ad planum quoddam mobile refertur, non modo $\iota = 0$ sed etiam $\tau = 0$ poni debet, ut fiat $\nu = \nu_1$, quare adipiscimur

$$(\pi_1) = [\pi]$$

quia hoc in casu $[\pi]$ ipsi ν tali modo inest, quali ν_1 ex (π_1)

*) V. art. 8.

composita est. Aequationes igitur praecedentes probant generaliter haberi

$$[\pi] = (\pi) - c$$

sive

$$c = (\pi) - [\pi] = (\vartheta) - [\vartheta] - \Delta$$

Itaque, adjumento expressionis (34) nanciscimur

$$c = \frac{[q]p_0 - [p]q_0}{1+\cos[i]} + \frac{[p][q]q_0^2 + ([p]^2 - [q]^2)p_0q_0 - [p][q]p_0^2}{2(1+\cos[i])^2}$$

Haec omnia sunt, quae ad longitudinis latitudinisque reductionem ad planum mobile requiruntur. Aequationes omnes modo evolutae respectu ipsarum p_0 et q_0 usque ad potestates tertias accuratae sunt, id quod in earum applicatione ad systema nostrum solare semper sufficit, respectu vero ipsarum $[p]$ et $[q]$ sive ipsius $[i]$ rigor geometricus laesus non est.

In computandis valoribus numericis quotientium differentialium ipsius Ω semper $c = 0$ ponere et loco φ, et φ resp. has (Θ_1) et (Θ) substituere licebit, dummodo quantitates hae ex $[i]$, $[\vartheta]$, $[i']$ et $[\vartheta']$ computatae fuerint, quod nunquam fieri non potest.

20.

Antequam ultimam correctionem qua ad computandas longitudines opus est tractabo, evolutionem aequationum art. praec. ulteriorem afferam, quo earum applicatio facilior reddatur. Substitutis loco p_0 et q_0 valoribus earum per τ expressis, facile invenitur

$$\cos(i) = \cos[i] + \cos[i]\,A\tau$$
$$c = D\tau + D'\tau^2$$

ubi

$$A = \frac{[p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0}{\cos[i]}; \quad D = \frac{[q]\alpha_0 - [p]\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$

$$D' = \frac{[q]\beta_0 - [p]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \frac{([p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0)([q]\alpha_0 - [p]\alpha'_0)}{2(1+\cos[i])^2}$$

Constantes arbitrariae integralibus aequationum (19) et (27) addendae, et ex (24*) desumendae, sunt

$$(p) = (p)_1 \cos c - (q)_1 \sin c$$
$$(q) = (q)_1 \cos c + (p)_1 \sin c$$

quae itaque, ope valorum ipsarum $(p)_1$, $(q)_1$ et c art. praec. abeunt in has

$$(p) = [p] + B\tau + B'\tau^2$$
$$(q) = [q] + C\tau + C'\tau^2$$

ubi

$$B = -\alpha_0 + [p]\frac{[p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$

$$B' = -\beta_0 + [p]\frac{[p]\beta_0 + [q]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \tfrac{1}{2}[p](\alpha_0^2 + \alpha_0'^2)$$

$$C = -\alpha'_0 + [q]\frac{[p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$

$$C' = -\beta'_0 + [q]\frac{[p]\beta_0 + [q]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \tfrac{1}{2}[q](\alpha_0^2 + \alpha_0'^2)$$

Jam accipio, ex integratis aequationibus (19) et (27), substituto $\cos[i]$ loco $\cos(i)$, omissisque terminis per c multiplicatis nec non constantibus arbitrariis, prodiisse

$$\alpha t + \beta t^2 + (i,i')_1 \sin(ig+i'g') + (i,i')_c \cos(ig+i'g') \ldots \text{pro } p$$
$$\text{et } \alpha' t + \beta' t^2 + [i,i']_1 \sin(ig+i'g') + [i,i']_c \cos(ig+i'g') \ldots \text{pro } q$$

Hinc, terminis illis restitutis, evadit

$$(36) \ldots \begin{cases} p = [p] + B\tau + \alpha t + B'\tau^2 + \beta t^2 + (A\alpha - D\alpha')\tau t \\ \quad + (i,i')_1 \sin(ig+i'g') + (i,i')_c \cos(ig+i'g') \\ \quad + (A(i,i')_1 - D[i,i']_1)\tau \sin(ig+i'g') + (A(i,i')_c - D[i,i']_c)\tau\cos(ig+i'g') \\ q = [q] + C\tau + \alpha' t + C'\tau^2 + \beta' t^2 + (A\alpha' + D\alpha)\tau t \\ \quad + [i,i']_1 \sin(ig+i'g') + [i,i']_c \cos(ig+i'g') \\ \quad + (A[i,i']_1 + D(i,i')_1)\tau \sin(ig+i'g') + (A[i,i']_c + D(i,i')_c)\tau\cos(ig+i'g') \end{cases}$$

ubi restat, ut τ in t mutetur *).

Quantum ad terminos periodicos, in theoria Jovis atque Saturni demonstravi, eos quam proxime in latitudine prolaturos esse hos

$$\delta s = -\tfrac{1}{2}\{(i,i')_1 - [i,i']_c\}\sin[(i+1)g + i'g' + \omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\{(i,i')_c + [i,i']_1\}\cos[(i+1)g + i'g' + \omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\{(i,i')_1 + [i,i']_c\}\sin[(i-1)g + i'g' - \omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\{(i,i')_c - [i,i']_1\}\cos[(i-1)g + i'g' - \omega]$$

quorum ceteroquin duo plerumque minutissimi sunt. Termini igitur periodici in (36) per τ multiplicati praebent in latitudine hos

*) Superfluum fortasse erit animadvertere, in his formulis i et i' inclinationes non designare, sed numeros integros esse, signa vero $(i,i')_1$, $(i,i')_c$, $[i,i']_1$ et $[i,i']_c$ functiones ipsarum i et i' denotare, quarum indoles ex praecedentibus sponte pateat.

Digitized by Google

$$-\tfrac{1}{2}\left\{ A((i,i')_s - [i,i']_c) - D((i,i')_c + [i,i']_s)\right\}\tau \sin[(i+1)g + i'g' + \omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\left\{ A((i,i')_c + [i,i']_s) + D((i,i')_s - [i,i']_c)\right\}\tau \cos[(i+1)g + i'g' + \omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\left\{ A((i,i')_s + [i,i']_c) + D((i,i')_c - [i,i']_s\right\}\tau \sin[(i-1)g + i'g' - \omega]$$
$$-\tfrac{1}{2}\left\{A((i,i')_c - [i,i']_s) - D((i,i')_s + [i,i']_c)\right\}\tau \cos[(i-1)g + i'g' - \omega]$$

Unde sequitur, si terminus quicunque periodicus ipsius s, ratione non habita ipsius τ, denotatur per

$$\left.\begin{array}{l} E\sin(ig + i'g' + \omega) + F\cos(ig + i'g' + \omega) \\ + G\sin(ig + i'g' - \omega) + H\cos(ig + i'g' - \omega)\end{array}\right\} \quad (37)$$

accessuros esse, quam proxime, terminos hos

$$\left.\begin{array}{l} (AE - DF)t\sin(ig + i'g' + \omega) + (AF + DE)t\cos(ig + i'g' + \omega) \\ + (AG + DH)t\sin(ig + i'g' - \omega) + (AH - DG)t\cos(ig + i'g' - \omega)\end{array}\right\} \quad (38)$$

21.

Reductioni longitudinis ad planum fixum aut mobile aequatio (25) inservit, quae tamen satis implicita videtur. Differentiata vero, dum $\nu_\prime$ constans ponatur, expressionem praebet persimplicem hanc

$$d(l-\nu_\prime) = \tfrac{1}{2}\frac{q\,dp - p\,dq + (p\,dp - q\,dq)\sin 2(\nu_\prime - (\Theta)) + (q\,dp + p\,dq)\cos 2(\nu_\prime - (\Theta))}{[1 - \tfrac{1}{2}(p^2+q^2) + \tfrac{1}{2}(q^2-p^2)\cos 2(\nu_\prime - (\Theta)) + pq\sin 2(\nu_\prime - (\Theta))]\sqrt{(1-p^2-q^2)}} \quad (39)$$

quae praeterea ad theoremata duo insignia viam munit.

Quum reductio differentialis ad hanc formam haud simplex appellari possit, in gratiam lectorum praecipua ejus momenta afferre, a re esse putavi. Quem in finem ante omnia aequationem appono identicam hanc

$$(p^2+q^2) = (1+\sqrt{(1-p^2-q^2)})\,(1-\sqrt{(1-p^2-q^2)})$$

qua pluries utar. Tum, posito

$$x = \frac{2pq\cos\alpha - (q^2-p^2)\sin\alpha}{(1+\sqrt{})^2 + 2pq\sin\alpha + (q^2-p^2)\cos\alpha}$$

ubi brevitatis caussa

$$\alpha = 2(\nu_\prime - (\Theta)) \text{ et } \sqrt{} = \sqrt{(1-p^2-q^2)}$$

scripsi, aequatio (25) statim praebet

$$d(l-\nu_\prime) = \frac{q\,dp - p\,dq}{(1+\sqrt{})\sqrt{}} + \frac{dx}{1+x^2}$$

E valore vero ipsius x modo allato emergit

$$1+x^2 = \frac{(1+\sqrt{})^4 + 4(1+\sqrt{})^2 pq\sin\alpha + 2(1+\sqrt{})^2(q^2-p^2)\cos\alpha + (q^2-p^2)^2 + 4p^2q^2}{D^2}$$

designante D denominatorem ipsius x. Quum vero sit

$$(q^2-p^2)^2 + 4p^2q^2 = (q^2+p^2)^2 = (1+\sqrt{})^2(1-\sqrt{})^2$$

aequatio praecedens facile transmutatur in hanc

$$1+x^2 = \frac{4(1+\sqrt{})^2[1 - \tfrac{1}{2}(p^2+q^2) + pq\sin\alpha + \tfrac{1}{2}(q^2-p^2)\cos\alpha]}{D^2}$$

Differentiando vero expressionem ipsius x, dum α quasi constans tractetur, prodit

$$dx = 2\frac{\left\{\begin{array}{l}(p\,dq + q\,dp)(1+\sqrt{})^2\cos\alpha - (q\,dq - p\,dp)(1+\sqrt{})^2\sin\alpha - 2pq(q\,dq - p\,dp) \\ + (q^2-p^2)(p\,dq + q\,dp) + 2pq\frac{1+\sqrt{}}{\sqrt{}}(p\,dp + q\,dq)\cos\alpha - (q^2-p^2)\frac{1+\sqrt{}}{\sqrt{}}(p\,dp + q\,dq)\sin\alpha\end{array}\right\}}{D^2}$$

Sed identica est

$$-2pq(q\,dq - p\,dp) + (q^2-p^2)(p\,dq + q\,dp) = (p^2+q^2)(q\,dp - p\,dq)$$
$$= (1+\sqrt{})(1-\sqrt{})(q\,dp - p\,dq)$$

quare

$$dx = 2\frac{\left\{\begin{array}{l}(p\,dq + q\,dp)(1+\sqrt{})\sqrt{}\cdot\cos\alpha - (q\,dq - p\,dp)(1+\sqrt{})\sqrt{}\cdot\sin\alpha \\ + 2pq(p\,dp + q\,dq)\cos\alpha - (q^2-p^2)(p\,dp + q\,dq)\sin\alpha + (q\,dp - p\,dq)(1-\sqrt{})\sqrt{}\end{array}\right\}(1+\sqrt{})}{D^2\sqrt{}}$$

Digitized by Google

Divisa hac formula per valorem ipsius $1+x^2$ modo evolutum additaque quantitate $\frac{q\,dp - p\,dq}{(1+\sqrt{})\sqrt{}}$, postquam ad eundem denominatorem reducta est, invenitur

$$d(l-\nu) = \tfrac{1}{4}\,\frac{\left\{\begin{array}{l}[(p\,dq+q\,dp)(1+\sqrt{})\sqrt{} + 2pq(p\,dp+q\,dq) + (q^2-p^2)(q\,dp-p\,dq)]\cos\alpha \\ -[(q\,dq-p\,dp)(1+\sqrt{})\sqrt{} - 2pq(q\,dp-p\,dq) + (q^2-p^2)(p\,dp+q\,dq)]\sin\alpha \\ +(q\,dp-p\,dq)\,[(1-\sqrt{})\sqrt{} + 2 - (p^2+q^2)]\end{array}\right\}}{[1-\tfrac{1}{4}(p^2+q^2) + pq\sin\alpha + \tfrac{1}{4}(q^2-p^2)\cos\alpha]\,(1+\sqrt{})\sqrt{}}$$

Sed habetur identice

$$\begin{aligned} 2pq(p\,dp+q\,dq) + (q^2-p^2)(q\,dp-p\,dq) &= (p\,dq+q\,dp)(p^2+q^2) \\ &= (p\,dq+q\,dp)(1+\sqrt{})\,(1-\sqrt{}) \\ -2pq(q\,dp-p\,dq) + (q^2-p^2)(p\,dp+q\,dq) &= (q\,dq-p\,dp)(p^2+q^2) \\ &= (q\,dq-p\,dp)(1+\sqrt{})\,(1-\sqrt{}) \\ 2-(p^2+q^2) = 2-(1+\sqrt{})(1-\sqrt{}) &= 1+\sqrt{}^2 \end{aligned}$$

Quibus valoribus in formula praecedenti substitutis, statim fere expressio (39) emergit.

Jam numerator huius expressionis, substitutis.....

$$2\,[dp\cos(\nu_{,}-(\Theta)) - dq\sin(\nu_{,}-(\Theta))]\,[q\cos(\nu_{,}-(\Theta)) + p\sin(\nu_{,}-(\Theta))]$$

Sed

$$dq\sin(\nu_{,}-(\Theta)) - dp\cos(\nu_{,}-(\Theta)) = ds$$

Substitutis his valoribus in (39), eliminatisque p et q ope expressiones earum per i et $f\cos i\,d\theta$, elicitur

$$d(l-\nu_{,}) = -ds\,\frac{tg\,i\cos(\nu_{,}-f\cos i\,d\theta)}{1-\sin^2 i\,\sin^2(\nu_{,}-f\cos i\,d\theta)}$$

Quae aequatio, si neglecto quadrato vis perturbantis integratur, praebet

$$(40)\qquad l = \nu_{,} + R + c - ds\,\frac{tg\,(i)\cos(\nu_{,}-(\delta))}{1-\sin^2(i)\,\sin^2(\nu_{,}-(\delta))}$$

ubi $R+c$ constans integrali adjecta est. Quantitas R per hanc aequationem datur

$$tg\,R = -\frac{tg^2\tfrac{1}{2}(i)\sin 2(\nu_{,}-(\delta))}{1+tg^2\tfrac{1}{2}(i)\cos 2(\nu_{,}-(\delta))}$$

valor vero ipsius c in art. praec. datus est. Quoties planum ad quod longitudines reducuntur fixum est, habetur $c=0$, et ipsarum (i) et (δ) valores numerici certi determinatique sunt. Aequationes igitur praecedentes hoc continent

Theorema I.

„Perturbationes primi ordinis respectu massarum reductionis longitudinum in orbita ad planum quodlibet „fixum, ne minimis quidem neglectis, producto constant „perturbationum sinus latitudinis in quantitatem, quae solam „variabilem $\nu_{,}$ continet."

Quod theorema facile ad planum reductionis mobile extenditur. Hoc in casu (i) et (δ) functiones ipsarum $[i]$, $[\delta]$ et indeterminatae τ sunt, ut supra ostendi, illos itaque quantitates secundum τ differentiare nobis licet. Sed R, postquam quantitas haec

$$\int\frac{(q)\,d'(p)-(p)\,d'(q)}{(1+\sqrt{}(1-(p)^2-(q)^2))\sqrt{}(1-(p)^2-(q)^2)}$$

ei addita est, et valor ipsius $l-\nu_{,}$ ex aequatione (25) desumtus ejusdem formae sunt, differentiata itaque R, expressio ipsi (39) plane similia necessaria prodit, in qua vero differentialia ad ipsum τ referenda sunt. Posito itaque

$$c' = -\int\frac{(q)\,d'(p)-(p)\,d'(q)}{(1+\sqrt{}(1-(p)^2-(q)^2))\sqrt{}(1-(p)^2-(q)^2)}$$

habetur

$$(41)\qquad d'R = \tfrac{1}{4}\,\frac{(q)\,d'(p)-(p)\,d'(q)+((p)\,d'(p)-(q)\,d'(q))\sin 2(\nu_{,}-(\Theta))+((q)\,d'(p)+(p)\,d'(q))\cos 2(\nu_{,}-(\Theta))}{[1-\tfrac{1}{4}((p)^2+(q)^2)+\tfrac{1}{4}((q)^2-(p)^2)\cos 2(\nu_{,}-(\Theta))+(p)(q)\sin 2(\nu_{,}-(\Theta))]\sqrt{}(1-(p)^2-(q)^2)} + d'c'$$

ubi d' differentiale respectu ipsius τ designat. Quae expressio, quum simili modo transformari possit, ut expressio (39), praebet, quoties quadratum virium perturbantium negligitur,

$$(42)\qquad R = R' + c' - \delta'(s)\,\frac{tg\,[i]\cos(\nu_{,}-[\delta])}{1-\sin^2[i]\,\sin^2(\nu_{,}-[\delta])}$$

Digitized by Google

ubi $\delta'(s)$ eam sinus latitudinis perturbationum partem designat, quae functio ipsius τ per constantes arbitrarias (p) et (q) in sinu latitudinis verae introducta est, R' constantem integrationi additam et per hanc aequationem computandam

$$tg\, R' = -\frac{tg^2 \frac{1}{2}[i] \sin 2(\nu_{,} - [\theta])}{1 + tg^2 \frac{1}{2}[i] \cos 2(\nu_{,} - [\theta])} \quad \ldots\ldots (43)$$

denotat, et c' formula hac datur

$$c' = -\frac{[q]\,\delta'(p) - [p]\,\delta'(q)}{\cos[i]\,(1 + \cos[i])} \quad \ldots\ldots (44)$$

Quum quadratum virium perturbantium hoc loco neglexerim, in factore ipsius δs in (40) $[i]$ et $[\theta]$ resp. loco (i) et (θ) ponere licitum est, unde obtinebis, si valorem ipsius R ex (42) substitueris

$$l = \nu_{,} + R' + c' + c - (\delta s + \delta'(s)) \frac{tg\,[i] \cos(\nu_{,} - [\theta])}{1 - \sin^2[i] \sin^2(\nu_{,} - [\theta])}$$

ubi, ut rem disertis verbis definiam, habetur

$$\delta s + \delta'(s) = s - \sin[i] \sin(\nu_{,} - [\theta])$$

Quae aequationes hoc praebent

Theorema II.

„Perturbationes primi ordinis respectu massarum reductionis longitudinum in orbita ad planum quodlibet „mobile, ne minimis quidem neglectis, ut supra, producto constant perturbationum sinus latitudinis in quantitatem, quae solam variabilem $\nu_{,}$ continet, cui vero producto hoc in casu quantitas $c + c'$ addenda est.

Facile vero perspicitur, theorema primum in theoremate secundo quasi casum specialem contineri. — Perturbationes primi ordinis respectu massarum in hac reductione plerumque sufficiunt, itaque per hoc theorema facillime in calculum vocari possunt, quando tamen acciderit, ut ad perturbationes secundi ordinis respicere oporteret, formula (39) commode usurpatur. Quo in casu substituantur valores ipsarum p, q, dp et dq, quales per aequationes (36) exhibiti sunt, post peractam integrationem, ubi $\nu_{,}$ tamquam constans spectanda erat, mutetur τ in t et substituatur loco $\nu_{,}$ valor ejus verus perturbatus. Constans integrali addenda semper est $= R + c$, ubi R ex integrata expressione (41) obtinetur, cui tamquam constans arbitraria R' ex (43) desumenda addi debet.

22.

Ne quid desit, de puncto initiali longitudinum in sequentibus agere mihi propositum est. Longitudines ad planum mobile relatae, quales in praecedentibus derivatae sunt, initium ducunt a puncto fixo in plano fixo ad quod tum orbita corporis perturbati ope $[p]$ et $[q]$, tum planum mobile ope p_0 et q_0 relatum est, quod punctum fixum secundum morem suetum nihil aliud est, nisi aequinoctium vernale illi tempori respondens, quo planum mobile cum plano fixo coincidit, vel quod idem est, aequinoctium vernale temporis epochae respondens. Item, punctum initiale dici potest id, quod in plano mobili ab intersectione huius plani cum isto plano fixo retrorsum tantum distat, quantum illud aequinoctium vernale ab eadem intersectione directione eadem remotum est. Ergo, quum astronomi longitudines cuivis tempori respondentes ab aequinoctio vernali ejusdem temporis numerent, longitudinibus hic l appellatis, etiamsi praecessio lunisolaris et nutatio non existerent, correctione adhuc opus est. Quae tamen correctio non eadem est, sive longitudines ad eclipticam mobilem, sive ad aequatorem mobilem reducturus es, quare hos casus duos seorsim tractari nos oportet.

23.

Initium indagandae correctionis faciamus, ubi longitudines ad eclipticam mobilem reducendae sunt. Quo in casu calculi elementa ex triangulo ab ecliptica fixa temporis epochae respondente, ab ecliptica mobili tempore t et ab aequatore ejusdem temporis formato petenda sunt. Designantibus ψ arcum quem, tempore t elapso, intersectio aequatoris retrocedens in fixa ecliptica percucurrit (sive ψ summam praecessionis lunisolaris et nutationis longitudinis tempore t), h longitudinem nodi ascendentis eclipticae mobilis in fixa, erit latus trianguli nostri ab ecliptica fixa praebitum $\psi + h$; jam transfer arcum h ab eodem nodo in trianguli latus quod eclipticae mobilis pars est, et nomina residuum huius lateris $\psi_{,}$, tum latus hoc integrum erit $\psi_{,} + h$ et simul $\psi_{,}$ correctio quaesita longitudinum ad eclipticam mobilem reductarum, (sive $\psi_{,}$ summa praecessionis generalis et nutationis longitudinis), tertium trianguli nostri latus, quod aequatoris mobilis pars est, λ nominatum sit. Jam inclinatione eclipticae fixae cum mobili φ, obliquitate aequatoris mobilis erga eclipticam fixam a atque obliquitate erga eclipticam mobilem $\varepsilon_{,}$ designatis, erunt anguli lateribus $\psi + h$, $\psi_{,} + h$ et λ resp. oppositi $180° - \varepsilon_{,}$, ε et φ. Per trigonometriam igitur sphaericam elicitur

Digitized by Google

$$\sin\varepsilon_1 \sin(\psi_1+h) = \sin\varepsilon \sin(\psi+h)$$
$$\sin\varepsilon_1 \cos(\psi_1+h) = \cos\varepsilon \sin\varphi + \sin\varepsilon \cos\varphi \cos(\psi+h)$$
$$\sin\varepsilon_1 \sin\lambda = \sin\varphi \sin(\psi+h)$$

Comparatis his aequationibus cum (28), emergit, illas ex his evasuras esse, quoties $(\theta)-\theta_0$ in ψ_1+h; $[\theta]-\theta_0$ in $\psi+h$; Δ in λ; i_0 in φ; $[i]$ in $180°-\varepsilon$ et (i) in $180°-\varepsilon_1$ mutantur. Quantum ad (i) aequationes illae proprie quidem in suspenso relinquunt, utrum in ε_1, an in $180°-\varepsilon_1$ mutande sit, sed quum non dubium sit, quin $[i]$ in $180°-\varepsilon$ mutari debeat, profecto (i) in ε_1 transire nequit, quoniam anguli hi non aliter quam illi directione eadem numerati sunt. Aequationes itaque omnes ab (28) derivatae, mutatis mutandis de praecedentibus quoque valent. Quamobrem aequationes (32), (33) et (33*), postquam loco $[p]$, p_0 etc. valores earum per $[i]$, i_0 etc. expressi substituti fuerint in has transmutabuntur.

$$(45)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\varepsilon_1 = \varepsilon + \sin\varphi \sin(\psi+h) + \frac{1}{2}\sin^2\varphi \operatorname{cotg}\varepsilon \sin^2(\psi+h)\\ \psi_1 = \psi - \operatorname{cotg}\varepsilon \sin\varphi \sin(\psi+h) + (\frac{1}{2}+\operatorname{cotg}^2\varepsilon)\sin^2\varphi \sin(\psi+h)\cos(\psi+h)\\ \lambda = \operatorname{cosec}\varepsilon \sin\varphi \sin(\psi+h) - \operatorname{cotg}\varepsilon \operatorname{cosec}\varepsilon \sin^2\varphi \sin(\psi+h)\cos(\psi+h)\end{cases}$$

Jam accipio esse

$$\sin\varphi \sin h = \gamma t + \delta t^2$$
$$\sin\varphi \cos h = \gamma' t + \delta' t^2$$

tum secundum ill. *Poisson* habetur *)

$$\varepsilon = k + \Delta\varepsilon + \tfrac{1}{2}\zeta^2\gamma t^2$$
$$\psi = \Delta\psi + \zeta t + \left\{\frac{3\varepsilon f}{2(1+\omega)} + \gamma' \operatorname{cotg} 2k\right\}\zeta^2 t^2$$

ubi temporis epochae respondentes ζ praecessio lunisolaris annua, k obliquitas eclipticae et ε excentricitas orbitae terrae sunt; f vero ipsius ε variationem annuam, ω rationem vis attractivae lunae ad vim solis in sphaeroidem telluris **) et $\Delta\psi$ atque $\Delta\varepsilon$ resp. nutationem longitudinis atque obliquitatis eclipticae denotant.

Aequationes (45), si potestates ipsius ψ secunda altiores rejiciuntur, abeunt in has

$$\varepsilon_1 = \varepsilon + \sin\varphi\cos h - \psi\sin\varphi\sin h + \tfrac{1}{2}\operatorname{cotg}\varepsilon\sin^2\varphi\sin h\cos h$$
$$\psi_1 = \psi - \psi\operatorname{cotg}\varepsilon\sin\varphi\cos h - \operatorname{cotg}\varepsilon\sin\varphi\sin h + (\tfrac{1}{2}+\operatorname{cotg}^2\varepsilon)\sin^2\varphi\sin h\cos h$$
$$\lambda = \operatorname{cosec}\varepsilon\sin\varphi\sin h + \psi\operatorname{cosec}\varepsilon\sin\varphi\cos h - \operatorname{cotg}\varepsilon\operatorname{cosec}\varepsilon\sin^2\varphi\sin h\cos h$$

e quibus, substitutis expressionibus praecedentibus, neglectisque productis ipsarum $\Delta\psi$, $\Delta\varepsilon$ in γ, γ' etc., elicitur

$$\varepsilon_1 = k + \Delta\varepsilon + \gamma' t + \left\{\delta' - \tfrac{1}{2}\zeta^2\gamma + \tfrac{1}{2}\gamma^2\operatorname{cotg} k\right\}t^2$$
$$\psi_1 = \Delta\psi + \left\{\zeta - \gamma\operatorname{cotg} k\right\}t + \left\{\frac{3\varepsilon f\zeta^2}{2(1+\omega)} - \frac{\frac{1}{2}\gamma'\zeta}{\sin k\cos k} - \delta\operatorname{cotg} k + \gamma\gamma'\operatorname{cotg}^2 k + \tfrac{1}{2}\gamma\gamma'\right\}t^2$$
$$\lambda = \frac{\gamma}{\sin k}t + \left\{\frac{\delta}{\sin k} + \frac{\zeta^2\gamma'}{\sin k} - \gamma\gamma'\frac{\cos k}{\sin^2 k}\right\}t^2$$

Aequatio haec pro ψ_1 paullulum discrepat ab illa quam ill. *Poisson* l. c. prodidit, cuius rei causa in eo posita est, quod egregius ille geometra punctum initiale longitudinum, antequam praecessio nutatioque addita est, paullulum aliter supponit.

Posthac longitudo vera corporis perturbati ad planum eclipticae mobilis reducta et ab aequinoctio vernali tempori t respondente, hoc est secundum morem suetum numerata erit $= l + \psi_1$.

Quantitates supra i_0 atque θ_0 nominatae et φ atque h resp. identicae sunt, quare, quum habeatur

$$p_0 = \alpha_0 t + \beta_0 t^2 = \sin\varphi\sin(h-(\Theta)) = \sin\varphi\sin h\cos(\Theta) - \sin\varphi\cos h\sin(\Theta)$$
$$q_0 = \alpha'_0 t + \beta'_0 t^2 = \sin\varphi\cos(h-(\Theta)) = \sin\varphi\cos h\cos(\Theta) + \sin\varphi\sin h\sin(\Theta)$$

evadunt

$$\alpha_0 t + \beta_0 t^2 = \left\{\gamma t + \delta t^2\right\}\cos(\Theta) - \left\{\gamma' t + \delta' t^2\right\}\sin(\Theta)$$
$$\alpha'_0 t + \beta'_0 t^2 = \left\{\gamma' t + \delta' t^2\right\}\cos(\Theta) + \left\{\gamma t + \delta t^2\right\}\sin(\Theta)$$

*) V. *Poisson*, mémoire sur le mouvement de la terre autour de son centre de gravité (Mém. de l'ac. d. sc. Tome VII. pag. 248.)

**) Accepta e. g. massa lunae $\frac{1}{75}$ massae terrae, habetur $\omega = 2{,}35333$.

Digitized by Google

quae comparatae praebent

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 &= \gamma \cos(\Theta) - \gamma' \sin(\Theta) \\ \beta_0 &= \delta \cos(\Theta) - \delta' \sin(\Theta) \\ \alpha'_0 &= \gamma' \cos(\Theta) + \gamma \sin(\Theta) \\ \beta'_0 &= \delta' \cos(\Theta) + \delta \sin(\Theta) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (46)$$

24.

Restat ut correctio definiatur, quam longitudinum ad aequatorem mobilem reductarum punctum initiale pati debet, ut in aequinoctio vernali mobili semper jaceat. Fingatur triangulum sphaericum inter eclipticam certo determinatoque tempori respondentem, aequatorem ejusdem temporis et aequatorem pro tempore indefinito t. Designantibus Φ' et h' inclinationem et longitudinem nodi ascendantis aequatoris mobilis in aequatorem fixum, nec non λ' residuum trianguli nostri lateris, quod aequatoris mobilis pars est, si latus, quod aequatoris fixi pars est, subduxeris, tum erunt huius trianguli latera ψ, $\lambda' + h'$ et h', angulique iis resp. oppositi Φ', $180^\circ - k$ et ε.

Si λ' ad longitudines additur, efficitur ut initium suum ab intersectione aequatoris mobilis cum ecliptica fixa ducant, quae vero intersectio secundum art. praec. ab aequinoctio vernali mobili arcu λ directione inversa abest, designata igitur correctione longitudinum quaesita per $\psi_{,,}$ erit

$$\psi_{,,} = \lambda' - \lambda$$

Trigonometria sphaerica inter illas quantitates praebet relationes has

$$\begin{aligned} \sin\Phi' \sin h' &= \sin\varepsilon \sin\psi \\ \sin\Phi' \cos h' &= \cos\varepsilon \sin k - \sin\varepsilon \cos k \cos\psi \\ \sin\Phi' \sin(\lambda' + h') &= \sin k \sin\psi \\ \sin\Phi' \cos(\lambda' + h') &= -\cos k \sin\varepsilon + \sin k \cos\varepsilon \cos\psi \end{aligned}$$

Neglectis semper quantitatibus tertii ordinis nec non quadratis et productis ipsarum $\Delta\psi$ et $\Delta\varepsilon$, conservatis vero productis nutationis in praecessionem, priores duae harum aequationum facili opera praebent

$$\left.\begin{aligned} \sin\Phi' \sin h' &= \Delta\psi \sin k + \left\{\zeta \sin k + \Delta\varepsilon\zeta \cos k\right\} t + \zeta \sin k \left\{\frac{3ef}{2(1+e)} + \gamma' \operatorname{cotg} 2k\right\} t^2 \\ \sin\Phi' \cos h' &= -\Delta\varepsilon + \Delta\psi\zeta \sin k \cos k . t + \tfrac{1}{2}\zeta \left\{\zeta \sin k \cos k - \gamma\right\} t^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (47)$$

Divisa secunda per primam et quarta per tertiam prodeunt

$$\operatorname{cotg} h' = -\frac{\sin(\varepsilon - k)}{\sin\varepsilon \sin\psi} + \cos k \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\psi$$

$$-\operatorname{cotg}(\lambda' + h') = \frac{\operatorname{tg}\lambda' - \operatorname{cotg} h'}{1 + \operatorname{tg}\lambda' \operatorname{cotg} h'} = \frac{\sin(\varepsilon - k)}{\sin k \sin\psi} + \cos\varepsilon \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\psi$$

e quibus, eliminando h', elicitur

$$\operatorname{tg}\lambda' = (\cos k + \cos\varepsilon) \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\psi + \sin(\varepsilon - k) \frac{\sin\varepsilon - \sin k}{\sin\varepsilon \sin k \sin\psi} - \operatorname{tg}\lambda' \frac{\sin^2(\varepsilon - k)}{\sin\varepsilon \sin k \sin^2\psi}$$
$$+ \operatorname{tg}\lambda' \cos\varepsilon \cos k \operatorname{tg}^2\tfrac{1}{2}\psi + \operatorname{tg}\lambda' \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\psi \frac{\sin^2(\varepsilon - k)}{\sin\varepsilon \sin k \sin\psi}$$

Quum valor approximatus ipsius $\operatorname{tg}\lambda'$ per hanc aequationem $= \psi \cos k$ evedet, terminus secundus et tertius dextrae partis usque ad quantitetes tertii ordinis se mutuo tollunt, qua re et quum ultimi termini quantitates tertii ordinis sese sponte praestent, emergit

$$\lambda' = \tfrac{1}{2}(\cos k + \cos\varepsilon)\psi$$

usque ad quantitates tertii ordinis, unde substitutis in aequatione hac $\psi_{,,} = \lambda' - \lambda$ valoribus ipsarum ε, ψ et λ ex art. praec. petendis evadit

$$\psi_{,,} = \Delta\psi \cos k + \left\{\zeta \cos k - \tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon\zeta \sin k - \gamma \operatorname{cosec} k\right\} t$$
$$+ \left\{\frac{3ef\zeta}{2(1+e)} \cos k - \zeta\gamma' \sin k - \frac{\delta + \frac{1}{2}\zeta\gamma}{\sin k} + \gamma\gamma' \frac{\cos k}{\sin^2 k}\right\} t^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (48)$$

Jam longitudo vera ad aequatorem mobilem reducta et ab aequinoctio vernali mobili numerata, hoc est, ascensio recta heliocentrica erit $= l + \psi_{,,}$.

Quo in casu Φ' et h' conveniunt resp. cum i_0 et θ_0 sed in aequationibus (47) et (48) tum termini praestant qui a t, sive quod idem est a τ liberi sunt, tum termini qui ceteris

Digitized by Google

dissimiles per producta haec $\Delta\psi.\zeta$ et $\Delta s.\zeta$ multiplicati sunt. Ut termini hi in calculum vocari possint, suppono, ipsas α_0, α'_0, β_0 et β'_0 resp. quantitatibus his $\Delta\alpha_0$, $\Delta\alpha'_0$, $\Delta\beta_0$ et $\Delta\beta'_0$, et deinde etiam has B, B', C, C', D et D' resp. quantitatibus his ΔB, $\Delta B'$, etc. tali modo augeri, ut (p), (q) et c, quales in art. 20 datae sint, fiant

$$(p) = [p] + \Delta B + (B + \Delta B')\tau + B'\tau^2$$
$$(q) = [q] + \Delta C + (C + \Delta C')\tau + C'\tau^2$$
$$c = \Delta D + (D + \Delta D')\tau + D'\tau^2$$

Habentur itaque

$$B = -\alpha_0 + [p]\frac{[p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$
$$C = -\alpha'_0 + [q]\frac{[p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$
$$D = \frac{[q]\alpha_0 - [p]\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$
$$B' = -\beta_0 + [p]\frac{[p]\beta_0 + [q]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \tfrac{1}{2}[p](\alpha_0^2 + \alpha_0'^2)$$
$$C' = -\beta'_0 + [q]\frac{[p]\beta_0 + [q]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \tfrac{1}{2}[q](\alpha_0^2 + \alpha_0'^2)$$
$$D' = \frac{[q]\beta_0 - [p]\beta'_0}{1+\cos[i]} - \frac{([q]\alpha_0 - [p]\alpha'_0)([p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0)}{2(1+\cos[i])^2}$$
$$\Delta B = -\Delta\alpha_0 + [p]\frac{[p]\Delta\alpha_0 + [q]\Delta\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$
$$\Delta C = -\Delta\alpha'_0 + [q]\frac{[p]\Delta\alpha_0 + [q]\Delta\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$
$$\Delta D = \frac{[q]\Delta\alpha_0 - [p]\Delta\alpha'_0}{1+\cos[i]}$$
$$\Delta B' = -\Delta\beta_0 + [p]\frac{[p]\Delta\beta_0 + [q]\Delta\beta'_0}{1+\cos[i]} - [p](\alpha_0\Delta\alpha_0 + \alpha'_0\Delta\alpha'_0)$$
$$\Delta C' = -\Delta\beta'_0 + [q]\frac{[p]\Delta\beta_0 + [q]\Delta\beta'_0}{1+\cos[i]} - [q](\alpha_0\Delta\alpha_0 + \alpha'_0\Delta\alpha'_0)$$
$$\Delta D' = \frac{[q]\Delta\beta_0 - [p]\Delta\beta'_0}{1+\cos[i]} - \frac{([q]\Delta\alpha_0 - [p]\Delta\alpha'_0)([p]\alpha_0 + [q]\alpha'_0) + ([p]\Delta\alpha_0 + [q]\Delta\alpha'_0)([q]\alpha_0 - [p]\alpha'_0)}{2(1+\cos[i])^2}$$

Jam ponendo secundum aequationes (47)

$$\gamma_1 = \zeta\sin k; \qquad \delta_1 = \zeta\sin k\left\{\frac{3ef}{2(1+\omega)} + \gamma'\cot g\,2k\right\}$$
$$\gamma'_1 = 0; \qquad \delta'_1 = \tfrac{1}{2}\zeta\left\{\zeta\sin k\cos k - \gamma\right\}$$
$$\Delta\gamma_1 = \Delta\psi\sin k; \qquad \Delta\delta_1 = \Delta s.\zeta\cos k$$
$$\Delta\gamma'_1 = -\Delta s; \qquad \Delta\delta'_1 = \Delta\psi.\zeta\sin k\cos k$$

aequationes (46) praebent, mutatis mutandis

$$\alpha_0 = \zeta\sin k\cos(\Theta)$$
$$\beta_0 = \left\{\frac{3ef}{2(1+\omega)} + \gamma'\cot g\,2k\right\}\zeta\sin k\cos(\Theta) - \tfrac{1}{2}\left\{\zeta\sin k\cos k - \gamma\right\}\zeta\sin(\Theta)$$
$$\alpha'_0 = \zeta\sin k\sin(\Theta)$$
$$\beta'_0 = \left\{\frac{3ef}{2(1+\omega)} + \gamma'\cot g\,2k\right\}\zeta\sin k\sin(\Theta) + \tfrac{1}{2}\left\{\zeta\sin k\cos k - \gamma\right\}\zeta\cos(\Theta)$$
$$\Delta\alpha_0 = \Delta\psi\sin k\cos(\Theta) + \Delta s\sin(\Theta)$$
$$\Delta\beta_0 = \Delta s\,\zeta\cos k\cos(\Theta) - \Delta\psi\,\zeta\sin k\cos k\sin(\Theta)$$
$$\Delta\alpha'_0 = \Delta\psi\sin k\sin(\Theta) - \Delta s\cos(\Theta)$$
$$\Delta\beta'_0 = \Delta s\,\zeta\cos k\sin(\Theta) + \Delta\psi\,\zeta\sin k\cos k\cos(\Theta)$$

unde sequentes expressiones adipiscimur, quibus in articulo subsequenti utemur.

Digitized by Google

$$B = -\zeta \sin k \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\zeta \sin k \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta))$$
$$C = \zeta \sin k \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\zeta \sin k \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta))$$
$$D = \frac{\sin[i]}{1+\cos[i]}\zeta \sin k \cos[\theta]$$
$$\Delta B = -\Delta\psi \sin k \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta\psi \sin k \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \Delta s \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) + \cos[i]\,\Delta s \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta))$$
$$\Delta C = \Delta\psi \sin k \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta\psi \sin k \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) + \Delta s \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) + \cos[i]\,\Delta s \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta))$$
$$\Delta D = \frac{\sin[i]}{1+\cos[i]}\left\{\Delta\psi \sin k \cos[\theta] + \Delta s \sin[\theta]\right\}$$
$$\Delta B' = \Delta\psi\zeta \sin k \cos k \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta\psi\zeta \sin k \cos k \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \Delta s\zeta \cos k \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta s\zeta \cos k \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \sin[i]\,\Delta\psi\zeta \sin^2 k \sin([\theta]-(\Theta))$$
$$\Delta C' = -\Delta\psi\zeta \sin k \cos k \sin[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta\psi\zeta \sin k \cos k \cos[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) + \Delta s\zeta \cos k \cos[\theta] \sin([\theta]-(\Theta)) - \cos[i]\,\Delta s\zeta \cos k \sin[\theta] \cos([\theta]-(\Theta)) - \sin[i]\,\Delta\psi\zeta \sin^2 k \cos([\theta]-(\Theta))$$
$$\Delta D = \frac{\sin[i]}{1+\cos[i]}\left\{\Delta s\,\zeta \cos k \cos[\theta] - \Delta\psi\zeta \sin k \cos k \sin[\theta]\right\} - \frac{\sin^2[i]}{2(1+\cos[i])^2}\left\{\Delta\psi\zeta \sin^2 k \sin 2[\theta] - \Delta s\,\zeta \sin k \cos 2[\theta]\right\}$$

Ipsam A vero art. 20 quantitate ΔA augeri non opus est, quia per quantitates primi ordinis respectu massarum ubique multiplicata est.

25.

Methodus art. praec. tametsi omni quae desiderari potest praecisione gaudeat, hoc incommodi habet, quod perturbationes declinationis heliocentricae a B etc. et ΔB etc. orientes praebet, quarum coefficientes minutissimi dici nequeunt. Quum enim praecessio lunisolaris annua, sive $\zeta = 50''$ circiter sit, emergit in ipsa s sive in declinatione heliocentrica terminus circiter huic $20''\, t \cos\nu_t$, quumque maximi ipsarum $\Delta\psi$ et Δs termini resp. hi $-17''\sin\Omega$ et $9''\cos\Omega$ (designante Ω longitudinem nodi ascendentis orbitae lunae) sint, evadunt in ipsa s circiter hi $-7''\sin\Omega\cos\nu_t + 9''\cos\Omega\sin\nu_t$; praeterea necesse est, producti nutationis in praecessionem ratio separatim habeatur, ut in art. praec. feci. Quo quidem negotio non indiget, qui nutationem ascensionibus declinationibusque more vulgari applicare vult, attamen terminus $20''\, t\cos\nu_t$ nihilominus superest, qui paucis annis a temporis epocha elapsis, admodum magnus fiet, et proinde multiplicatio per t requisita satis molesta evadet, etsi quantitas $20''\cos\nu_t$ in tabula foret redacta. Quae quum ita sint, artificium jam definiam, per quod incommodum id plane removeri poterit, quodque ad relationes elegantissimas perducet.

Introducatur quantitas indeterminata $\Delta\eta + (\eta + \Delta\eta')\tau$ ita ut sit

$$s = \sin i \sin[\nu_t + \Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau - (\int\cos i\, d\theta + \Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau)]$$

sive

$$s = q_t \sin[\nu_t + \Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau - (\Theta)] - p_t \cos[\nu_t + \Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau - (\Theta)]$$

ponendo brevitatis caussa

$$p_t = p\cos(\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau) + q\sin(\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau)$$
$$q_t = q\cos(\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau) - p\sin(\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau)$$

hanc quantitatem $\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\tau$ talem determinare licet, qualis perturbationes eas ipsius s de quibus loquebar, quam minimas reddat.

Terminis tertii ordinis nec non quadratis et productis ipsarum $\Delta\eta$ et $\Delta\eta'$ neglectis, aequationes praecedentes praebent

$$p_t = p + q\Delta\eta + q(\eta+\Delta\eta' - p\Delta\eta\cdot\eta)\tau - \tfrac{1}{2}p\eta^2\tau^2$$
$$q_t = q - p\Delta\eta - p(\eta+\Delta\eta' + q\Delta\eta\cdot\eta)\tau - \tfrac{1}{2}q\eta^2\tau^2$$

Jam substituendo valores ipsarum p et q ex (36), si rationem ipsarum ΔB, ΔC etc. art. praecedentis habueris invenies

$$\left.\begin{aligned} p_t &= [p] + \Delta X + \left\{X + \Delta X' - \alpha\right\}\tau + \alpha' t + \left\{B' + C\eta - \tfrac{1}{2}[p]\eta^2\right\}\tau^2 + \left\{A\alpha - D\alpha' + \alpha'\eta\right\}\tau t + \beta t^2 \\ &\quad + \text{terminis periodicis.} \\ q_t &= [q] + \Delta Y + \left\{Y + \Delta Y' - \alpha'\right\}\tau + \alpha' t + \left\{C - B\eta - \tfrac{1}{2}[q]\eta^2\right\}\tau^2 + \left\{A\alpha' + D\alpha - \alpha\eta\right\}\tau t + \beta t^2 \\ &\quad + \text{terminis periodicis.} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots(49)$$

Digitized by Google

ubi

$$(50)\ldots\ldots\begin{cases}\Delta X &= \Delta B + [q]\Delta\eta\\ \Delta Y &= \Delta C - [p]\Delta\eta\\ X &= B+\alpha+[q]\eta\\ Y &= C+\alpha'-[p]\eta\\ \Delta X' &= \Delta B'+C\Delta\eta+\Delta Y\eta+[q]\Delta\eta'\\ \Delta Y' &= \Delta C'-B\Delta\eta-\Delta X\eta-[p]\Delta\eta'\end{cases}$$

et perturbationes ipsius s a nutatione et praecessione orientes erunt

$$\Delta\xi\ sin\ (\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')t+V)$$
$$+(\xi+\Delta\xi')t\ sin(\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')t+W)$$

ubi

$$\Delta\xi = \sqrt{(\Delta X^2+\Delta Y^2)};$$
$$\xi+\Delta\xi' = \sqrt{((X+\Delta X')^2+(Y+\Delta Y')^2)}$$

et V atque W arcus designant, quos definire hoc loco nihil attinet. Conditio igitur ut $\Delta\xi$ et $\xi+\Delta\xi'$ quam minimi fiant, exigit ut $\Delta X^2+\Delta Y^2$ et $(X+\Delta X')^2+(Y+\Delta Y')^2$ quam minimi evadant, sed quum X et Y praecessionem ipsam $\Delta X'$ vero et $\Delta Y'$ non nisi producta praecessionis in nutationem contineant, perpaulo aberit valor ipsius $\xi+\Delta\xi'$ a valore suo minimo, si X^2+Y^2 et $\Delta X'^2+\Delta Y'^2$ separatim quam minimi redduntur. Algorithmus igitur notus ad binas aequationum (50) applicatus praebet

$$\Delta\eta = \frac{[p]\Delta C-[q]\Delta B}{[p]^2+[q]^2}$$
$$\eta = \frac{[p](C+\alpha')-[q](B+\alpha)}{[p]^2+[q]^2}$$
$$\Delta\eta' = \frac{[p](\Delta C'-B\Delta\eta-\Delta X\eta)-[q](\Delta B'+C\Delta\eta-\Delta Y\eta)}{[p]^2+[q]^2}$$

Substitutis in his aequationibus valoribus quantitatum quas continent ex art. praec. depromtis, inveniuntur

$$\Delta\eta = \frac{\Delta\psi\ sin\,k\ cos\,[\delta]+\Delta s\ sin\,[\delta]}{sin\,[i]}$$
$$\eta = \frac{[p]\alpha'-[q]\alpha}{sin^2[i]}+\zeta\frac{sin\,k}{sin\,[i]}\ cos\,[\delta]$$
$$\Delta\eta' = \frac{\Delta\psi.\zeta\,sin\,k}{sin^3[i]}\Big\{sin\,k\,cos[i]\,sin\,2[\delta]-cos\,k\,sin\,[i]\,sin\,[\delta]\Big\}$$
$$-\frac{\Delta s.\zeta}{sin^3[i]}\Big\{sin\,k\,cos[i]\,cos\,2[\delta]-cos\,k\,sin\,[i]\,cos\,[\delta]\Big\}$$

atque tum

$$\Delta X = cos\,[i]\Big\{\Delta s\ cos\,[\delta]-\Delta\psi\ sin\,k\ sin\,[\delta]\Big\}\ sin\,([\delta]-(\Theta))$$
$$\Delta Y = cos\,[i]\Big\{\Delta s\ cos\,[\delta]-\Delta\psi\ sin\,k\ sin\,[\delta]\Big\}\ cos\,([\delta]-(\Theta))$$
$$X = \Big\{\frac{[p]\alpha+[q]\alpha'}{sin\,[i]}-cos\,[i]\ \zeta\ sin\,k\ sin\,[\delta]\Big\}\ sin\,([\delta]-(\Theta))$$
$$Y = \Big\{\frac{[p]\alpha+[q]\alpha'}{sin\,[i]}-cos\,[i]\ \zeta\ sin\,k\ sin\,[\delta]\Big\}\ cos\,([\delta]-(\Theta))$$
$$\Delta X' = \left\{\begin{array}{l}\Delta\psi.\zeta\ sin\,k\Big[\frac{sin\,k}{sin\,[i]}\ cos^2[\delta]-cos\,k\ cos\,[i]\ cos\,[\delta]-sin\,k\ sin\,[i]\Big]\\ +\Delta s.\zeta\Big[\frac{sin\,k}{sin\,[i]}\ cos\,[\delta]-cos\,k\ cos\,[i]\Big]\ sin\,[\delta]\end{array}\right\}\ sin\,([\delta]-(\Theta))$$
$$\Delta Y' = \left\{\begin{array}{l}\Delta\psi.\zeta\ sin\,k\Big[\frac{sin\,k}{sin\,[i]}\ cos^2[\delta]-cos\,k\ cos\,[i]\ cos\,[\delta]-sin\,k\ sin\,[i]\Big]\\ +\Delta s.\zeta\Big[\frac{sin\,k}{sin\,[i]}\ cos\,[\delta]-cos\,k\ cos\,[i]\Big]\ sin\,[\delta]\end{array}\right\}\ cos\,([\delta]-(\Theta))$$

et hinc valores minimi

$$\Delta\xi = cos\,[i]\Big\{\Delta s\ cos\,[\delta]-\Delta\psi\ sin\,k\ sin\,[\delta]\Big\}$$
$$\xi = \frac{[p]\alpha+[q]\alpha'}{sin\,[i]}-\zeta\ sin\,k\ cos\,[i]\ sin\,[\delta]$$
$$\Delta\xi' = \Delta\psi.\zeta\ sin\,k\Big[\frac{sin\,k}{sin\,[i]}\ cos^2[\delta]-cos\,k\ cos\,[i]\ cos\,[\delta]-sin\,k\ sin\,[i]\Big]$$
$$+\Delta s.\zeta\Big[\frac{sin\,k}{sin\,[i]}\ cos\,[\delta]-cos\,k\ cos\,[i]\Big]\ sin\,[\delta]$$

Quum eadem quantitas $\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\tau$ in formulis pro reducenda longitudine aeqno jure introduci possit, omnia quae de hac reductione exposui nunquam non valent, et accuratio ne minimum quidem laeditur, si ubique $t+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\tau$ loco t; $\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\tau$ loco $\nu_{,}$; $p_{,}$ loco p et $q_{,}$ loco q substituuntur. Formula nominatim reductam longitudinem sive ascensionem rectam heliocentricam exhibens nunc est

$$l+\psi_{,,} = (\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\,t) + \psi_{,,,} + R' - (\delta s+\delta'(s))\,\frac{tg\,[i]\,\cos(\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\,t-[\theta])}{1-\sin^2[i]\,\sin^2(\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\,t-[\theta])}$$

ubi

$$\psi_{,,,} = \psi_{,,} + c + c' - \Delta\eta - (\eta+\Delta\eta')\,t \qquad (51)$$

et ubi, si res postularet, loco ultimi termini integralia aequationum (39) et (41) substitui possunt, dummodo c' in expressione ipsius $\psi_{,,,}$ deleatur *).

Per aequationes (49) habentur

$$\delta' p_{,} = \Delta X + \left\{X+\Delta X'-\alpha\right\}\tau$$
$$\delta' q_{,} = \Delta Y + \left\{Y+\Delta Y'-\alpha'\right\}\tau$$

ubi tamen terminos per τ^2 multiplicatos omisi, quoniam ad finem quem hic persequor non necessarii sunt. Aequatio itaque (44) subministrat

$$c' = \frac{[q]\,\alpha - [p]\,\alpha'}{\cos[i]\,(1+\cos[i])}\,\tau$$

et aequatio (51) substitutis valoribus quantitatum quas continet ex hoc et praec. art. petendis, abit in

$$\psi_{,,,} = \Delta\psi\left[\cos k - \frac{\cos[i]}{\sin[i]}\sin k\,\cos[\theta]\right] - \Delta s\,\frac{\cos[i]}{\sin[i]}\sin[\theta]$$
$$+ \frac{[q]\,\alpha-[p]\,\alpha'}{\cos[i]\,\sin^2[i]}\,t + \zeta'\left\{\cos k - \frac{\cos[i]}{\sin[i]}\sin k\,\cos[\theta]\right\}t - \gamma\,\operatorname{cosec} k\,.\,t$$
$$+ \Delta\psi.\zeta'\sin k\left\{\frac{\cos[i]}{\sin[i]}\cos k\,\sin[\theta] - \tfrac{1}{2}\,\frac{1+\cos^2[i]}{\sin^2[i]}\sin k\,\sin 2[\theta]\right\}t$$
$$- \Delta s.\zeta'\left\{\frac{\cos[i]}{\sin[i]}\cos k\,\cos[\theta] - \tfrac{1}{2}\,\frac{1+\cos^2[i]}{\sin^2[i]}\sin k\cos 2[\theta] + \tfrac{1}{2}\sin k\right\}t$$

ubi quoque terminos per t^2 multiplicatos omisi, quos facile restituet quicunque hanc rem aliqua attentione dignari velit.

Aequationes praecedentes monstrant coefficientem $\xi+\Delta\xi'$ et terminum in $\Delta\xi$ per $\Delta\psi$ multiplicatum, nec non quantitatem $\psi_{,,,}$ praesertim in casibus ubi nodi prope a punctis 0 et 180 graduum jacent deminutos esse, contra ea in casibus ubi nodi prope a punctis 90 et 270 graduum jacent, deminutionem hanc nullius momenti esse.

Si vero $[\theta] = 0$ et simul $[i] = k$, hoc est si corpus perturbatum in ecliptica mobili ipsa movetur, fit

$$\alpha = (\gamma\cos(\Theta) - \gamma'\sin(\Theta))\cos k$$
$$\alpha' = (\gamma\sin(\Theta) + \gamma'\cos(\Theta))\cos k$$
$$[p] = -\sin k\,\sin(\Theta)$$
$$[q] = \sin k\,\cos(\Theta)$$

atque tum

$$\Delta\eta = \Delta\psi;\quad \eta = \zeta' - \gamma\,\operatorname{cotg} k;\quad \Delta\eta' = 0$$

sive

$$\Delta\eta + (\eta+\Delta\eta')\,t = \psi_{,}$$

porro

$$\Delta\xi = \Delta s\cos k;\quad \xi = \gamma'\cos k;\quad \Delta\xi' = 0$$

sive

$$\frac{\Delta\xi+(\xi+\Delta\xi')\,t}{\cos k} = s_{,} - k$$

deinde

$$\psi_{,,,} = 0.$$

Hinc jam intelligi potest, terminos illos minutissimos futuros esse, quoties inclinatio orbitae ad eclipticam parva est, sed proprietas haec sequenti modo clarius perspicitur.

Si corporis orbitae inclinatio ad eclipticam parva est, longitudines nodorum valores 90 et 270 graduum nunquam assequi possunt, sed certis arctisque limitibus, inter quos puncta 0 et 180 graduum medium obtinent locum, semper circumscriptae sunt. Quocirca e re est, valores quam maximos longitudinum nodorum, aliquot inclinationum valoribus respondentes indagare. Positis orbitae inclinatione ad eclipticam g et longitudine nodi n, triangulum sphaericum inter orbitam, eclipticam et aequatorem praebet:

$$\sin[i] = \sin g\,\frac{\sin n}{\sin[\theta]}$$
$$\sin n\,\operatorname{cotg}[\theta] = \sin k\,\operatorname{cotg} g + \cos k\cos n$$

Sumtis $[\theta]$ et n variabilibus, altera aequatio differentiata praebet postquam $d[\theta] = 0$ factum est, aequationem maximi hanc

$$\operatorname{cotg}\nu = -\operatorname{tg} n\,\cos k$$

ubi ν valorem maximum ipsius $[\theta]$ denotat. Quacum ν ex aequatione hac

$$\sin n\,\operatorname{cotg}\nu = \sin k\,\operatorname{cotg} g + \cos k\,\cos n$$

eliminata, prodit

$$\cos n = -\operatorname{cotg} k\,\operatorname{tg} g$$

quae igitur valorem cum ipsius n praebet, qui ipsi ν respondet. Quo invento, aequationes praecedentes ν et $[i]$ subministrant. Ope harum formularum, positis $g = 0 = 2^\circ = 4^\circ = 6^\circ = 8^\circ$

*) Evidens est in expressione (43) ipsius R' etiam..... $\nu_{,}+\Delta\eta+(\eta+\Delta\eta')\,t$ loco $\nu_{,}$ substitui debere.

nec non $\zeta \sin k = 20''$, $\Delta\psi = -16'',8 \sin\Omega$ et $\Delta s = 9'',0 \cos\Omega$ valores computavi, quos sequens tabella ostendit.

g	$[i]$	ν	ξ †)	Valores maximi ipsarum $\Delta\xi$
°	°	°	″	″
0	23,5	0,0	0,0	$+ 8,2 \cos\Omega$
2	23,4	± 5,0	1,6	$+ 8,2 \cos\Omega + 0,5 \sin\Omega$
4	23,2	10,1	3,2	$+ 8,1 \cos\Omega + 1,1 \sin\Omega$
6	22,8	15,2	4,8	$+ 8,0 \cos\Omega + 1,6 \sin\Omega$
8	22,1	20,5	6,5	$+ 7,7 \cos\Omega + 2,1 \sin\Omega$

†) Ubi tamen ad terminum $\frac{[p]\alpha + [q]\alpha'}{\sin[i]}$ respicere non potui, qui ceteroquin semper minutissimus est, et in paucis admodum casibus una minuta secunda major evadit.

*) unde conspicuum est, quantam introducta quantitas η in coefficientem hunc ξ, qui alias $= 20''$ evaderet, habeat vim, quoties inclinatio orbitae ad eclipticam parva est. Verum in ipso $\Delta\xi$ terminus $8'' \cos\Omega$ circiter semper eminet, et nullo modo eliminari potest. Ut eluceat, qualem magnitudinem termini a productis nutationis in praecessionem prolati habeant, positis $[i] = 22°1_2$, $[\delta] = \nu = 20°5$, computavi has

$$\begin{aligned}
\Delta\xi' \cdot t &= + 0''000029\, t \sin\Omega + 0''000109\, t \cos\Omega \\
\Delta\eta' \cdot t &= - 0{,}001399\, t \sin\Omega + 0{,}000696\, t \cos\Omega \\
\psi_m &= + 0{,}001510\, t \sin\Omega - 0{,}000751\, t \cos\Omega \\
\psi_m + \Delta\eta' \cdot t &= + 0{,}000111\, t \sin\Omega - 0{,}000055\, t \cos\Omega
\end{aligned}$$

Ecce igitur valores maximos harum quantitatum, quoties inclinatio orbitae ad eclipticam 8 gradum est, quae itaque revera his valoribus semper fere minores prodire debent. Quum vero maximus earum effectus in declinatione sit $= \Delta\xi' \cdot t$, et effectus earum quam proxime in ascensione recta sit $= \psi_m + \Delta\eta' \cdot t$: concludimus, terminos a productis nutationis in praecessionem prolatos omnino rejici posse, id quod nobis non liceret, si quantitatem η non introduxissemus.

Ceterum facile ostendi potest, quantitatem $\Delta\eta + (\eta + \Delta\eta')t$, qualis hic determinata est, arcum orbitae corporis perturbati inter aequatorem fixum et aequatorem mobilem interceptum significare **). Jam quum arcus hic in orbitis ad eclipticam parum inclinatis summae praecessionis et nutationis circiter aequalis sit: constat terminos producta nutationis in praecessionem continentes, quos negligere fas esse demonstrabam, non nisi nullius momenti esse posse. Quantitas vero $\Delta\eta + \eta\tau$, quum post τ in t mutatum terminis constet, quorum quisque ab unica variabili pendet, perfacile in tabulis redigitur, imo ηt longitudinibus quasi praecessio statim addi potest.

Simili modo quo $\eta\tau$, quantitas haec $\eta'\tau^2$ introduci potuisset, ut coefficiens in latitudine per t^2 multiplicatus ad minimum suum valorem redigeretur, sed quum coefficiens hic sua sponte jam minutissimus est, nihil lucri inde redundaret.

Item, substitutio huius quantitatis $\Delta\eta + \eta\tau$, quae si nihil negligere [in votis est ubique perfici debet, in perturbationibus periodicis tum declinationis tum reductionis longitudinum ad aequatorem plerumque superflua erit, et tum termini periodici sicut in expressionibus (36) allati sunt, immediate conservari possunt, ita ut pars illa ipsius s, quae ab his terminis provenit, sit $=$

$$\begin{aligned}
&\Big\{\big[[i,i'']_s + (\mathcal{A}[i,i'']_s + D(i,i'')_s)\,t\big]\sin(ig + i''g') + \big[[i,i'']_c + (\mathcal{A}[i,i'']_c + D(i,i'')_c)\,t\big]\cos(ig + i''g')\Big\}\sin(\nu, - (\Theta)) \\
&- \Big\{\big[(i,i'')_s + (\mathcal{A}(i,i'')_s - D[i,i'']_s)\,t\big]\sin(ig + i''g') + \big[(i,i'')_c + (\mathcal{A}(i,i'')_c - D[i,i'']_c)\,t\big]\cos(ig + i''g')\Big\}\cos(\nu, - (\Theta))
\end{aligned}$$

ubi etiam termini per t multiplicati plerumque negligi possunt.

Ad motum lunae indagandum formulas nostras applicaturus, propter celerrimum perigaei nodorumque motum difficultatibus aliquot fortasse detinebitur, quae tamen per artificia, iis quibus hoc loco usus sum, haud dissimilia removeri possunt; sed de his alias.

*) Itaque nodi orbitae lunae, qui in ecliptica totam peripheriam brevi perlustrant, in aequatore modo oscillant, et amplitudinem 25 gradnum circiter tantum absolvunt.

**) Itaque sicut $\nu, - [\delta]$ argumentum latitudinis respectu aequatoris fixi denotat, ita $\nu, + \Delta\eta + (\eta + \Delta\eta')t - [\delta]$ argumentum latitudinis respectu aequatoris mobilis designat.

Altona 1833. August 27.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 247.

Ueber neue Reflexionskreise mit Glasprismen als Spiegel.

Von Herrn *v. Steinheil* in München.

(Beschluss.)

Der mechanische Theil des Instrumentes wie es jetzt besteht, ist das Ergebniss vieler Versuche und Abänderungen, zu welchen sich Herr *Ertel* stets bereit zeigte. Auf den Handgriff des Instrumentes ist die Büchse der Hauptaxe aufgeschraubt. An ihr ist der Arm befestigt, welcher das zur Helligkeitsänderung auf- und abwärts verschiebbare Fernrohr trägt. Die Correctionen um die optische Axe durch die Drehungsaxe zu führen sind angebracht. Eben so können die Spinnenfäden im Gesichtsfelde verstellt werden, um die Gesichtslinie auch senkrecht auf die Drehungsaxe zu machen. Die Axe läuft von der Flansche aus in zwey Conus zu, der untere Conus passt in die Büchse des Handgriffes, und ist durch Gegenmutter mit Feder darin fest gehalten. Ueber den obern Conus schliefst die Alhidade, während auf die Flansche selbst der Kreis festgeschraubt ist. Dieser hat eine Theilung auf Silber von 4 Par. Zoll Durchmesser, sie geht unmittelbar von 10′ zu 10′, durch die diametral entgegenstehenden Nonien der Alhidade von 10″ zu 10″ unmittelbar getheilt. Man schätzt aber noch leicht 5″ und ist nur in seltenen Fällen mehr als 3″ zweifelhaft. Diese Genauigkeit im Ablesen bey so kleinen Dimensionen des Kreises scheint ein wesentlicher Vortheil des Instrumentes. Auf dem obern Ende der Axe ist eine massive Platte aufgeschraubt, welche das mit Corrections-Schrauben versehene Prisma des Kreises trägt, zugleich aber durch eine Stahlfeder die Alhidade in der Art auf ihren Conus andrückt, dass die Beobachtung in umgekehrter Lage des Instrumentes vollkommen sicher bleibt. Ueber die Alhidade ist der Loupenträger zum Ablesen des Kreises gesteckt, und endlich das Prisma der Alhidade in seiner Büchse mit Zug- und Druckschrauben auf ersterem so befestigt, dass nur ein sehr schmaler Zwischenraum zwischen beyden Prismen bleibt. Die Büchse des Prismas ist in der Art ausgeschnitten, dass sie das nöthige Licht in allen Lagen zulässt; dagegen zugleich die falschen und farbigen Bilder blendet. Kreis und Alhidade sind durch Mikrometerklemme verbunden. Eben so die Büchse des Handgriffes mit einer besondern Fanche des Kreises. Demzufolge kann die Alhidade mit ihrem Prisma für sich allein gedreht werden, eben so kann Kreis und Alhidade zusammen gegen das Fernrohr verstellt werden, und eine besondere Theilung von 1° zu 1° mit Index am Arme des Fernrohres zeigt den Angularwerth dieser Verstellung.

Das Instrument kann sonach auf zweyerley Weise zum Winkelmessen gebraucht werden. Erstens indem man das Prisma des Kreises so stehn lässt, dass man durch dasselbe in gerader Richtung nach dem einen Objecte sieht, nun aber die Klemme der Alhidade löset, und an dieser das Alhidadenprisma dreht, bis das zweyte rechts vom Beobachter liegende Object im Gesichtsfelde erscheint. Dann klemmt, einstellt und abliest. Hierauf Kreis und Alhidade um circa denselben Winkel vom Index des Armes bezeichnet verstellt, und nun die Beobachtung wiederholt entweder, indem man nun direkt nach dem zweyten Objekte sieht, oder in umgekehrter Lage des Kreises nach dem erstern. Hier ist die Summe beyder Ablesungen nach Anbringung der Collimation, der gesuchte Naturwinkel befreyt von dem Einflusse der Winkelungleichheit der Prismen, und der Excentricität. Auf diese Weise können Winkel bis über 90° gemessen werden. Die zweyte Beobachtungsart besteht darin, dass man beyden Prismen eine symetrische Lage gegen die optische Axe gieht; auch hiezu dient der Index, indem man Kreis und Alhidade zugleich um den halben Winkel dreht, welchen die Hypothenuusflächen beyder Prismen mit einander bilden. In diesem Falle ist das Fernrohr also nach keinem der Objecte selbst, sondern zwischen beyde gerichtet. Es eignet sich diese Methode vorzüglich zu Höhenbeobachtungen über Reflexionshorizonten, wobey das Fernrohr stets in horizontaler Lage erhalten wird. Jede Ablesung gieht hier für sich die von obigen Fehlern befreyte Höhe über dem Horizont. Auch können auf diese Weise alle Winkel bis über 180° hinaus gemessen

Digitized by Google

werden *). Die Oscillationen um die optische Axe beym Messen veränderlicher Winkel bewirkt in diesem Falle dafs beyde Bilder sich gegen einander bewegen. Da man jedoch grofse und rasche Drehungen vermeiden wird, so entsteht hieraus kein Nachtheil für die Beurtheilung der Coincidenzen oder Abstände vor und nach der ganzen Secunde.

Die Rectification dieser Kreise ist, wie man aus dem Bisherigen ersehen wird, einfacher als bey dem Sextanten. Hier möchte es wohl unnöthig und ermüdend seyn in das Einzelne dieser Operationen einzugehn. Ich bemerke nur, dafs die Reflexbilder der Seitenflächen des Kreisprismas nach abgenommener Blendung ein bequemes Mittel an die Hand geben seine Axe parallel mit der Drehungsaxe des Instrumentes zu stellen. Zwey mit Kreutzfäden versehene gegen einander gerichtete Fernröhre, deren optische Axen parallel, haben sich als sehr brauchbar bewiesen um die Rectificationen des zwischen sie gebrachten Prismenkreises zu bewirken.

Durch das Bisherige möchte der Kenner in den Stand gesetzt seyn zu beurtheilen, was im Allgemeinen von diesen Kreisen zu erwarten steht. Ihre specielle Prüfung mufs ich der Zeit und andern Beobachtern überlassen. Ich könnte zwar Beobachtungen mit denselben anführen, die durch ihre Uebereinstimmung und anderweitige Controle für die Brauchbarkeit des Instrumentes sprechen; allein zur vollständigen Beurtheilung dessen was das Instrument zu leisten vermag, scheint dieses nicht hinreichend. Dazu wären Beobachtungsreihen nöthig die sowohl die günstigen als ungünstigen Umstände, und alle Arten der Anwendung umfafsten. Es wären genaue und sorgfältige Prüfungen aller möglichen Fehlerquellen-Untersuchungen nöthig die hier offenbar zu weit führten, auch kaum der Mühe lohnten, wenn nicht dadurch zugleich auch andere Zwecke erreicht würden. Eine solche Beurtheilung des Instrumentes kann der Natur der Sache nach nur durch vielfältige Erfahrung herbeygeführt werden, und ich überlasse sie getrost der Zukunft; indem ich mit dem Wunsche schliefse, dafs die neuen Prismenkreise eine günstige Aufnahme in der astronomischen Welt finden mögen.

*) Dieſs möchte besonders dem Seefahrer nicht unwillkommen seyn, indem er seine Meridianhöhen unmittelbar aus gröfsten und kleinsten Abständen vom Meereshorizonte ohne besondere Reduction wegen Elevation finden kann.

Steinheil.

Zusatz des Herausgebers.

Ich erhielt von Herrn *Ertel* im Mai d. J. das von ihm ausgeführte Instrument des Herrn *v. Steinheil*, welches der Herr Erfinder in dem vorstehenden Aufsatz beschrieben hat. Andere Geschäfte hielten mich anfangs von Beobachtungen damit ab, und es war erst am 11ten Junius, dafs ich meinen ersten Versuch an der Sonne damit machte. Ich wählte die Beobachtungsart bei der die Prismen symmetrisch gegen das Fernrohr gestellt werden und bei der das Fernrohr nach dem Puncte in der Mitte zwischen den beiden zu beobachtenden Gegenständen gerichtet ist, also wenn man Sonnenhöhen von einem künstlichen Horizonte nimmt horizontal gehalten werden mufs. Meine ersten Beobachtungen machten mir sehr viel Mühe. Bei dem Sextanten hat man das reflectirte Bild im Horizonte als Anhaltspunct, und braucht nur das doppelt reflectirte Bild des grofsen Spiegels durch Drehung um die Axe des Fernrohrs in Coincidenz mit dem vom Horizonte reflectirten Bilde zu bringen; hier aber hat man gar keinen Anhaltspunct, und soll ohne auf einen bestimmten Gegenstand zu sehen zwei reflectirte Bilder haschen. Indessen darf ich versichern, dafs die kleine dazu nöthige Uebung sehr bald erlangt werden kann, und dafs ich jetzt schon mit eben der Leichtigkeit mit diesem Instrumente wie mit einem Sextanten oder Spiegelkreise beobachte.

Das Instrument so wie ich es von Herrn *Ertel* erhielt erlaubte nicht an beiden Seiten des Nullpunets zu beobachten, sondern setzte eine besondere Bestimmung der Collimation, ebenso wie sie an Sextanten gemacht werden mufs, voraus. Auch erinnert Herr *v. Steinheil* in dem vorhergehenden Aufsatze an diese vorläufige, und bei jeder Beobachtung zu machende Collimationsbestimmung ausdrücklich. Man hat freilich bei diesem Instrumente den Vortheil den man bei Sextanten entbehrt, (weil am Sextanten der kleine Spiegel excentrisch sitzt) dafs man jeden nahen scharf begränzten Gegenstand zur Bestimmung der Collimation benutzen kann, indessen ist der Vorzug dieser Bestimmung anthoben zu seyn bekanntlich so bedeutend dafs ich gleich nach den ersten Beobachtungstagen aufmerksam das Instrument in dieser Hinsicht untersuchte. Man stellt wie Herr *v. Steinheil* im vorigen Aufsatze zeigt das Fernrohr auf den halben von der Alhidada angegebenen Winkel oder auf $\frac{1}{2}a$, wenn a den wirklich gemessenen Winkel bedeutet. Will man dies, wenn man auf der andern Seite des Nullpuncts mifst, thun, und also das Fernrohr auf $360 - \frac{1}{2}a$ und die Alhidade auf $360 - \frac{3}{2}a$ stellen, so folgt aus der Natur des Instruments dafs in dieser Lage des Fernrohrs die Beobachtung nicht möglich ist. Sie läfst sich aber sehr gut

Digitized by Google

machen wenn man das Fernrohr dann 180° dreht, also die Alhidade auf $360 - \frac{1}{2}a$ läfst, und das Fernrohr auf $180 - \frac{1}{2}a$ stellt, allein bei dem mir gesandten Instrumente war dann der Ansatz auf der Alhidade welcher die Mutter der Micrometerschraube hält im Wege. War diese Mutter an einem um die Axe beweglichen und beliebig anzupassenden Ringe (wie bei dem Meridiankreise) befestigt, so würde diese Schwierigkeit wegfallen; da dies sich aber nicht mehr bei meinem Instrumente anbringen liefs, so liefs ich den Ansatz unmittelbar an Nonius I an der Seite des Nullpuncts befestigen. In dieser Lage hindert er nicht mehr dem Fernrohr die nöthige Stellung zur Beobachtung an der andern Seite des Nullpunctes zu geben, und so sind meine Beobachtungen von Julius 22 an gemacht. Früher habe ich nur an einer Seite des Nullpuncts beobachtet und die Collimation besonders bestimmt.

Die Resultate welche ich hier den Astronomen vorlege, würden trotz der Vortreflichkeit des Instruments nicht so befriedigend ausgefallen seyn, wenn ich mich nicht eines angequickten Quecksilberhorizontes bedient hätte. Jeder Beobachter mit Reflexionsinstrumenten kennt die Schwierigkeiten welche ein Quecksilberhorizont darbietet, wenn man einen hölzernen oder eisernen Trog braucht. Alle diese Schwierigkeiten verschwinden, und das Quecksilber bietet eine schöne ruhige Spiegelfläche wenn man es in eine flache sphärische Calotte von reinem Kupfer, das mit Quecksilber und Scheidewasser vorher angequickt ist, giefst. Ich verdanke meinen ersten Horizont dieser Art dem verstorbenen Geheimen-Rath *v. Behrnauer*, der ihn mir im Jahre 1822 schenkte, und würde ohne ihn schwerlich noch in diesem Augenblicke diese vortrefliche Einrichtung kennen, obgleich sie schon vor 1804 von Herrn *von Schönau* erfunden, und im Berliner Jahrbuche 1807 p. 158 bekannt gemacht ist. Vielleicht hat frühere Beobachter die Schwierigkeit abgeschreckt die Oberfläche des Quecksilbers auf diesem Horizonte rein zu erhalten, welches allerdings wenn man Leder oder Papier gebraucht um die Unreinigkeiten wegzunehmen nicht leicht ist. Indessen erhält man sehr leicht eine reine Oberfläche wenn man den Horizont unmittelbar vor der Beobachtung mit etwas übergegossenem Quecksilber abspült. Diesen Handgriff verdanke ich dem ausgezeichneten Mechaniker Herrn *Paulsen*, der früher bei mir angestellt war, und jetzt Lehrer an der polytechnischen Schule in Copenhagen ist.

Ich wählte zur Prüfung des Instruments Circummeridianhöhen der Sonna, aus denen ich die Breite meiner Sternwarte berechnete, und einige irdische Winkel die aus einem Stationspuncte der Gradmessung gemessen wurden, und mit grofser Schärfe bekannt sind. Ich sende die Sonnen-Beobachtungen voraus, bei denen um den Sonnenhalbmesser zu eliminiren jedesmal beide Ränder beobachtet sind. Die Veränderung der Declination während der Beobachtungen ist gleichfalls nach der *Gauss*ischen Methode eliminirt, indem die Stundenwinkel nicht von dem Augenblicke gerechnet sind in dem der Mittelpunct der Sonne im Meridian war, sondern von dem Augenblicke, in dem sie ihre gröfste Höhe erreichte. Die Rechnungselemente sind aus dem Berliner Jahrbuche genommen, und *Bessels* Refraction ist gebraucht.

Circummeridianhöhen der Sonne.

1833. Jun. 11.

Aus freier Hand beobachtet.

Muston 370.	Non. 1.	Non. 2.	Höhe auf den Mittag reducirt.	Sonnenhalbmesser.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
0 1 58	59 47 55	50	59 48 17,2	15′ 52″,0
— 5 20	— 46 50	50	— — 27,0	
— 6 57	— 14 40	35	59 16 49,8	
— 8 39	— 13 17	10	— — 26,6	

Muston 370.

Bar. 29ᶻ,856 $t = 68°,2$ Nullpunct d. Stundenw. $23^h\ 58'\ 46''1$ freies Th. 77°,8.

Beobachtungen zur Bestimmung der Collimation.

um 10 Uhr morg. Sonnendurchm.	° ′ ″ ″	
	0 14 30 40	
	— — 30 50	Coll. +1′ 14″0
	359 42 55 63	
	— — 50 60	
nach der Sonnenbeobachtung	0 14 35 50	
	359 43 0 15	Coll. +1′ 5″,0*)

Es folgen daraus die Sonnenhalbmesser 15′ 49″0
— 47,5

Herr *Petersen jun.* berechnet
Breite der Sternwarte 53° 32′ 43″,7.

1833. Junius 16.

Aus freier Hand beobachtet.

Kessels 1260.	Non. 1	Non. 2	Auf den Meridian reducirt.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″
23 55 1,5	60 3 40	50	60 4 4,2
— 56 59	59 32 35	35	59 32 37,3
— 59 1,5	— — 47	40	— — 45,7
0 0 46,5	60 3 45	40	60 3 58,6

Kessels 1260.

Bar. 30ᶻ,056 $t = 59°,1$ Nullpunct d. Stundenw. $23^h\ 58'\ 1''5$ freies Th. 70°,7.

---

*) Diese Collimation, als die nächste bei der Beobachtung, ist angewandt.

Digitized by Google

Beobachtungen zur Bestimmung der Collimation.

	Non. 1.	Non. 2.	
	° ′ ″	″	
des Morgens Sonnendurchm.	0 14 20	40	Coll. + 1′ 15″0
	359 42 50	70	
	0 14 30	45	Coll. + 1′ 12″0
	359 42 47	70	
Nach der Beobachtung	0 14 15	30	Coll. + 1′ 15″0
	359 43 5	10	

Es folgen daraus die Sonnenhalbmesser 15′ 45″,0
— 49,5
— 37,5

Herr *Petersen jun.* berechnet
Breite der Sternwarte 53° 32′ 46″,3.

1833. Julius 6.

Aus freier Hand beobachtet. Die heute gebrauchte Uhr geht Sternzeit, und war 1′ 54″,8 vor Sternzeit voraus.

Kessels 1313.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridian reducirt.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″
6 51 37,5	58 49 25	17	58 53 51,0
— 53 30,0	59 22 15	10	59 25 20,8
— 56 7,0	59 23 40	40	— — 18,8
— 57 10,5	58 52 40	40	58 53 50,8

Bar. 30ᶻ,025 t 66°,5
freies Therm. 74°,5.

Die Collimation ward durch Coincidenz irrdischer Gegenstände bestimmt

+ 1′ 3″5
+ 1 11,0 } + 1′ 7″,3

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus
Breite der Sternwarte 53° 32′ 46″,2.

1833. Julius 7.

Aus freier Hand beobachtet.

Breguet 4554.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridian reducirt.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″
0 0 12	59 18 37	30	59 19 1,8
— 11 18,4	58 45 55	45	58 47 45,8
— 15 18,0	58 43 5	0	— — 35,8
— 17 47,6	59 12 15	20	59 19 2,8

Breg. 4554.

Bar. 29ᶻ,769 t = 68°,0 Nullpunct d. Stundenwink. 0ʰ 3′ 52″3.
freies Therm. 76°,0.

Beobachtungen zur Bestimmung der Collimation.

	Non. 1.	Non. 2.	
	° ′ ″	″	
Nach der Sonnenbeob. Sonnendurchm.	359 43 0	15	+ 1′ 3″0
	0 14 40	53	
	0 14 30	43	+ 1′ 8″5
	359 43 0	13	

Es folgen daraus die Sonnenhalbmesser 15′ 49″5
— 42,3

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus
Breite der Sternwarte 53° 32′ 49″,3.

Soweit gehen die Beobachtungen im ursprünglichen Zustande des Instruments, und aus freier Hand gemacht. Ich übergab jetzt das Instrument Herrn *Repsold* um die vorher erwähnte Veränderung daran zu machen, und erhielt es Jul. 21 zurück. Die folgenden Beobachtungen sind an beiden Seiten des Nullpuncts gemacht, und nicht mehr aus freier Hand, sondern von einem Stative. Jetzt wurden die Beobachtungen zur Bestimmung der Collimation unnöthig, und ich habe statt der Collimation, den Nullpunct der aus allen Beobachtungen folgt angegeben, von dem die Winkel an gerechnet werden müssen. Die aus den Beobachtungen folgenden Sonnenhalbmesser sind beigesetzt.

1833. Julius 22.

Breg. 4554.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Merid. reducirt.	Sonnenhelbm.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
23 46 50,4	303 39 47	75	303 28 21,3	15′ 47″2
— 48 42,0	303 6 0	30	302 56 46,9	
— 56 48,8	56 26 35	33	56 29 7,9	15 46,5
0 0 24,0	56 59 47	47	57 0 40,8	
— 2 11,6	57 0 23	23	57 0 46,1	15 49,2
— 4 14,0	56 29 3	5	56 29 7,7	
— 8 36,8	302 56 40	73	302 56 38,2	15 48,7
— 10 29,6	303 28 47	60	303 28 15,6	

Breg. 4554

Bar. 29ᶻ,714 t = 64°,9 Nullpunct d. Stundenwinkel 0ʰ 5′ 35″,5
freies Therm. 67°,5.

Aus den Beobachtungen folgt Nullpunct des Kreises
359° 58′ 43″,0.

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus
Breite der Sternwarte 53° 32′ 49″,0.

1833. Julius 30.

Breg. 4326.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridien reducirt.	Sonnenhalbm.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
0 3 48,5	54 43 10	10	54 43 18,5	15′ 50″2
— 5 3,6	55 14 60	55	55 14 58,9	
— 7 59,8	304 42 17	45	304 42 22,7	15 54,0
— 9 5,0	305 14 20	40	305 14 10,6	

Breg. 4326.

Bar. 30ᶻ,252 t = 68°,6 Nullpunct d. Stundenwinkel 0ʰ 5′ 54″9
Freies Therm. 72°,7.

Digitized by Google

Aus den Beobachtungen folgt Nullpunct des Kreises
359° 58′ 42″,7.

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus
Breite der Sternwarte 53° 32′ 46″,7.

1833. Julius 31.

Breg. 4326.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridian reducirt.	Sonnenhalbm.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
0 0 15,4	304 58 10	40	304 57 15,0	15′ 44″7
— 1 50,2	305 29 15	30	305 28 44,4	
— 6 11,5	54 28 47	47	54 28 47,0	15 47,3
— 7 56,2	55 0 20	13	55 0 21,7	

Breg. 4326.

Bar. 29ᶻ,934 $t = 66°,6$ Nullpunct d. Stundenwinkel $0^h\ 6'\ 17'',7$
Freies Therm. 70°.

Aus den Beobachtungen folgt Nullpunct des Kreises
359° 58′ 47″,0.

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus
Breite der Sternwarte 53° 32′ 46″,7.

1833. August 1.

Breg. 4554.	Non. 1.	Non. 2.	Auf den Meridian reducirt.	Sonnenhalbm.
h ′ ″	° ′ ″	″	° ′ ″	
0 4 29,2	54 45 17	20	54 45 20,5	15′ 47″8
— 6 19,6	54 13 40	47	54 13 44,9	
— 8 54,4	305 43 50	87	305 43 46,2	15 51,5
— 10 22,0	305 12 30	67	305 12 3,2	
— 11 26,4	305 13 0	40	305 12 12,4	15 48,3
— 12 56,8	305 45 20	50	305 43 48,9	
— 14 56,8	54 42 20	30	54 45 15,8	15 44,5
— 16 8,8	54 10 10	10	54 13 46,9	

Breg. 4554.

Bar. 30ᶻ,096 $t = 60°,0$ Nullpunct d. Stundenwinkel $0^h\ 5'\ 29'',2$
Freies Therm. 68°,5.

Aus den Beobachtungen folgt Nullpunct des Kreises
359° 58′ 44″,8.

Herr *Petersen jun.* berechnet daraus
Breite der Sternwarte 53° 32′ 50″,6.

Wir haben also folgende Uebersicht der durch dies Instrument erhaltenen Breitenbestimmungen, und der dabei gefundenen Nullpuncte des Kreises.

	Breite.	Nullpunct.
	° ′ ″	° ′ ″
1833 Jun. 11	53 32 43,7	359 58 55,0
— 16	— — 46,3	— — 45,0
1833 Jul. 6	53 32 46,2	359 58 52,7
— 7	— — 49,3	— — 54,2
— 22	— — 49,0	— — 43,0
— 30	— — 46,7	— — 42,7
— 31	— — 46,7	— — 47,0
Aug. 1	— — 50,6	— — 44,8
Mittel	53° 32′ 47″3	

Die wahre Breite ist 53° 32′ 45″3, der kleine Kreis hat also nur 2″ gefehlt.

Ich füge noch 3 irrdische Winkel hinzu, die ich auf dem Stationspuncte in meinem Hause gemessen habe. Da der Kreis in der Ebene der Gegenstände mifst, und diese Winkel erst auf den Horizont reducirt werden sollten, so bedürfen alle diese Winkel einer kleinen Correction, die aber so unbedeutend ist, dafs ich es nicht der Mühe werth hielt sie zu berechnen.

Gemessen sind:	Winkel aus d. Dreiecken der Gradmessung.
	° ′ ″
A) Wilhelmsburg — Buxtehude	101 19 2,2
B) Ochsenwerder — Buxtehude	115 6 38,2
C) Ochsenwerder — Harburg	35 23 9,6

Bei den Winkeln des *Steinheil*schen Kreises habe ich die Correction beigesetzt, durch die sie auf die Winkel der Gradmessung reducirt werden.

	Links vom Nullpunct.	Rechts vom Nullpunct.	Winkel des Kreises.	Correction.
	° ′ ″	° ′ ″		
A)	50 38 20	309 19 15		
	— — 20	— — 40		
	50 38 20	309 19 27,5	101 18 52,5	+ 9″,7
	50 38 17	309 19 10		
	— — 15	— — 34		
	50 38 16	309 19 22	101 18 54,0	+ 8,2
	50 38 25	309 19 13		
	— — 25	— — 37		
	50 38 25	309 19 25	101 19 0,0	+ 2,2
C)	17 40 25	342 17 0		
	— — 25	— — 23		
	17 40 25,0	342 17 11,5	35 23 13,5	— 3,9
	17 40 27	342 17 3		
	— — 20	— — 23		
	17 40 23,5	342 17 13,0	35 23 10,5	— 0,9
B)	57 32 17	302 25 20		
	— — 10	— — 50		
	57 32 13,5	302 25 35,0	115 6 38,5	— 0,3

Digitized by Google

	Links vom Nullpunct.	Rechts vom Nullpunct.	Winkel des Kreises.	Correctiun.
	° ′ ″	° ′ ″		
B)	57 32 0	302 25 23		
	— — 13	— — 50		
	57 32 6,5	302 25 36,5	115 ° 6 ′ 30,0 ″	+ 8,2
	57 32 7	302 25 17		
	— — 10	— — 40		
	57 32 8,5	302 25 28,5	115 6 40,0	— 1,8

Der Winkel A ward bei sehr ungünstiger Luft gemessen, dahingegen B und C bei vortrefflicher Luft.

Vorstehende Resultate werden hinreichen, um von der Genauigkeit deren Herrn *v. Steinheils* Prismenkreis fähig ist einen Begriff zu geben, und dazu beitragen dies treffliche Instrument den Beobachtern zu empfehlen. Es wird ohnstreitig bei weiterer Bekanntwerdung noch einige zur Bequemlichkeit und Genauigkeit dienende Zusätze erhalten (in erster Hinsicht möchte ich *Troughtons* Methode das Fernrohr parallel mit dem Limbus zu bewegen empfehlen) aber so wie es ist, scheint es mir schon in seinen Leistungen alle Erwartungen zu übertreffen. Man darf nicht vergessen, daſs der Radius dieses Kreises nur 2 Zoll ist.

S.

Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber.

1833. Mai 18.

Mi permetto di unirli le poche osservazioni di Giunone, che ho potuto fare negli scorsi giorni alla consueta Machina Paralattica in compagnia del Sg. Dre. *Conti* mio Collega; Il Pianeta era debolissimo, e difficile a vedersi, alla quale circostanza deve attribuirsi l'andamento un poco irregolare delle differenze, che presentano queste osservazioni confrontate con le eccellenti effemeridi del Sr. *Enke*.

Le stelle alle quali fù costantemente confrontato il pianeta, sono quelle corrispondenti ai numeri 1751, 1761, 1794 del Catalogo del Sr. *Baily*, la posizione apparente delle quali per il giorno 10 Maggio ci risultò, come segue:

	AR. appar.	Decl. appar.
	h ′ ″	° ′ ″
N. 1751	= 15 20 13,51	= + 2 25 42,17
1761	= 15 24 22,98	= — 0 36 53,58
1794	= 15 37 28,92	= — 1 16 31,02

Osservazioni di Giunone intorno all' opposizione nel Maggio 1833, fatte all' T. R. osservatorio di Padova confrontate con le Effemeridi di Berlino del Ch. Sigr. *Enke*.

Giorni.	T. Medio in Padova.	AR. appar. osservata.	Declin. app. osservata.	Corr. delle Effem. in AR.	Corr. delle Effem. in Decl.
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Maggio 7	11 59 48,2	15 11 58,85	— 1 52 27,04	+ 1,33	+ 15,4
—	12 36 56,3	15 11 57,47	— 1 52 20,71	+ 1,17	+ 14,8
8	11 48 57,3	15 11 11,69+	— 1 47 49,71+	+ 2,48+	— 1,9+
—	12 23 14,3	15 11 10,23	— 1 47 29,71	+ 2,17	+ 11,1
9	11 41 35,8	15 10 21,97	— 1 42 49,04	+ 1,20	+ 10,4
—	12 17 6,2	15 10 20,80	— 1 42 47,71	+ 1,23	+ 3,7
10	11 41 48,8	15 9 33,42	— 1 38 1,21	+ 1,35	+ 11,9
—	12 25 35,0	15 9 32,49	— 1 38 3,21	+ 1,90	+ 2,5
11	12 4 48,2	15 8 45,25	— 1 33 31,21	+ 2,59	+ 1,7
13	11 52 47,4	15 7 7,51	— 1 24 38,81	+ 1,38	+ 2,7
			Medio	+ 1″68	+ 7,23

Santini.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Mädler* an den Herausgeber.

Arcona 1833. Jul. 28.

Die diesmalige Opposition des Mars traf mit einer so anhaltend ungünstigen Witterung zusammen, daſs unsre Absicht, die im J. 1830 angestellten physischen Beobachtungen fortzusetzen, nur sehr unvollkommen erreicht worden ist. Unter 16 an 6 Abenden entworfenen Zeichnungen sind nur 4, die den bessern auf unserm bei Nr. 191 der Astr. Nachr. befindlichen

Digitized by Google

Tableau an die Seite gesetzt werden können, und ein besonders nachtheiliger Umstand ist der, dafs der Fleck *a*, der uns damals als Normalfleck gedient hatte, nur einmal (am 16. Dechr.) und zwar ziemlich weit von der Mitte entfernt, beobachtet werden konnte.

Gleichwohl sind diese wenigen Wahrnehmungen hinreichend um uns zu überzeugen, dafs keiner der 1830 gezeichneten Flecke seine Gestalt und Lage verändert hat. Vollkommen deutlich war dies bei den 3 Hauptflecken, worunter *pm* diesmal am öftersten beobachtet wurde, so wie von dem schwächeren Streifen *q*. Die dem Südpol noch näheren *x*, *y*, *t* konnten diesmal nicht erscheinen, da der Pol dem Rande zu nahe lag, daher auch das 1830 so deutliche weifse Licht desselben nur 2 mal mit Gewifsheit, obwohl äufserst schwach, erkannt wurde (Nov. 20. 9^h und Nov. 23. 8^h t4'), dagegen bei allen übrigen Beobachtungen, auch derselben Abende, theils ungewifs blieb, theils gar nicht erschien. Auf der Nordhalbkugel, beiläufig von 180° bis 230° L. und 0° bis 35° N.B. zeigte sich wiederholt ein schwacher, gegen *pr* concaver Streifen, doch nur an seinem nördlichen Ende deutlich, und der Raum zwischen ihm und *pr* erschien mehrmals roth. Auch zeigte die Nordhalbkugel in ihrem fleckenfreie gezeichneten Theile kein so reines und gleichförmiges Licht als vor 2 Jahren. Um den (noch immer abgewendeten) Nordpol herum war nichts Besondres zu bemerken.

Diese Beobachtungen können, unter sich selbst verglichen, über die Rotationszeit nichts entscheiden, in Verbindung mit den 1830 gemachten ergiebt sich folgendes: Bezeichne *m* den Meridian der Marskugel, welcher zur Zeit der Beobachtung unter Voraussetzung der 1830 gefundenen Rotation (24^h 37' 9",9) durch die Mitte gehen mufste, *m'* der welchen die Beobachtung ergab, Δt die Verbesserung der Rotation in Zeitsekunden, endlich *a* ein aus der Anzahl der seit 1830 verflossenen ganzen Umläufe sich ergebender Coefficient, also

$$m + a.dt = m'$$

so sind die einzelnen Bedingungsgleichungen:

Sept. 24.	$15^h\,40'$	$244°\,48' + (2\,47)\,\Delta t = 285°$		
	$17\,25$	$233\,50 + (2\,47)\,\Delta t = 275$	;	$\Delta t = 14''5$
Nov. 17.	$8\,37$	$114\,44 + (3\,0)\,\Delta t = 160$		
	$9\,48$	$97\,25 + (3\,0)\,\Delta t = 144$	;	$\Delta t = 15,3$
Nov. 20.	$7\,2$	$164\,0 + (3\,1)\,\Delta t = 187$		
	$8\,53$	$136\,54 + (3\,1)\,\Delta t = 177$		
	$t1\,20$	$101\,3 + (3\,1)\,\Delta t = 140$	;	$\Delta t = 11,7$
	$15\,36$	$38\,37 + (3\,1)\,\Delta t = 78$		
Nov. 23.	$5\,40$	$210\,6 + (3\,2)\,\Delta t = 220$		
	$8\,18$	$171\,32 + (3\,2)\,\Delta t = 180$	;	$\Delta t = 2''8$
	$10\,14$	$143\,14 + (3\,2)\,\Delta t = 150$		
Dec. 16.	$6\,32$	$39\,56 + (3\,7)\,\Delta t = 88$		
	$7\,45$	$22\,9 + (3\,7)\,\Delta t = 60$		
	$8\,55$	$5\,4 + (3\,7)\,\Delta t = 45$	;	$\Delta t = 13,7$
	$t1\,4$	$333\,57 + (3\,7)\,\Delta t = 22$		

woraus im Mittel $\Delta t = 11''{,}6$ und folglich die verbesserte Rotation = $23^h\,37'\,21''{,}5$ erhalten wird. Wollte man das Resultat des 23. Novbr. der starken Abweichung wegen ausschliefsen, so würde die Rotation = $23^h\,37'\,23''{,}7$. Die Zahl der ganzen Umdrehungen vom 20. Octbr. 1830 um 10^h bis 17. Novbr. 1832 um 14^h ist 740.

Man kann hiernach die Flecke, welche bei der im Januar 1835 statt findenden nächsten Opposition (wo der Marsäquator sehr nahe als grade Linie erscheinen wird) zu einer gegebenen Zeit sichtbar sein werden, im Allgemeinen vorausberechnen.

Ueber die Verschwindung des Saturnringes habe ich folgendes beobachtet:

1832 Nov. 29. 18^h noch ohne Ring gesehen.
(December äufserst schlechte Witterung.)

1833 Febr. 26. Der Ring als ziemlich breite Linie. Auf jeder Seite fast in der Mitte ein hellerer Punkt, aber auf der Ostseite leichter aufzufinden als im W.

März t1. — 12. desgl.

— 21. — 25. — 26. desgl. Die Linie wird merklich feiner.

April 4. 15^h Zu beiden Seiten scheint die Linie durch 3 feine Punkte gebildet, aber es ist alles zu zart und schwirrend.

— 13. — 14. — 17. der hellere Punkt ist nur noch schwer in der feinen Linie zu erkennen.

— 22. Die sehr feine Linie ist noch deutlich, und scheint östlich etwas länger.

— 24. Nur mit grofser Mühe gesehen.

— 25. Die Linie noch mit Sicherheit gesehen, aber so fein, dafs das Auge sie nicht lange festhalten kann. Auch ist sie nicht mehr lang genug.
Unter allen angewandten Vergrösserungen war die 180malige des Mikrometers die einzige, welche die Linie noch zeigte.

— 26. Nichts mehr gesehen.

Mädler.

Digitized by Google

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Lamont* an den Herausgeber.

Bogenhausen 1833. July 26.

Die letzte Sonnenfinsternifs konnte auf der hiesigen Sternwarte wegen ungünstiger Witterung nur unvollständig beobachtet werden. Ich erhielt:

Anfang. 16 July.	1h 26′ 25″	Sternzeit.	Gut.
Ende. ———	3 10 21	———	ganz unzuverlässig.

oder nach mittlerer Zeit:

Anfang	17h 47′ 17,6″		
Ende	19 30 56,6		

Das Ende beobachtete ich ohne Blendglas, denn die Sonne war bedeckt; und gerade wie die letzte Berührung erfolgen sollte, verschwand die Sonne hinter einer dicken Wolke. Die obige Angabe ist daher wahrscheinlich um ein Paar Sekunden zu klein.

Ich habe während der Finsternifs mehrere Sehnen mit einem *Fraunhofer*'schen Heliometer gemessen. Das Instrument hätte wegen anhaltend schlechter Witterung nicht gehörig berichtiget werden können; überdiefs machten vorüberziehende dünne Wolken die Einstellungen sehr schwierig: man wird demnach wenig Genauigkeit erwarten dürfen. Ich will jedoch diese Messungen hier beyfügen.

Mittl. Zeit.	Sehne.	Positions-Winkel.	Scheinb. Entfernung der Mittelpunkte.	
h ′ ″	″	° ′	″	
17 53 54,8	889,6	152 0	1724,8	
17 56 45,3	1042,5	150 10	1637,1	
17 59 23,9	1155,9	148 25	1559,0	
18 1 10,6	1224,4	147 8	1506,3	
18 6 22,8	1387,6	143 0	1357,4	
18 8 11,5	1436,9	141 2	1304,8	
18 10 56,0	1494,4	138 22	1238,8	
18 17 13,0	1607,3	130 31	1087,9	
18 19 44,6	1642,0	126 31	1034,6	
18 22 49,0	1673,7	121 55	982,2	
18 26 46,4	1710,7	114 30	915,5	
18 48 42,8	1699,4	68 0	934,3	unzuverlässig.
19 8 29,6	1413,3	42 0	1332,6	———
19 13 46,7	1249,3	37 0	1489,6	———

Der Werth eines Schraubenumganges wurde aus wiederholten Beobachtungen des Sonnendurchmessers abgeleitet. Den Halbmesser des Mondes am Horizont fand ich aus dem Berliner Jahrbuche = 16′ 30″,7 für 18h und stündliche Zunahme 0″,27. Darnach ist die scheinbare Entfernung der Mittelpunkte berechnet. Auch wurde dabey der Einfluls der Refraktion auf die Messungen der Sehnen berücksichtiget.

Zur Zeit des Mittels der Finsternifs mafs ich die Entfernung der südlichen Ränder der Sonne und des Mondes und fand:

h ′ ″ ... ″ ... ° ′
18 38 4,5 ... 1032,7 ... 0 10 (bes. unzuverlässig wegen der Unebenheiten des Mondrandes.)

Dr *Lamont*.

Inhalt.

Ueber neue Reflexionskreise mit Glesprismen els Spiegel. Von Herrn *v. Steinheil* in München. (Beschlufs.) p. 105.
Schreiben des Herrn *Santini* Directors der Sternwarte in Pedua an den Herausgeber. p. 115.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Mädler* an den Herausgeber. p. 115.
Auszug eus einem Schreiben des Herrn Dr. *Lamont* en den Herausgeber. p. 119.

Altona 1833. September 6.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 248.

On the Rotation of Venus.

By the Reverend *T. J. Hussey*.

An inquiry into the time of rotation of the planet Venus as it can lead to no practical results, must be regarded as a subject only of curious, but assuredly legitimate research, for no attempt, however humble, to extend our knowledge of natures works can be devoid of interest nor should it be treated with indifference, and we have the highest authority on such subjects for saying that the exact time of the rotation of Venus is yet to be ascertained. *Laplace* in his *Exposition du Système du Monde*, speaking of the spots and luminous points on the disc of Venus by which the time of her revolution on her axis must be determined, says, *l'extrême difficulté d'apercevoir ces phénomènes dans les plus forts télescopes en rend l'observation très-délicate dans nos climats: ils meritent toute l'attention des observateurs placés au midi, sous un ciel favorable. l. 1. c. 5.* Now as the evidence on there being a satellite to Venus, although worthy of attention, is not conclusive, depending only upon the authority of *Fontana*, Riccioli Almagestum Novum Lib. VIII.*) p. 485. of *Cassini*, *Découverte de la Lumière Celeste qui paroit dans le Zodiaque* p. 35. and of *Short*, *Philosophical Transactions for* 1741, the question before us must be decided by observation, and the only astronomers that I am aware of having investigated this point under circumstances and with instruments adequate to the task are the first *Cassini*, *Bianchini*, *Schröter* and the elder *Herschel*. *Cassini* estimates the time and rotation at „less than a day." *Anciens Mémoires de l'Academie* X. p. 467. ($23^h\ 15^m$ according to his son. *Astronomie* p. 515.) *Bianchini* at 24 days 8 hours. *Hesperi et Phosphori nova Phaenomena* p. 66. *Schroeter* at $23^h\ 21^m$. *Phil. Trans.* 1792. 1795, and *Herschel* says, „with regard to the rotation of Venus on an axis, it ap„pears that we may be assured of this planets having a „diurnal motion, and though the real time of it is still „subject to considerable doubts, it can hardly be so slow as 24 days. *Philosophical Transactions* 1793." This professes to be no more than conjecture. Now the reputation which Sir *William Herschel* enjoyed for accuracy, combined with the preceding intimations of *Laplace* will justify our hesitating to adopt the conclusions of Mr. *Schroeter* who certainly observed with inferior instruments. The determination then of the time of rotation of Venus upon its axis rests upon the observations of *Cassini* and *Bianchini*: now the statements of these two astronomers, if indeed J. D. Cassini can be regarded as having made any, are utterly at variance, and those of *Cassini* having been received by the world which affects to disregard or disdains to consider those of his rival: I shall endeavour, in the first place, to investigate what causes may have led to this preference, on the supposition that the authors were equally entitled to respect, and then, having shown that the character of reputation of *Cassini* arose in great measure from a concurrence of fortuitous circumstances and not from superior merit to *Bianchini*, it will be my object to prove from the recorded observations of these two astronomers that it is the latter who must be depended upon, or perhaps I should rather take a different position and say, that neither *J. D. Cassini* himself nor his contemporaries having esteemed his observations of the spots of Venus, by which the time of her rotation was nominally ascertained, sufficiently accurate for the purpose, the credit of *J. D. Cassini* rests in this

*) Nec desunt qui putant (Vid. le prefacione alla opera del *Galileo* p. 17.) fuisse maculas aliquas in vitreis *Fontanae* lentibus: quod tamen de Viro docto non facile suspicari licet; neque enim debemus astronomum adeo suae artis ignarum praesumere, ut nesciat tubos circa proprium axem convertere ad eam follicam detegendam, quae si esset in vitro statim situm mutaret, atque in alios Planetas eodem tubo conspectos periter projiciretur. *Melchior à Brigk*, Ep. ad *Franc. Blanchinum* p. 6.

Were the supposed satellite of Venus only an optical deception, as hath been so much insisted upon by *Delambre*, it is difficult to conceive that it was not one, of the nature of which the observers would have been themselves aware.

Digitized by Google

particular upon the falsifications of his son *J. Cassini*, which have induced *Delambre* to assert, *les astronomes penchaient pour ce dernier d'autant plus que Bianchini n'avait pu faire ses observations d'une manière suivie. Astron. Theor. et Prat. III.* 74, a misstatement which will be rectified in the sequel.

In the first place then *Bianchini* stood alone *): bound by his religious vows he had no child to vindicate his posthumous fame and gratifyng his own vanity under the mask of filial piety urge with clamorous pertinacity his fathers (much less his great grandfathers) claim to discoveries which he himself might have been too honest or too modest to prefer. With *Cassini* the case was different: he was the founder of a school, a race of graphic astronomers, the three *Muraldis*, three *Cassinis* (exclusive of *Cassini* I) and *Saron:* he occupied a station successively filled by three of his immediate descendants; the Royal Observatory at Paris being for 122 years the patrimony, as it were, of this family. Of *Bianchinis* character **) I shall say nothing, it has never been impugned; the following estimate of that of *Cassini* is written by *Delambre* and will not be thought too severe by any who examine the subject. *Pourquoi, dira-t-on, Cassini a-t-il joui d'une reputation si universelle? Pourquoi a-t-il été loué à lui seul plus que tous les astronomes ensemble, au moins pendant leur vie? C'est d'abord qu'il y avait en lui beaucoup à louer, qu'il était laborieux, qu'il tenait sans cesse l'attention du public éveillée, qu'il n'employait le plus souvent que des moyens extraordinaires, tels que son gnomon et ses longues lunettes, et qu'appellé en France comme un homme dont il était difficile de se passer, on s'accoutuma de bonne heure à le croire supérieur à ceux qui avaient désiré se l'adjoindre. Il était une conquête dont on louait beaucoup le monarque; tous les éloges qu'on lui adressait étaient des louanges indirectes pour le roi. Il faisait hommage à Louis XIV de toutes ses decouvertes; il était l'astronome le plus favorisé de la cour, il n'en fallait pas tant pour lui assurer une réputation plus populaire que celle d'aucun autre savant. Tout le monde comprenait sans aucune explication les découvertes de Cassini.... Au fond, toutes ces nouveautés n'étaient que des phénomènes absolument isolées; ce sont des choses infiniment curieuses, que tous les astronomes sont très-aises de savoir, mais dont ils se passeraient sans qu'il en résultât rien qui nuisît le moins du monde aux progrès de la véritable astronomie. Honneur à Cassini qui nous a fait connâitre quelques-uns de ces phénomènes,.....il est bon que chacun serve la science selon ses goûts et ses moyens.....si nous nous pensions autorisé à faire quelques reproches, ce ne serait pas à D. Cassini, mais à ses contemporains que nous les adresserions. Astron. Mod.* 2. 803.

Without drawing any conclusion at present from the foregoing remarks I shall now consider the observations of *Cassini* and *Bianchini*: those of the latter will be taken from his own work *Hesperi et Phosphori nova Phaenomena. I Fol. Folio. Romae* 1728. those of *I. D. Cassini* from the *Elémens d'Astronomie* of *J. Cassini* 2 *Vol.* 4. *Paris* 1740, „as M. *Cassini*, the Son, has vindicated his Father, and „shown from *Bianchini's* observations being interrupted, „that he might easily mistake different spots for the same; „and he concludes, that if we suppose the periodic time to „be $23^h\ 20^m$ it agrees equally with their observations, but „if we take it 24½ days, it will not agree with his Fathers „observations. Vince Astronomy I. 229." It is to be regretted that any English writer of credit should have hazarded this assertion; in no particular doth it seem to me to be borne out, and *tant pis pour les faits* if they differ from any preconceived theory, is not the usual motto of our countrymen; in the present instance we may conceive that the scarcity of *Bianchinis* original work induced Professor *Vince* to receive his observations as detailed by the younger *Cassini*, whose dogmatical tone moreover is strangely contrasted with his fathers hesitation and diffidence in this subject; in the language of *Lalande, elle* (*Venus*) *lui parut achever son mouvement en moins d'un jour, cependant il n'osoit assurer que ce fût toujours la même partie luisante qu'il avoit vue, ni décider s'il faisoit une révolution entière, ou seulement une libration, n'ayant pu voir la continuité de ce mouvement dans une assez grande partie de l'arc. Quoique M. Cassini eût observé ces taches*

*) When we consider that before the period *J. Cassini* wrote, 1740, Latin had ceased to be the ordinary language of the learned (insomuch that he found it requisite to give a version of the passages extracted from *Chiarini's* work) and that most defective medium of communication the French tongue had been generally adopted in its place and when the change which scholarship underwent about that time is taken into account, there can be no great temerity in conjecturing that the language in which they were conveyed determined in a considerable degree the fate of *Bianchinis* observations, and may not the same hold good with respect to *Linnaeus* and *Jussieu*?

**) Illustrissimus Dominus *Franciscus Bianchini* in mathematicis scientiis apprimé eruditus, et in observando quoad noverim accuratissimus. *Carbone* in the Phil. Trans. XXXIII.

Digitized by Google

de Vénus en Italie, il n'a jamais pu les distinguer à Paris) avec les meilleures lunettes. Astronomie.* 8. 485. I have adduced this passage to show that I am not singular in considering no great stress is to be laid upon the observations by which the elder *Cassini* is supposed to have determined the period of rotation of Venus; he, who best knew their worth and certainly was not addicted to undervaluing his own labours **), seems to have distrusted them, and this avowal is made by *Lalande*, one of his most extravagant panegyrists. The same view had been previously taken by *Hadley*, who, in an account of *Bianchini's* work published in Vol. 35. no. 410. of the Philosophical Transactions expressly states that the time of rotation of Venus has been generally taken from some observations made by M. *Cassini* in the year 1666 and 1667 but which he himself did not seem much to rely on. But both these periods (of $24^d\ 8^h$ and 23^h) may be very consistent, he adds, with the same observations provided that one of the observers did not continue his observations for any considerable time at once.

Signor *Bianchini* having investigated by experiment the proportions between the focal length of the object and eye lenses and the aperture of the former best suited for observation found that an aperture of four inches in a telescope of about 66 or 73 focal length with an eye lens of not less than 7 nor more than ten inches focal length was to be preferred. With an instrument of this description the size of Venus was equal to and the appearance of her spots resembled „the seas" of the moon when seen by the naked eye; and as these lunar spots cannot be clearly distinguished in every state of the atmosphere and by every eye, in order that proper dependance may be placed upon the observations of Venus, the position of this planet with respect to the earth, the state of the atmosphere and the observer must be carefully selected. Into these precautions I shall not farther enter but premising that the telescope was destitute of a tube and that the eye piece was provided with a micrometer, shall detail the observations in the order they occurred and in the words of *Bianchini*, thus removing every ground of cavil by enabling the reader to judge for himself.

The first observations, in which Signor *Bianchini* was assisted by, among others, a Scotch gentleman named Hope who was then in Rome, are thus recorded: Hesp. et Phosp. nova Phaenomena. pp. 8. 9. 10. Veneris altitudo ab horizonte tunc temporis ad gradum quadragesimum pertingens (cum Planeta versaretur in signo rectae descensionis) opportuna quidem erat ad eundem nitidiùs conspiciendum; utpoté à vaporibus liberum, qui proximos horizonti gradus obsident, ac tremulam reddunt imaginem siderum ibi versantium ..... ex die 9 Februarii ad decimam Martii has peregi observationes, quas in figuris ad dies singulos delineatis quandocunque observare licuit, appono Tab. 1 et 2.

Comparantibus itaque nobis situm macularum per dies singulos conspectarum circa eandem horam crepusculi vespertini facilé fuit deprehendere mensuram diurni progressus, qua promovebantur dietim gradibus circiter quindecim ab occasu in ortum. Id evidenter patet considerantibus figuras (Tab. 1 et 2.) Disci Veneris observati ex die 16 ad 20 Februarii. Nam amplior macula C, quae culmine suo 3 pertingebat die 16 ad planum per centrum circiter disci nobis conspicui ad rectos angulos ductum eum circulo finitore lucis et umbrae SCR, post biduum nempé die 18 accesserat ab limbum R. Multo autem proximior reddebatur eidem limbo die 19. et die 20 ferme tangebat. Quare intra dies circiter sex visebatur perspicue ex C, per B, in R, quadrantem circuli sua revolutione perficere. Intelleximus itaque et maculam ampliorem A, (Tab. 2. Fig. 1.) quae die 9 processerat ultra planum PQ, post dies quinque jam revolutam ultra limbum R, apparere nobis non potuisse die 14, sed tantummodo maculam minorem B illi succedentem, (Tab. 2. Fig. 1.) quae die 9 versabantur in quadrante PS.

---

*) En France. avec des lunettes plus fortes, commandées à ce même *Campani*, per *Louis XIV*, jamais il ne put revoir la tache de Vénus, ni verifier se révolution. *Delambre.* Astron. Moderne II. 893.

Melchior à *Brigk* who in the letter to *Bianchini* annexed to the Hesp. et Phos. nove Phaenom. speaks of the *dubiae observationes* of *Cassini* p. 2. after noticing *de la Hires* account of spots in Venus remarks: *Eu meram macularum conjecturam*, non visionem perspicuam.

**) Aggiungeremo solamente che dopo tutte le osservazioni della scuola Newtoniana si terra stabilito, che il pianeta di Venere adempie il suo giro intero sù proprio in ore 23. Nel *Gran Giornal di Europa* part. V. Ann. 1667. Artic. 5. *Melchior à Brigk* to whom I am indebted for this extract, coolly remarks hes observetiones neque inveni in *Newtono*, neque in Institutionibus Graversandi, neque apud *Davidem Gregorium*, *Wriston*, *Krill* etc. Quod si fortè latent in Ephemeridibus sive Transectionibus Anglicis, (where moreover they are not to be found) eae mihi nunc non sunt ad manus. Caeterum aliud est loqui ex propria idea, aliud ex observatione Naturae. Hoc primum. p. 5.

Digitized by Google

Post maculam *C* 3 succedebant aliae minores illi contiguae *D* 4 *E* 5 (Tab. 2 Fig. 4.) quarum progressus ostenditur similis ex iisdem figuris. Tandem die 5. Martii redeuntibus ad eundem fermé situm disci Veneris maculis iisdem die 9 Februarii conspectis *A* et *B*, (Tabula 2. Fig. 2. et Fig. 8) comperimus integram revolutionem absolvi diebus 24. adeoque divisis gradibus 360 totius circumferentiae perdies 24 cognovimus diebus singulis progredi per gradus quindecim. Figuras disci Veneris et macularum situ inverso in Tab. 1. exhibeo, quales apparebant in telescopio, unicâ lente oculari de more instructo, dum coelestia corpora contemplamur. Praestat autem ita inversas exhibere, ut recognosci faciliùs possint abiis, qui experimentum facere velint, redeunte planeta ad similem adspectum statis temporibus nobis offerendum.

Easdem tamen maculas etiam in situ vero exhibere oportet, quod praestamus Tabula secunda ac tertia, ut facilius percipiatur theoria revolutionis ac illuminationis, et Axis constitutio, et obliquitas, si vis imaginandi adjuvetur recté dispositâ uniuscujusque phaseos figurâ.....

Perpensis Epistolis *Cassi*anis anni 1667. ad amicum (Petit) privato studio transmissis, et consideratâ difficultate spectandi maculas Veneris post ortum solis etiam per telescopia palmorum centum, cum easdem visas indicent literae post solis ortum quando certô novimus tanto minoris longitudinis telescopia in usu solummodo fuisse, considerato etiam silentio per annos triginta sex, quos *Cassinus* supervixit ex anno 1667 ad 1712 ab ipso custodito circa hujusmodi maculas; vix quidpiam certi ab illo statutum credam de indicatis experimentis.

Ceterum de conversione ejusdem planetae circa axem proprium spatio horarum 23 quam inde perceptam referunt Ephemerides Eruditorum et scripta Ozanami, quibus adhaesisse videtur Cl. *Hallejus*, aliique astronomi in Veneris rotatione circa axem proprium definienda, *Cassinus* dictorum suorum censor accuratissimus certi aliquid statuisse non invenitur in scriptis ab se in publicum editis quod sciam. Neque enim definiri poterat ex ordinatâ mutatione seu progressu macularum supra discum Veneris, num intra horas 23 an potius intra dies 24 integra rotatio absolveretur; nisi observandi planetae copia talis daretur in ejusdem proximo accessu ad terrae globum, ut tribus horis solidis ante ortum vel post occasum solis esset supra horizontem conspicuus. Ad hoc demonstrandum accedimus ex observatis anni 1726 quibus deprehendimus non horis 23 sed totis diebus 24 unicam rotationem globi Veneris circa axem proprium compleri.

Dixeram Cap. 2. fol. 9. ex die 9 Februarii per plures conseqnentes spectantibus nobis Venerem circa crepusculum vespertinum non modo conspectas maculas, sed etiam progressum earum talem esse deprehensum, ut diurna quantitas mutationis situs macularum in disco apparentium esset graduum circiter quindecim ab occasu in ortum.

Alterutra igitur illatio lude consequebatur, nempe aut globum planetae intra horas 24 una rotatione absoluta portionem alterius etiam coepisse quae responderet arcui graduum circiter quindecim, hoc est parti vigesimae quartae totius circuli; vel intra horas 24 illum tantummodo arcum à maculis revera descriptum, grad. 15. qui pars est vigesima quarta totius circumferentiae: et idcirco rotationem unicam absolutum iri spatio dierum 24 non secus ac in sole vertigo macularum ostendit, diebus duodetriginta globum solarem converti semel circa axem proprium suae rotationis. Utra esset illatio praeferenda dijudicari non poterat, nisi adhibitâ alterâ observatione, quam instituimus, hoc promisso ratiocinio. Si enim, inquam, intra horas 23 globus Veneris integram rotationem absolvit: necesse est ut quadrantem circuli horis 5 et minutis horariis 45 circiter perficiat, et octantem circuli peragat horis tribus non integris nempe 2. min. 53. sec. 30. Jam verò cum mense Februarii 1726 quo observabam, post solis occasum Venus esset spectabilis supra horizontem horis plusquam tribus ac dimidia, si ad situm macularum attenderem sole occidente, spatium horarum trium et semis dabatur novis observationibus ad cognoscendum, num interea octantem circuli emensae maculae quae sole occidente apparebant in centro, bora tertia post solis occasum excursum fuissent per quartam saltem diametri partem ex centro ad cornu proximum. Si mutatu observaretur quartae diametri partis; concludendum erat, octavam circuli partem hoc spatio temporis emensam indicare circulum integrum absolvi horis 23. Sin mutatio ita esset exigua intra horas trea, ut vix sensilis redderetur; perspicuum erat futurum, intra horas tres à rotatione planetae et macularum paucos admodum gradus fuisse percursos, atque adeo totam diem impendi quindecim illis gradibus quibus dietim maculae progrediebantur, et rotationem integram non absolvi nisi emensis 24 arcubus illi diurno aequalibus, qui dies requirunt 24.

Nacti sumus vesperam et noctem huic observationi prae ceteris aptam, quae fuit 26 Februarii; cujus inspectionis seriem describo ex Ephemeride Coelestium observationum, quam dietim fermé prosequor..... Talis igitur est series observationum.

Digitized by Google

„Romae Feriâ tertiâ die 26 Februarii 1726 Caelo clarissimo citra ullam ventorum agitationem aere purgato.

„In monte Quirinali ad Aedes Barberinas in ponte sublicio jungente hortorum planum cum aulâ eminentissimi Cardinalis *Francisci Barberini* statuimus fulcrum vitri objectivi per *Josephum Campani* elaborati palmorum 88, (64,68 ped. Ang.) tum serico filo demisso, et per methodum *Hugeni*anam extenso, ut vitrum oculare ad eam distantiam jungeret objectivo, et axes utriusque in eadem recta linea delinerentur ex inferiori plano Palatium *Barberinum* ambiente ad instar fossae in fortalitiis, Venerem observare coepi ab occasu solis per horam fere integram subsequentem, nempe usque ad horam 5 min. 45 pomeridianam, adstantibus compluribus, et per vices mecum recognoscentibus maculas quas describo.

„Veneris falcatae figurae apparebat, qualem exhibui capite secundo Tabula II. die 26 Febr. nempe tres maculae in illa compiciebantur, $E5$, $F6$, $G7$.... Harum major $F6$ tenebat medium lunatae disci partis nobis obversae ex hemisphaerico à sole illuminato. Duae laterales $E5$, et $G7$ minus elevabantur supra circulum finitorem lucis et umbrae ita ut illarum apices borealea tantummodo spectarentur, et ex fretis interpositis... nihil omnino spectaretur, universo eorum tractu intra umbrosum hemisphaerium delitescente. In Mari $G7$ pars media obscurior apparebat quam reliqua illius maculae area, nec non proximarum. Apices igitur marium istorum lateralium medio circiter spatio inter centrum majoris et cornu proximum falcatae Veneris hinc inde tenebant, et paululum minùs à centro, quam à cornu distabant.

„Aptavi micrometrum telescopio, cujus filorum intervalla 63 aequant uncias palmi Romani duas: quare hujus modi spatia palmus Romanus (= 8,82 Unc. Angl.) continet 378. Cùm verò distantia foci ab objectivo Campani, quo ea die utebar, esset palmorum Romanorum 88 tota haec longitudo, sive extensio continebat spatia micrometri 33264. Diameter globi Veneris XZ implebat spatia hujus micrometri sex. Ut igitur 33264 est ad 100 mill., ita 6 ad $18\frac{1}{2}$ sinum grad. 0. min. 0. sec. 45 quantitatem anguli, sub quo Venus à terra conspecta tunc apparebat.

„In diametro XZ à centro maculae F ad extremum cornu X micrometri partes tres, totidemque ab eodem centro F ad aliud cornu Z. Apices verò marium F et G à centro F paulò minus quam spatia micrometri $1\frac{1}{2}$ erant dissiti et paulo magis quam $1\frac{1}{2}$ à cornibus X et Z. His ita conspectis clarissimè fermè per horam integram ab occasu solis, nempe ex hora pomeridianâ 5 min. 25 ad 6 min. 15 ex illa statione pontis sublicii Palatium *Barberinum* jungentis cum hortorum plano spectari ultra non poterat, quia diurnus motus planetam deducebat ad planum ab Aedibus ipsis *Barberini* occultatum.

„Post horas tres evolutas à medio tempore prioris observationis, nempe horâ post meridiem 8 min. 40. Venus commode conspici poterat intra ipsum palatium, in amplissima scilicet aula, ab aedium fronte explicatâ plusquam centum ac viginti palmis in longitudinem, et duplici fenestrarum ordine instructâ, versus occidentalem plagam, in qua Venus ab horizontem deferenda spectabatur, nec jam sub dio, sed subtecto observatio peragebatur.

„Collocato igitur fulcro vitri objectivi prope fenestras amplissimas istius aulae Palatii *Barberini*, cujus nota est amplitudo et ornatus ex picturis celebribus per Equitem *Petrum Kerettinum* in ejus concameratione efformatis, extendi potuit filum ad justam mensuram palmorum 88 spatio insuper abundante ad vitrum oculare ibi statuendum, et planetam commoda inspiciendum plusquam semihorâ antequam occumberet. Constitutâ enim Venus eâ die in gr. 18 min. 56 Arietis circa meridiem, uti Ephemerides referunt, cum latitudine Boreali gr. 4. min. 36 et declinationis gradibus 11. min. 42. postquam meridianum circulum attigerat hora pomeridiana 2 min. 35. supra horizontem Romanum versabatur usque ad horam pomeridianam 9 min. 30. Aer illa die defaecatus ab omni caligine, imo etiam liber à quacumque ventorum agitatione illustrem admodum reddebat adspectum Planetae: et cum versaremur intra aulae parietes; et ab omni vel minima ventorum, si qui fuissent, agitatione redderetur immunis observatio, nullaque pars machinae vitrum fulcientis tremeret vel tantillum, clarissima spectabamus easdem maculas ante horas tres in Veneris lunato disco observatas: et notabamus a sede pristina sensili differentia non esse renotas, sed mediam et ampliorem illarum Planetae centrum, ut antea, obtinere; duas vero laterales apicibus prominentes extra circulum finitorem lucis et umbrae, non secus ac hora $5\frac{1}{2}$ spectari: ita ut attentè conferentibus nobis iconem disci tunc delineatam hora 5 min. 45. cum illa, quae apparebat ex hora 8 min. 30. ad horam 9 min. 0. nulla ferme diversitas censeri possit in sede macularum."

Cum igitur intra horas tres plusquam octavo pars unius circumvolutionis expectanda foret, si intra horas 23 gyrus integer absolveretur; consequens erat ut centrum majoris maculae F (Tab. 2. ad diem 26 Febr.) horâ 5 min. 45. obti-

Digitized by Google

nens centrum lunati Veneris Disci dimoveri debuisset horâ 6. min. 45. ab eâ sede versus cornu Z per arcum graduum fermé quinquaginta; et spectandam nobis se exhibere ultra situm à maculâ laterali E occupatum in observatione horae 5. min. 45.; ipsaque macula E ita proxima versari debuisset ad cornu Z, ut adspectui fermé subtraheretur in curvaturâ globi prope Z; et è contra macula G ex ea sede ad medium, lunatae phaseos planetae versus F per arcum GF graduum fermé 50 tribus horis emensum suâ vertigine promota spectari debuisset, si tota revolutio Veneris circa suum axem intra horas 23 perficeretur. Tres igitur maculae hora 5. min. 45. in duplici quadrante globi XF, FZ ex aequo distributae in solo quadrante FZ inclusae spectandae fuerant in ea suppositione revolutionis integrae horarum 23, et nulla earum superesse in quadrante FX.

At evidenti experimento conspeximus quotquot intra aulam praedictam ex hora 8. min. 30 ad 9 min. 0 ad Planetam intendimus oculos per idem telescopium palmorum 88 maculam F 6 medium lunatae phaseos circiter obtinere, et eamdem fermé distantiam partium micrometri intercipi inter apicem E et cornu X, quae inter apicem G et cornu Z, non secus ac hora 5 min. 30. fuerat observata.

Necesse igitur fuit recognoscere, spatio illo trium horarum maculas Veneris in suo parallelo non fuisse progressas plusquam duplici gradu suae peripheriae, et diurnae progressionis arcum intra horas 24 ad gradus circiter 15 pertingentem non posse intra horas tres sensilem mutationem octava sui parte (quae ad gradus duos non pertingit) oculis exhibere: quae in alia suppositione revolutionis integrae per horas 23 arcum omnino sensilem gr. 47. spatio trium horarum percursum prodidisset, spectatoribus per maxima haec telescopia observantibus etiam secluso micrometri adjumento ad spatia lunati disci Veneris comparanda.

Conspectum ergo redditur ex observatis illius diei comparatis cum situ macularum spectato diebus praecedentibus 14, 16, 19, 20 Februarii, eadem hora crepusculi vespertini, quantitatem diurni progressus talem esse, ut quadrantem integrae revolutionis absolvat diebus circiter sex. Conferantur figurae observationis diei 14 Februarii quando apex borealis maris C 3..... gradibus circiter 30 à medio distabat, cum figuris observationum habitarum diebus 16 et 18 Febr. Die 16 apex 3 erat circa medium disci Veneris; die 18 idem apex in medio circiter quadrantis LZ versabatur. Colliges ejus progressum diurnum esse graduum circiter quindecim cum per dies 4 promota fuerit gradibus circiter 60.

Tandem comparatis observationibus diei 9 Februarii cum aliis subsequentis post dies 24 nempe die 5 Martii, quando macula A iterum ferme redierat ad eamdem partem disci, et proximum mare $B2$ ad pristinum pariter locum fermé revolvebatur quem die 9 Februarii obtinuerat; perspicuum fit, hoc intervallo dierum 24 vel integram periodum unius revolutionis absolvi vel intra dies 24 cum aliquot horarum additamento.

Quot autem horarum supplementum addendum sit diebus solidis quatuor et viginti ad complendam integram revolutionem, ex subsecutis observationibus à prima semotioribus ita gradatim indagari.

Cum iudicium absolutae revolutionis petendum esset à regressu macularum ad eamdem partem in Planetae disco, in qua ante observatae fuerant; et probe intelligerem, per axis parallelismum, ea qua diximus lege servatum, gyros macularum ad singulos orbitae quadrantes inclinatum iri sub angulo dietim vario cum plano illuminationis extremae; et nossem pariter in hemisphaerio terrae gradatim objecto planum ipsum illuminationis modo in hanc, modo in alteram plagam convergere; ne de regressu maculae falsa conjectura me falleret prae oculis statuendum duxi figuram Tabulae IV et in illa adnotandum qualis adspectus futurus esset ad datum tempus hemisphaerii Planetae pridem conspecti die 9 Februarii, Veneris centro collocato in D.

Tenebam ex una revolutione conspecta ex 9 Febr. ad 5 Martii (Tab. IV.) esse mensuram illius periodi dies solidos 24 et horas aliquot nondum compertas. Cum autem ex D in A feratur Venus diebus 56 et ex A in B per totidem dierum summam perveniat, semiellipsem suam circa solem absolvens diebus 112; octiduo post complebatur summa quinque periodorum ex 24 diebus constantium. Quare cum die 9 Februarii esset in D; die prima Junii futura erat in B; et octiduo post nempe 9 Junii periodus quinta dierum 24 absolvebatur. Si ergo praeter dies 24 una revolutio exigit horas nonnullas, die una vel altera post nonam Junii attendendus erat primus regressus maculae ad locum in disco antea notatum. Quartus autem regressus praeventurus erat Kalendas Junii diebus circiter quindecim, nempe 17 vel 18 Maii; cum a quinto distet diebus 24.

Situs autem maculae die 9 Februarii peractae ad globi Planetarii punctum L et at LQ expansae uti est mare primum ex descriptione paralleli sui rL circa axem revolutionis gZ, ab umbrae finitore plano DL eamdem maculam emergentem exhibebat, et versus LQ per illuminatum à sole hemisphaerium veluti assurgentem. Hanc ipsam maculam translato contro Veneris Kalendis Junii in B, cum ad id pertingeret, demersurum erat ex illuminato hemisphaerio

Digitized by Google

INÆML in obscurum *LQKI*, die quidem 17 aut 18 Maii versante Venere intra arcum suae orbitae *θ B*, nec non die 10 aut 11 Junii progressa Venere per arcum orbitae suae *B I* versus *V*.

Obscurum esse non potuit quando macula Maris Primi, cujus occidentalem limitem observatio prima die 9 Februarii ostenderat circa centrum hemisphaerii Veneris nobis in *Z* degentibus obversi, eumdem in globo situm repeteret in fine quartae revolutionis inter *θ* et *B* aut in fine quintae inter *B* et *V*: cum illius maculae figura nobis spectata in *LQ*, dum Venus esset in *D*, spectabilis esset etiam inter *ÆNBL* dum Venus pertigisset ad *B* eamdem intuentibus ex loco *P*.

Situm verò restitutum ita judicare oportet in illo schemate Tab. IV. Figuram ibi delineatam diximus considerari tanquam planisphaerium descriptum in plano Eclipticae à spectatore constituto in polo boreali ejusdem ecliptieae, et consequenter illud intuenti ad rectos angulos. In illo exhibetur sectio communis plani eclipticae cum globo Veneris perlato per orbitam suam octimestrem *A, B, C, D*, circa solem *S*. Punctae igitur *A, B, C, D*, quae in illa constitutione referunt centrum Planetarii illius globi, repraesentabunt etiam in protuberante globi ejusdem hemisphaerio supra eclipticae planum puncta superficiei ejusdem globi subjecta polo ecliptieae tamquam suo Zenith revolutionum. Par illa et per axem revolutionum globi Veneris *gDZ* si plana ducantur; ad aequinoctialem *NQ* erunt recta, et idem praestabunt quod circuli longitudinum, et meridiani in globis communibus. Gradus igitur aequatoris Veneris *NQ* ad illos circulos meridianos per vertiginem globi circa axem aequabiliter promoti erunt mensura et indicia revolutionis completae. In aequatore enim Veneris constituimus limites orientales, et occidentales macularum sive marium illam Veneris globi zonam convestientium. Quare illorum appulsus ad planum ejusdem meridiani per polum eclipticae boreum ducti in quo Zenith hemisphaerii Veneris nobis ex plano Eclipticae semper spectantibus obversi necessario reperitur, certus erit terminus absolutae revolutionis. Quod diximus de Zenith globi Veneris ita subjecto polo Eclipticae boreo, aptari debet puncto Nadir ejusdem globi ipsi per diametrum opposito, et subjecto alteri polo eclipticae, nempe Australi. Utrobique potest initium revolutionum figi.

Neque figi solummodo, sed etiam spectari potest quando ad hunc meridianum per polos eclipticae et axem rotationum Veneris ductum singuli gradus ejus aequatoris perveniant, et limites macularum orientales et occidentales in eodem aequatore constituti, et à nobis jam descripti gradatim appellant. Nam centrum disci Veneris nobis obversum respondet semper puncto aequatoris ejusdem globi per gradus nonaginta dissito ab eo puncto quod subjacet meridiano Zenith et Nadir Veneris continente. Cum igitur viderim exempli causa die 9 Februarii 1726 in prima nostrarum observationum limitem occidentalem Maris Primi occupasse centrum disci Veneris tunc nobis obversi, cujus longitudo ab orientali ejusdem maculae limite numerata definitur gradu illius aequatoris 55; necessario consequitur, ut gradus illius aequatoris 145 teneat meridiani partem superiorem per Zenith Veneris et polum eclipticae boreum productam; et gradus 325 occupet meridiani partem infimam, Nadir Veneris et polum australem eclipticae pervadentem.

Compendii et claritatis gratia dicemus imposterum gradum aequatoris Veneris primum exempli causa Nadir obtinere, quando ad infernum meridiani ita explicati semicirculum, ubi polus eclipticae australis jacet, devolvitur limes orientalis Maris Primi, unde exordium ducimus longitudinis numerandae: eumque versari in plano Zenith, quando idem limes Maris Primi appulerit ad supernam ejusdem meridiani partem, in qua polus eclipticae boreus reperitur.

His legibus constabilitis recognoscendi revolutionum initia et terminos earumque restitutionem, non difficulter potuimus horarum quoque summam recognoscere, quae ad revolutionem integram absolvendam addenda sit quatuor et viginti diebus solidis per priores observationes compertis.

Comperavimus primò initium revolutionis ob ea die numerandae, quae princeps nostrarum observationum fuit, nona scilicet Februarii 1726 cum quinta inde consecuta circa idus Junii. Centrum disci Veneris nobis obversi die 9 Februarii occupabat limes occidentalis Maris primi cujus longitudinem esse diximus graduum 55. Erat igitur in plano Nadir gradus 325 ab illo dissitus gradibus 90 et in plano Zenith versabatur gradus 145 totidem gradibus à priori remotus. Quinque revolutionum tempus (quarum singulis 24 dies solidi cum aliquot horarum additamento debentur) requirebat intervallum dierum centum et viginti ex summa dierum solidorum colligendum, et unam fortasse diem pro summa horarum nondum conspecta. Quare circa auroram dierum a 7 ad 11 Junii quando per tempus licuit telescopium ad Venerem dirigendum duxi Phosphori nomen tunc obtinentem in matutina effulsione; sed cum diebus 9 et 10 ab observando impedirer, prosecutus sum die 11 observ. Die 11 limes occidentalis Maris Primi non longé quidem distabat à centro disci Veneris nobis obverso, sed illud praeterlapsus fuerat aliquot gradibus; cum ibi potius reperiretur limes orientalis Maris secundi obtinens longitudinis gradum cir-

Digitized by Google

citer 70. Quare per diem circiter decimam Junii compleverat Venus circa suum axem quintam revolutionem ex die 9 Februarii. Inde autem colligebamus quinque circiter horas supra dies 24 esse assignandas periodo unius revolutionis.

His ita collectis ex primae et quintae revolutionis conspectu intra eumdem annum 1726 comparato, attendere oportuit anni 1727 opportunitatem ad alias conversiones planetae cum superioribus comparandas; ut horarum quantitas ex longiore intervallo temporis subtilius definiretur.

Cum diebus circitar 121 vel 121½ revolutiones quinque absolvi cognovissem, consequens erat ut intra 365 circiter aliae quindecim perficerentur; nempe spatio anni civilis solido. Circa menses igitur Julii et Augusti accedente iterum Hesperi stella ad viciniam terrae iteravimus observationes. Et quidem quae mense Julio peragebantur erant idoneae ad cognoscendum appulsum macularum circa aequatorem Veneris sitarum ad hemicyclos Zenith et Nadir; cum planeta in ea positione nobis obverteret polum boreum circa medium disci nobis obversi apparentem, postquam longitudinem maris borealis contulimus cum longitudinibus ceterorum sub zona aequatoris Veneris. Circa finem Augusti, et initium Septembris zona circa Aequatorem, et maculae in illa sitae, et à sole illustratae ita nobis obvertabantur, ut illarum situm dignoscere et figuram recognoscere possemus saltem per horae quadrantem, aut dimidium, in crepusculo vespertino; diutius enim immorari in earumdem conspectu nitido celer accessus Planetae ad borizontem in signis obliquae descensionis non permittebat. Verum notio praecedens figurae macularum earumdem nitidissimé conspectarum mense Februarii anni 1726 quando supra horizontem permanebat Venus per horas fermé quatuor à solis occasu, facilitatem nobis praebuit earumdem ita noscendarum, ut postremis observationibus non semel figuram exhibuerim illarum apparentiae, quae erant ea die a nobis spectandae, antequam telescopia in Planetam dirigeremus.

Fuit igitur expeditum ex collato intervallo temporis à die 6 Julii quando extremi limites Maris Marci Poli versabantur in plano per Zenith et Nadir ad dies Augusti ac Septembris quando maculae in zona aequatoris sitae ad eosdem circulos appellebant in periodis proximorum revolutionum definire longitudines utriusque extremi Maris borei, et recognoscere quod extremum ejusdem Maris dissitum a polo boreo et in mappa nostra celidographica litera δ notatum, eidem feré circulo longitudinis subest cum centro Maris primi, sau paulo anteriori, nempe gr. circiter 20. Aliud verò ejusdem extremum refertur ad longitudinem eamdem, quam obtinet limes occidentalis Maris Quinti, nempe grad. 255 circiter.

Ex utrisque igitur maculis nempe borealibus conspectis mense Julio, et zonae aequatoris observatis mensibus Augusti ac Septembris compertum fuit, circa diem 5 Julii anni 1727 quae à 9 Febr. 1726 distat diebus 510 absolutas fuisse revolutiones Veneris circa suum axem unam et viginti. Quare singulis revolutionibus sunt assignandi dies solidi 24 cum triente diei circiter, sive horis septem aut octo. Rotunde assumimus horas octo.

Si autem una conversio globi perficitur diebus 24 solidis et horis octo; diurnus progressus erit graduum 14 et minut. circuli 47 sec. 40 tart. 16. Quemadmodum ex divisione graduum 360 per 73 trientes dierum (quae summa est 24 dierum et horarum 8) patet.

Completam fuisse cognovimus vigesimam primam revolutionem die 4 Julii 1727 ex observatione habitâ triduo post, nempe in crepusculo vespertino diei 7 Julii 1727 qua vidimus Maris Borealis limitem δ eadem aut paulò minori longitudine praeditum quam obtinet centrum Maris Primi: nempe gr. 20 circiter tenere planum Nadir, uti ex figura observationis manifeste cognoscitur. Quare triduo ante, sive ad vesperam diei 4 Julii 1727 in eodem plano Nadir versabatur gradus longitudinis 335 (cum tridui vertigo promoveat gradus 45 maculas Veneris) nempe idem gradus, qui in observatione vespertina diei 9 Februarii eumdem circulum occupare spectabatur. Erant igitur à die 9 Februarii 1726 ad diem 4 Julii 1727 per dies 510 revolutiones Veneris circa suum axem completae 21. Quarum singulis convenit mensura dierum 24 solidorum cum triente diei, sive horis 8. p. 60 etc.

(Der Beschluſs folgt.)

Inhalt.

On the Rotation of Venus. By the Reverend *T. J. Hussey*. p. 121.

Altona 1833. September 27.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 249.

Ehrenbezeugungen.

Seine Majestät der König von Dännemark haben den königlichen Sächsischen Staatsminister Freiherrn *v. Lindenau*, wegen seiner grofsen Verdienste um Astronomie als Beobachter und Rechner, mit dem Ehrengeschenke eines goldenen Chronometers von *Kessels*, der die Aufschrift trägt,

Frederik den Sjette til Bernhard v. Lindenau,

zu begnadigen geruht.

Am 11ten Julius dieses Jahrs, ward die marmorne Büste unsers vielverehrten *Olbers* von dem Senate in Bremen öffentlich in dem Bibliothekssaale aufgestellt. Die bei dieser Festlichkeit gehaltenen Reden *), und die einfache herzliche Antwort des Gefeierten, sind besonders aus dem 10ten Hefte des Bremischen Magazins abgedruckt, und mir von einem verehrten Freunde in Bremen mitgetheilt.

Die Büste ist von *Rauch* in Berlin nach der Gipsbüste die ein 18jähriger junger Künstler, in Bremen *J. C. Steinhäuser* an Ort und Stelle gemacht hatte, in Marmor ausgeführt. Herr *Steinhäuser* hatte schon im vorigen Jahre die Güte einen Abgufs der Gipsbüste, mit der er nachher nach Berlin ging, dem Herausgeber dieser Blätter zu übersenden der die vollkommenste Aehnlichkeit mit treflicher Ausführung vereint darin bewundert.

S.

*) Von dem Herrn Bürgermeister *Smidt*, und Herrn Bibliothekar *Rump*.

Abbildung der Cometen-Medaille.

Die von Seiner Majestät dem Könige von Dännemark für die Entdeckung telescopischer Cometen (worunter solche Cometen verstanden werden, die zur Zeit der Entdeckung nicht mit unbewaffnetem Auge zu erkennen sind) gestiftete Medaille ist in Rom von einem jungen hoffnungsvollen dänischen Künstler *Christensen* unter *Thorwaldsens* Augen ausgeführt. Der beigefügte Umrifs stellt sie treu dar. Auf der einen Seite ist des Königs ähnliches Brustbild nach *Thorwaldsen* ausgeführt. Auf der andern Seite sieht man Urania aufblickend, und den Ort des entdeckten Cometen auf der Himmelskugel bestimmend. Die Inschrift aus Virgil

Non frustra signorum obitus speculamur et ortus

deutet darauf, dafs Cometen vorzüglich am Abendhimmel nach Untergang der Sonne, und am Morgenhimmel vor ihrem Aufgange zu suchen sind. In die Exergue wird das Datum der Entdeckung gesetzt, und der Name des Entdeckers wird dem Rande eingeprägt.

S.

Beobachtungen in Danzig.

Diese Beobb. sind auf dem Danziger Observatorium, welches aufser den, der Navigationsschule zugehörigen Instrumenten, noch den astronomischen Apparat der naturforschenden Gesellschaft besitzt, am 6füfsigen *Fraunhofer*schen Achromaten von mir gemacht.

		Mittl. Danz. Zeit. h ′ ″
Sonnenfinsternifs 1833 Julius 16.	Eintritt	18 22 44,4
	Austritt	20 15 34,1
Sternbedeckung 4 Capr. 6.	Eintritt in den dunkeln Rand	10 41 37,4

C. T. Anger.

Plöfsl's dialytische Fernröhre.

Mit diesem Namen bezeichnet Herr *Plöfsl* in Wien, die neuen von ihm verfertigten Fernröhre, bei denen das Flintglafs von dem Crownglase des Objectivs getrennt, und in bedeutender Entfernung (etwa in der Mitte des Rohrs) angebracht ist. Herr *Plöfsl* zeigte das erste Fernrohr dieser Art den in Wien im Herbste 1832 versammelten Naturfor-

Digitized by Google

schern vor, und eröffnete dabei eine Subscription auf diese Instrumente, die den Unterzeichnern nach der Ordnung ihrer Unterschrift abgeliefert werden sollten. Ich würde dieser Einrichtung zufolge noch einige Zeit auf ein dialytisches Fernrohr haben warten müssen, wenn nicht (wie Herr Baron *v. Jacquin* mir meldet) ein hoher Gönner in Wien, den er nicht nennt, die Güte gehabt hätte, mir seine frühere Nummer abzutreten, wofür ich hiemit meinen ergebensten Dank öffentlich abzustatten nicht ermangele. Auf diese Art bin ich schon seit ein paar Monaten in Besitz eines solchen Instruments gekommen, und glaube es nicht länger aufschieben zu dürfen wenigstens eine kurze Notiz darüber zu geben.

Mein Fernrohr hat, wenn das schwächste astronomische Ocular angeschraubt ist, nur eine Länge von 22½ Par. Zoll. Die Oeffnung ist 25½ Par. Linien. Es hat 4 Vergrößerungen, zwei terrestrische, und zwei astronomische, welche mit einem Dynameter bestimmt folgende Werthe haben:

terrestrisches Ocular	Nr. I.	53
	Nr. II.	76
astronomisches Ocular	Nr. I.	60
	Nr. II.	86

Bei diesen Messungen ist nicht die Oeffnung des Objectivs als Dividend gebraucht, welches, wenn Blendung im Fernrohr ist, eine zu starke Vergrößerung geben würde, sondern das Objectiv mit einem ausgeschnittenen Quadrat von bekannten Dimensionen bedeckt, und mit dem Dynameter die Seite des kleinen dadurch auf dem Oculare gebildeten Quadrats gemessen.

Die Würkungen dieses kleinen Instruments sind außerordentlich. Es ist schwer mehr Schärfe der Bilder zu finden. Zum Beweise seiner Praecision brauche ich nur anzuführen, daß es a Bootis scharf gesondert zeigt, und die Lichtstärke (wobei man die geringe Oeffnung nicht vergessen muß), erhellt daraus, daß geübte Augen (Herr Staatsrath *v. Struve* und ich) dadurch selbst den lichtschwachen Begleiter des Polaris erkennen. Der obengenannte treffliche Astronom, der es bei mir sah, vereinigte sich mit mir in aufrichtiger Bewunderung der Leistungen des talentvollen Künstlers. Wir glauben beide kein Fernrohr von gleichen Dimensionen gesehen zu haben, das mit ihm verglichen werden könnte. Der Preis ist 140 fl. Wien. Währ.

S.

On the Rotation of Venus.

By the Reverend *T. J. Hussey.*

(Beschluß.)

Such are *Bianchini's* observations nor doth it appear to me that there is much more conclusive evidence of any phaenomenon than of the rotation of Venus in 24 days and 8 hours. Thus stands the case; a practized astronomer of the very highest character associating other gentlemen with himself and employing the finest instruments then known is led to suppose from his own observations that Venus describes round her axis an arc of 15° daily: to satisfy himself on this head he and they again examine the planet under the most favourable circumstances and having placed the threads of a micrometer in contact with the edges of the spots of Venus found that after the lapse of 50 minutes the edges of the spots and the micrometer threads were still in contact, where had the planet revolved in 23 hours, however much the angle of 15° ± it would then have described might have been foreshortened it would still have been appreciable. A diagram having been made of Venus, and its accuracy ascertained by all the parties present, the observations were suspended for about two hours and a half, but again resumed for half an hour and upon the former diagram of Venus being compared by the same persons with the appearance the planet then offered the identity of the spots was immediately recognised, as also that their position was the same with regard to the threads of the micrometer. (I shall not enter into a discussion of the observations from which the exact period of rotation was inferred, they speak for themselves.) Now to compare results thus obtained with inferences drawn from observations made with the comparatively imperfect instruments in use 60 years before, observations distrusted by him who made them and disregarded by his contemporaries, measurements with a micrometer with estimations formed without one to compare the results thus deduced, is as discreditable to him who makes the comparison as insulting to the public to whom it is addressed.

Again the form of the spots of Venus traced by *Bianchini* much resembles what was seen by *Herschel* June 19. 1780 and engraven in the Phil. Trans. for 1793, while between either of these and what *Cassini* has given there is not the slightest resemblance. An inspection of the plates would prove this, and I will corroborate my opinion by the authority of the above mentioned *Melchior à Briga* mathematical professor at Florence. *Figurae macularum quas Cassinus exhibet longe diversae sunt ab iis, quas in globo à*

Digitized by Google

te descripto, praesul doctissime, ad momentum mihi ostendisti. Leit. p. 5.

But further in the space of 50 minutes on one occasion and thirty minutes on another during which the observations were in the very strictest sense of the word continuous, for either *Bianchini* himself or some one of his friends was constantly watching the planet (which was absolutely free from tremor) and delineating it, the micrometer was unable to detect any rotatory motion, whereas *J. Cassini* speaking of a spot said to be observed by his father relates *au lever du soleil cette tache étoit distante de la corne meridionale, de la quatrième partie du diamètre de Venus, et elle en parut éloignée de deux cinquièmes lorsque le soleil fut à la hauteur de 4 degrés où il se trouva 24 minutes après son lever. Ast. Vol. 1. p 515.* The rapid motion asserted in the one case is utterly irreconcileable with the very slow motion observed in the other, and to point out which statement is to be preferred, would be superfluous and impertinent.

What then are the younger *Cassinis* proceedings? Having expressed himself in the highest terms of *Bianchini* whose authority he cannot controvert, then having misquoted him as to the direction of the pole of Venus and the hemisphere in which it was found, he presumes to reconcile the observations of *Bianchini* with those of his father that is to say, observations made with the most scrupulous exactness and of which all the minutiae are detailed, are to be reconciled with observations scarcely deserving the name, for in this light I must repeat they were looked upon by him who made them and by his contemporaries, made with inferior instruments and respecting which all is vague if not contradictory, for, be it remarked, if the rotation of Venus be deduced from the supposed rapid motion *Cassini* detected and not from a comparison of the observations made on successive days, the result is totally different and the time of rotation very much less. Where as from the first series of *Bianchinis* observations he deduced the direction of the pole of Venus, determined the time of the year when it would be visible from the earth, and actually saw the spot revolve around it at that determined time.

Je suppose avec lui, says *J. Cassini*, qu'à 5^h 45^m il a paru trois taches dans le disque de Venus, telles qu'elles sont marquées dans la figure pour le 26 Février, et que trois heures après, on en a vu aussi trois à peu-près de la même figure et dans la même situation sur ce disque. Mais il faut remarquer que selon lui, son observation a été interrompue depuis 6^h 15^m jusqu'à 8^h 40^m, par des édifices qui empêchoient de voir Venus, et que dans cet intervalle, qui est de près de 2^h 30^m, il n'a pû observer les taches, ni par conséquent le mouvement qu'elles ont pû avoir.

Comme dans l'hypothèse de la révolution de Venus en 23 heures les taches ont dû dans l'espace de 5 heures qui se sont écoulées entre la description des taches, avoir un mouvement de 47 degrés, comme M. *Bianchini* en convient; il se peut fort bien faire que par le mouvement apparent de ces taches, qui étoit alors du nord vers le sud, la tache *E* qui étoit dans la partie méridionale de Venus, se soit approchée de la corne inférieure où elle a cessé de paraître, pendant que la tache *F*, qui étoit au centre a pris sa place, et que celle qui étoit en *G*, dans la partie septentrionale, étant parvenue au centre en *F*, il ait reparu une nouvelle tache dans la partie septentrionale au point *G*; de sorte qu'à 8^h 45^m, temps de la seconde observation, on ait vû trois taches à peu-près au même endroit où étoient les précédentes, et de la même figure qu'à 5^h 45^m. Car la tache qui étoit au milieu, étant parvenue en *E*, a dû par la raison d'optique, diminuer de largeur, et paroître à peu-près semblable à celle dont elle a pris la place, pendant que par la même raison la tache *G*, qui étoit vers la partie méridionale, a augmenté de grandeur apparente en s'approchant du centre. Cela se peut voir aisément par l'inspection de la figure de M. *Bianchini*, où ayant tiré par le centre de chaque tache, des lignes perpendiculaires à la section de Venus jusqu'à la circonférence, l'on trouve qu'il y a entr'elles une arc d'environ 45 degrés, et que le milieu de la tache méridionale a dû être sorti de Venus dans l'espace de 3 heures, supposant sa révolution de 23 heures, pendant que la tache *F* a succédé à la tache *E*, et la tache *G* à la tache *F*. A l'égard de la nouvelle tache, que nous supposons être survenue à la place de la tache *G*, il y a tout lieu d'admettre cette supposition, si l'on considère les figures de M. *Bianchini*, où l'on voit qu'en divers jours, plusieures taches de la même forme se sont succedées les unes aux autres, et qu'il y en a eu une qui a dû paroître dans le disque de Venus, immédiatement après la tache *G*, quoiqu'à une distance un peu plus grande que la révolution ne la demande.

L'observation du 26 février de l'année 1726, ne prouve donc rien de décisif, comme l'a cru M. *Bianchini*, contre la révolution de Venus autour de son axe, qui avoit été trouvée de 22 heures. Astronomie Vol. 1. p. 519. 520.

A more disingenuous, sophistical statement was never palmed upon unsuspecting confidence. All the circumstances which determine the value of *Bianchini's* observations are carefully omitted and tant pis pour les faits when they differ from what is supposed necessary to vindicate the honour of *J. D. Cassini*. Not to insist upon more minute points, which will be obvious enough on a close examination, I would remark:

Digitized by Google

That the observations were continuous for 50 and 30 minutes during which time, as already mentioned, no mution of the spots could be detected by a micrometer, a fact which is incompatible with the supposition of such a translation of the spots as *J. Cassini* requires;

That, the several observers could not be mistaking in the appearance of the planet is clear from their having compared the drawing of her taken at one time with the spots exhibited $2^h\ 50^m$ afterwards;

That, the spots shifted in the manner supposed by *J. Cassini* is utterly improbable when we consider that the distances of them from the micrometer threads were unchanged;

That, they did not so alter is evident, for si l'on considère les figures de M. *Bianchini*, as *J. Cassini* suggests, it will be found that if the spot 5 had passed and the spot 6 had taken its place and 7 replaced 6 and 1 7, three spots would indeed still appear where three were left but instead of a large spot between two considerably smaller one smaller would have been seen between two considerably larger, a difference which must have been noted, especially as the correctnefs of the diagram was ascertained by many persons.

The conclusions then which it appears to me we are authorised to deduce are these:

1. From *Cassini* I and II [1]) and *Maraldi* I who employed large lenses of long focus at Paris and *Herschel* [2]) who made use of large reflecting telescopes in England not having been able to distinguish satisfactorily the spots of Venus, it may be inferred that the atmosphere in these latitudes is unsuited for such observations.

2. From *Herschel* having employed instruments of greater power than those of *Schroeter* [3]) without obtaining similar results it is highly probable that *Schroeters* assertions relative to Venus are unworthy of credit.

3. From *J. D. Cassini* not having laid any great strefs upon his own observations of the spots of Venus [4]), from his contemporaries having beheld them in the same light as himself [5]), from the loose manner in which the observations were made, the instrument being of inferior power and imperfectly mounted [6]), distances being estimated by the eye not measured with a micrometer [4]), the spots being indistinctly seen and in general only suspected [4]), from the suspicious manner in which a deduction from these same observations was circulated [7]), from the silence which for more than 40 years *J. D. Cassini* maintained on the subject [8]), and as facts cannot be changed by reasoning upon them after a lapse of 80 years [9]), I conclude that any value assigned by the son to his fathers observations is fictitious.

4. From the younger *Cassini* having been informed by *Bianchini* himself of his observations at the time they were made [10]) and of his inferences from them, and not having attempted to deduce from his fathers observations any deductions in opposition thereto until eleven years after the death of *Bianchini*, which took place in 1729, and from his having garbled and misrepresented the statements of that astronomer in order to substantiate these deductions, I conclude that *J. Cassini* was well aware of the badnefs of the cause he undertook to advocate, and likewise that he was disposed to support it by all means.

5. From the observations of *J. D. Cassini* being such as are detailed in Nr. 3, and as they cannot be reconciled to those of *Bianchini* except, by the means specified in Nr. 4 I conclude that the statements of one of these astronomers must be rejected.

6. From the circumstances under which the observations of *Bianchini* were made and from the minutenefs with which they are detailed, from their correctnefs having been ascertained by several bystanders, from the precautions adopted, from the superiority of the instruments employed and the measures being micrometrical, from the high and unsullied character of *Bianchini*, above all from his candour, I conclude that we are fully justified in considering *J. D. Cassinis* observations of Venus as spurious and those of *Bianchini* as genuine.

---

1) *Lalande* Astronomie Vol. III. p. 436. *Cassini* Astronomie Vol. I. p. 527.

2) Philosophical Transactions 1793.

3) Philosoph. Trans. 1793.

4) Mémoires de l'Academie. Vol. X. p. 467. *Lalande* Astronomie III. p. 435. *Cassini* Astronomie Vol. I. p. 513.

5) *Melchior à Brigâ*, Lett. p. 2 in Hesp. et Phosph. nova Phaen. *Bianchini* p. 58. 59. *Keill* does not even notice *Cassinis* determination of the period of rotation of Venus, at least I can find no notice of it in his astronomy published at Oxford in 1718.

6) Hesp. et Phosp. nova Phaenomena p. 58.

7) Gran Giornal di Europa part. V. Ann. 1667. cit. à *Melchior à Brigâ*.

8) Hesp. et Phosp. n. Phaen. p. 59.

9) *J. D. Cassinis* letter to Patit was first published in the Journal des Savans for 1667. *J. D. Cassinis* Astronomie appeared in 1740.

10) *Cassini* Astronomie Vol. I. p. 526.

Digitized by Google

7. Consequently that the period of rotation of Venus is twenty four days and eight hours, may be regarded as a close approximation to the truth.

8. From Venus and her spots when seen through a large lens of long focus in the climate of Italy resembling the appearance of the moon and her spots when seen by the naked eye, we have the instrument and locality pointed out for future investigations of these phaenomena.

I shall terminate this paper by briefly noticing a subject which again attracted my attention while examining the authors whose names occur in the preceding pages.

From the supposed imprisonment of *Galileo* in the dungeons of the Inquisition, which *Tiraboschi* *) has clearly and satisfactorily proved to be a fiction, from the retractation of this great man and his subsequent exile from Rome which the same author has shown to have depended upon other causes than the philosopher simply advocating the Copernican system, from the denunciations of some zealous bigots forming the tribunal of the Roman Inquisition being mistaken for a formal decision of the Church of Rome, it has been inferred that that Church condemns the Copernican system as heretical and false.

Truth requires it should be stated that for nearly two centuries before the time of *Galileo* the *Copernican* system, as it was subsequently designated, was favoured and its promulgation encouraged by the Popes, Cardinals and Bishops at Rome.

Nicholas of Cusa who first revived the Pythagorean doctrine of the earths revolution round the sun was nominated Cardinal in 1448 by Pope *Nicholas* 5. By Popes *Callistus III* and *Pius II* he was most highly esteemed and honoured and his works were first printed at Rome in 1502. At the repeated instances of Cardinal *Nicholas Schonberg* and *Tidemannus Gisius*, Bishop of Culm, *Copernicus* who was then a canon of Wurms, was induced to publish his great work de revolutionibus orbium celestium, which in 1543 issued from the Nuremberg press under the auspices of Pope *Paul III*, previous to which *Celio Callagnini* under the patronage of Cardinal *Ippolito d'Este*, who persuaded James *Ziegler* to settle at Rome, had published his tract quod coelum stet terra autem moveatur, and in 1533 Pope *Clement VII* presented *John Albert Widmanstad* with a splendid Greek manuscript of *Alexander Aphrodisius* de sensu et sensibili, still preserved in the Electoral Library of Monaco, for having in the Vatican gardens explained the Copernican System to him, Cardinals *Franciotto Orsini*, and *Giovanni Salviati*, *Giampietro Grassi*, Bishop of Viterbo, and *Matteo Coste*, his, the Popes, private Physician.

I may add that while *J. D. Cassini* was *le devot Italien qui n'ose se déclarer Copernicien et qui revient sans cesse au Système de Ptolémée*, (*Delambre Astronomie Modene Tom. II. p.* 784) *Bianchini* whose observations demonstrated the Copernican system while his writings maintained its truth, was „Sanctissimi Domini Papae Praelatus Domesticus."

Hayes. July 1832.

Hussey.

*) *Tiraboschi* Storie delle Letteratura Iteliana. Appendice al Capo II. del Libro II. Vol. 8. Sui primi Promotori del Sistema *Copernicano* e sulla Condenne del *Galileo* e del Sisteme *Copernicano*, from which two memoirs all these particulars are taken.

Nachschrift des Herausgebers.

Herr Doctor *Olbers* hat mich ersucht am Ende dieses Aufsatzes die Herren Astronomen in Italien aufzufordern, die von *Bianchini* mit *Campani*schen Fernröhren gemachten Beobachtungen der Venus mit *Fraunhofer*schen zu wiederhohlen. Die Luft dort wird noch ebenso durchsichtig wie zu *Bianchinis* Zeiten seyn, und wir würden also, abgesehen von der aus diesen Beobachtungen gehofften Bestätigung oder Widerlegung der *Bianchini*schen Umdrehungszeit, auf jeden Fall dadurch in den Stand gesetzt werden die Leistungen der jetzigen achromatischen Fernröhre mit denen der früheren einfachen Objective an einem delicaten Gegenstande vergleichen zu können.

Der Abdruck dieses Aufsatzes ist etwas verspätet, weil ich den Herrn Verfasser zu manchen Aenderungen in der Form zu bewegen wünschte, was mir indessen nur bei einigen gelang. *S.*

Schreiben des Herrn *v. Steinheil* an den Herausgeber.

München 1833. Octbr. 12.

Ich erinnere mich nicht, ob ich Ihnen schon angezeigt habe, dafs ich mir in meinem Garten in München eine Sternwarte erbaut habe, deren Ausstattung mit Instrumenten, die ich gröfstentheils bey mir in meiner Privatwerkstätte ausführen liefs, jetzt so gut als vollendet ist. Vielleicht ist es Ihnen nicht unangenehm hierüber ein Näheres zu erfahren, da die

Digitized by Google

Instrumente sehr von den jetzt gebräuchlichen abweichen. In dieser Hoffnung wage ich eine nähere Beschreibung, so weit sie ohne Zeichnung möglich ist.

Das aufgemauerte mit Metalldach versehene Sternwartgebäude ist 200 Schuh von meinem Wohnhause und 300 von der nächsten Fahrstrafse entfernt. Es umfafst 3 Piecen und einen Drehthurm. Das östliche Zimmer hat einen Meridiandurchschnitt und ist die eigentliche Sternwarte mit Uhr und Meridiankreis. Ich habe aber noch 2 isolirte Grundpfeiler innerhalb der Nord- und Südklappe im Meridian errichten lassen, auf welchen ein Repetitions-Theodolith und ein Passageninstrument mit Horizontalbewegung aufgestellt sind. Diese beyden Instrumente stehen etwas tiefer als das Rohr des Meridiankreises und dienen seine Collimation durch Repetition des Theodolithen ohne Umlegung der Axe, so wie seine Fadenabstände nach Herrn Hofrath *Gauſs* Methode zu bestimmen. Die Pfeiler des Meridiankreises sind aus einem Sandsteinblock so ausgearbeitet, dafs die Lagerungsschichten des Gesteins horizontal liegen. Auf jedem ruht eine Metallplatte von 2 Zentner Gewicht, an der das Lager für den Kreis angegossen ist. In diesen Metallplatten sind auch 4 grofse Mikroskope mit vielfachen Objectiven angebracht, welche zur Ablesung der beyden Höhenkreise dienen. Die Balancirung des Instrumentes ist in die Pfeiler hinein verlegt, um sie vor zufälligen Stöfsen und Windzug zu schützen. Das Fernrohr des Meridiankreises enthält dem optischen Theile nach zwey gleiche in ihrer Lage aber entgegengesetzte Fernröhren übereinander so, dafs man durch jedes Ende des Rohres hindurchsehen kann. Dadurch ist es leicht die Biegung des Rohres in jeder Höhe zu bestimmen und zu eliminiren. Ich messe Nadirabstände von einem Quecksilberhorizonte senkrecht unter dem Instrumente, und finde von diesem aus die Neigung der Axe durch das Filarmikrometer am Okulare — nicht durch das Niveau. — Von der vollkommen gleichen Dicke und von der Gestalt der Zapfen, die mechanisch mit jeder Schärfe herzustellen sind, überzeuge ich mich durch 2 Hebel, welche dio Zapfen in ihre Lager drücken, und auf welchen empfindliche Niveaus angebracht sind. Die Beleuchtung geschieht durch zwey Argand'sche Lampen, welche durch die Axe die Fäden im dunkeln Gesichtsfelde durch doppelte Spiegelung erleuchten, und zugleich durch eigene Röhren das nöthige Licht zum Ablesen der Mikroskope senden. Die Aufsuchungskreise endlich habe ich nach *Repsolds**) ingenieuser Art durch kleine Kreise am Rohr mit Niveaus angebracht. — Auch die meteorologischen Instrumente sind hier aufgestellt, und ich erwähne blofs eines nach Herrn Geheimenrath *Bessels* Methode calibrirten selbstverfertigten Thermometers, an welchem zugleich unmittelbar die davon abhängige Correction der Logarithmen der Strahlenbrechung abgelesen werden kann.

Im Westzimmer ist ein Passageninstrument im ersten Vertical aufgestellt. Auch können hier die Beobachtungen mit beweglichen Instrumenten vorgenommen werden. Aufser mehreren Fernröhren von *Fraunhofer*, verschiedenen Okular- und Objectiv-Mikrometern, Reflexions-Instrumenten, Chronometern (freylich von geringer Güte!) Distanzmessern u.s.f. befinden sich hier zwey Photometer zum Messen der Helligkeit der Himmelskörper, die ich aber hier nicht näher beschreiben darf, da ich es bald andern Orts zu thun versprochen habe.

Dieses Zimmer enthält endlich noch eine Bibliothek und die Charten der Sternwarte.

Durch das Mittelzimmer, welches heizbar ist (und das ich als Schlafzimmer benutze) geht eine sehr massive Säule von Sandstein aus einem Stück nach dem Drehthurme hinauf, und dient dem daselbst aufgestellten parallaktischen Instrumente als isolirter Grundpfeiler. Auch führt von hier aus eine Wendeltreppe nach dem Thurme. Dieser ist, nur in kleinerem Maafsstabe, dem in Dorpat ähnlich. Er läfst sich mit geringem Kraftaufwand ohne besondere Vorrichtung auf seiner Eisenbahn drehen, und schützt völlig vor Eindringen des Windes und Regens. Das parallaktische Stativ kann durch Abnahme weniger Schrauben und Gegengewichte zum Tragen verschiedener Mefsinstrumente benutzt werden.

Gegenwärtig ist ein Instrument aufgestellt, welches zum Zeichnen von Sterncharten dient, und dem ich den Namen Astrograph gegeben habe. Es ist das Ergebnifs vieljähriger Versuche und vieler Mühe, entspricht aber endlich, wie ich glaube, jeder billigen Anfoderung. Ehe ich ihn näher beschreibe, mufs ich anführen, was er leistet. Man kann damit Sterncharten im Maafsstabe derer der Berliner Akademie welche 10° im Quadrat grofs sind entwerfen. Die Genauigkeit der eingetragenen Punkte ist gröfser als die des Einzeichnens der beobachteten Sterne mittels meines Chartenapparates. Man kann die Ueberzeugung erlangen keinen Stern übersehen und weggelassen zu haben, der seiner Helligkeit nach noch in die Charte gehört ohne mit dem Auge das Okular zu verlassen. Endlich aber, was noch wesentlicher scheint, sind 2 bis 3 Stunden Zeit mehr als hinreichend, um ein solches Blatt von 100 Quadratgraden zu vollenden. Rechnet man aber zur Umdrehung oder Revision des Blattes dieselbe Zeit, so würde doch immer noch die Thätigkeit Eines Menschen ausreichen, um in einer kleinen Zahl von Jahren einen vollständigen — von einer Helligkeitsbeurtheilung ausgehenden — Himmelsatlafs zu liefern. Was aber dieser Methode noch besondern Werth

*) Ist von *Troughton* erfunden. *S.*

Digitized by Google

giebt ist die Unmittelbarkeit und Leichtigkeit des Eintragens. Man hat blofs vermittelst zweyer Schrauben einen Stern einzustellen, dann seine Stellung und Gröfse durch Drehung einer dritten Schraube zu bezeichnen. Eine Operation, die höchst einfach scheint im Vergleich mit der Ortsbestimmung durch Zahlenwerthe, und aus diesem Grunde schon weniger Irrungen unterworfen seyn wird.

Die Construction des Astrographen beruht auf folgendem: Denken wir uns ein Fernrohr beweglich um 2 unter sich rechtwinklichte in einer Ebene liegende Axen, welche senkrecht auf die Gesichtslinie stehen, während keine Drehung um die dritte Axe (die optische) möglich ist, so ist klar, dafs jeder Punkt des Fernrohres die Bewegungen der Gesichtslinie auf einer Sphäre mit gleichen Angulärwerthen wiederholt oder kopirt, und dafs die Gröfse dieser Copie von der Entfernung vom Drehungspunkte abhängt. Wenn man statt der Sphäre eine Ebene als Zeichnungsfläche wählt, und als zeichnenden Punkt einen spitzen Conus annimmt, der mit dem Fernrohre fest verbunden, sich in der Richtung nach dem Drehungspunkte hin vor- und zurückschrauben läfst, so können auf dieser Ebene die Tangentialprojectionen der verschiedenen Lagen welche die Gesichtslinie hatte eingetragen werden. Um das Fernrohr gegen die Zeichnungsebene recht sanft und sicher zu bewegen, habe ich eine Verbindung zwischen beyden durch Schrauben von rasehem 17fachem Gange angebracht, die sich in Kugeln bewegen. Ist nun der Körper welcher das Fernrohr und die Zeichnungsebene trägt auf einem parallaktischen Stativ befestigt und gehörig balancirt, so wird das ganze System in jeder Lage der täglichen Bewegung folgen, wenn ein zweytes Fernrohr das an dem Stativ etwa als Gegengewicht angebracht ist, nach irgend einem Acquatorealsterne gerichtet, und durch den Stundenschlüssel auf dem Faden durch einen Gehülfen erhalten wird. Auf diese Weise können die Positionen der Sterne eingetragen werden, ihre Helligkeiten aber zu bezeichnen dient der conische Stift, der eine um so gröfsere runde Oeffnung in die Charte sticht, je weiter er vorgeschraubt wird. Um endlich aber sicher zu seyn, dafs man keinen Stern ausgelassen hat, mufs man ohne das Okular zu verlassen die Charte sehn. Ich bewirkte diefs durch ein kleines Objektiv und Spiegelung, die ich in dem Arme anbrachte, welcher den conischen Stift trägt. Das Objectiv wird so gestellt, dafs das Bild der Charte mit dem des Himmels in einer Ebene liegt. Dann zeigt dasselbe Okular durch eine quadratisch ausgeschnittene Blendung den Himmel, und darunter in einem sehr kleinen runden Sehfeld diejenige Stelle der Charte, auf die am Himmel die optische Axe gerichtet ist. Würde man aber die Charte so weit erleuchten, als nöthig ist um den Stich in derselben deutlich zu sehn, so wären aus bekannten Gründen die feinsten Sterne im dunkeln Gesichtsfelde nicht mehr sichtbar; weshalb ich die Charte von der Rückseite in der Art erleuchte, dafs blofs der Stich als mattes Lichtscheibchen erscheint. Es ist weit schwerer als man glauben sollte, eine passende Mire im Gesichtsfelde anzubringen, auf die der Stern eingestellt wird. Nachdem ich alle mir bekannten Mittel versucht, und als unzulänglich wieder verworfen hatte, blieb ich bey folgender Einrichtung, die dem Zweck entspricht. Ich bringe auf ähnliche Weise wie ich das Bild der Charte sichtbar mache, in der Mitte des dunkeln Gesichtsfeldes einen künstlichen freyschwebenden Stern von äufserst geringem Durchmesser hervor, der sich von denen am Himmel durch seine rothe Farbe — die des Lichts — unterscheiden läfst. Seine Helligkeit kann durch eine Schraube so geändert werden, dafs sie dem zu beobachtenden stets gleich wird. Dann hat das Einstellen keine Schwierigkeit. Es gewährt dieses Mittel noch den Vortheil, dafs man sich beym Eintragen nicht an die Lagen der Sterne, sondern an ihre Configuration durch Helligkeiten halten kann, und also z. B. erst die Sterne 7ter Gröfse, dann die 8ten u. s. f. einträgt, indem man stets die Helligkeit der Sterne mit der der Mire vergleicht, und darnach ihre Bezeichnung richtet.

Steinheil.

Nachschrift des Herausgebers.

Herr *v. Steinheil* wird die Leser dieser Zeitschrift so wie mich sehr verbinden, wenn er mir die versprochenen Zeichnungen, von ausführlicheren Erklärungen begleitet übersenden will. *S.*

Schreiben des Herrn *Bianchini* an den Herausgeber.

Cattajo 1833. Agosto 11.

Anch' io mi tenni obbligato a seguir l'invito del celebre Prof. *Bessel*, reso pubblico nel No. 236 del suo Giornale, circa l'osservar diligentemente il fenomeno dell' ultima scomparsa e successiva riapparizion dell' anello di Saturno; e quindi ora vengo a comunicarle quelle cose in proposito che ho potuto raccogliere. Parte per la contrarietà e incostanza dell' atmosfera, parte per esser io occupato in altri lavori, e infine ancora per non essermene prefissa

Digitized by Google

l'osservazione io aveva trascurato di mirar allo stesso fenomeno poco innanzi accaduto, cioè al declinare dell' ultimo scorso anno e al nascere del corrente. Solo nella notte dal 19 al 20 Ottobre 1832, profittando di uno stato del cielo assai nitido e puro, alle ore 4½ del mattino per semplice curiosità io guardai a Saturno con un cannocchiale di *Dollond* di piedi 3½ di lunghezza focale obbiettiva, e con 160 d'ingrandimento, e con questo mezzo non giunsi a discernere una minima traccia dell' anello che forse da qualche giorno era sparito e invisibile, corrispondentemente all' annunzio dell' effemeridi. Per altro sembrerebbe che tale disparizione accaduta sia oltre ad un mese più tardi, avendoci detto il Prof. *Bessel* ch'egli vide ultimamente Saturno privo dell' anello il 28 Novembre di mattina. Ma di certo poi la riapparizion dell' anello avvenne, per testimonianza concorde di SSri. *Bessel* e *Schwabe*, un mese prima che io casualmente ne avessi notizia; mentre coll' accennato cannocchiale e ingrandimento io vidi ricomparso l'anello il 12 Gennajo e notai che tuttora era ben distinta la sua ombra sul disco del pianeta, e che le anse raffiguravan una lamina estremamente sottile e di luce assai languida.

In riguardo al fenomeno rinnovatosi nella scorsa primavera io prescelsi di osservarlo col cannocchiale di *Fraunhofer* di 5 piedi annesso al circolo meridiano di *Reichenbach*. Questa scelta mi offeriva il doppio vantaggio, e di prendere il passaggio e l'altezza meridiana del centro di Saturno (allora verso l'opposizione) e di avvertir le consecutive apparenze dell' anello nelle migliori e più comparabili circostanze atmosferiche, cioè sempre nella massima elevazione diurna. Trattandosi infatti di riconoscere e giudicar l'estremo grado o limite della visibilità di un oggetto celeste, sopra tale giudizio influiscon molte cagioni variabili e principalmente la maggiore e minore purezza e tranquillità dell' aria; onde nella maggior altezza dell oggetto si ha la condizion più favorevole alla precisa distinzion dell' immagine, uno degli essenziali elementi della visibilità. Come però l'osservazione al cannocchial meridiano restringesi a breve tempo e piccolo spazio, per cui essa può facilmente mancare e non permette di tener lungamente d' occhio l' oggetto, così uno dè miei aggiunti alla specola, il Dre. *Bernardi* giovine astronomo, assunse di osservar ogni giorno Saturno fuori del meridiano e in posizion qualunque, fino alla disparizion dell' anello, adoperando a tal uopo un telescopio d'*Amici* della lunghezza focale di piedi (misura di Parigi) 7½, dell' apertora di pollici 6½ e coll' ingrandimento di 372. Al cannocchiale suddetto del circolo, per prova fattane, io ho preferito un ingrandimento assai minore (appena di 103), e già per là simile circostanza di osservar la disparizion dell' anello negli anni 1773—74 anche il *Messier* avvertiva (*Nouveaux Mémoires de la R. Ac. des sciences et belles lettres de Berlin, pour* 1776) che torna meglio usar gl'ingrandimenti mediocri, stante che a ingrandimento più forte si perde troppo in chiarezza, la quale pur è necessaria per la distinzione di un tenuissimo filo illuminato qual si presenta l'anello.

(Der Beschluſs folgt.)

Anzeige.

Es ist in den ersten beiden Stücken dieses Bandes ausdrücklich bemerkt, daſs den Postämtern und Buchhandlungen für diesen und die folgenden Bände kein Rabatt gegeben wird, und es folgt daraus, daſs Postämter und Buchhandlungen den Herren Abonnenten diese Zeitschrift nicht mehr zu dem Preise liefern können, der für die früheren Bände galt, bei denen Rabatt gegeben ward. Sowohl Postämter als Buchhandlungen müssen von jetzt, wegen des wegfallenden Rabatts ihre Preise etwas erhöhen.

S.

Inhalt.

Ehrenbezeugungen. p. 137. — Abbildung der Cometenmedaille. p. 137. — Beobb. in Danzig. p. 137. — *Plößl's* dialytische Fernröhre. p. 137. — On the Rotation of Venus. By the Reverend *T. J. Hussey*. p. 139. — Schreiben des Herrn *v. Steinheil* an den Herausgeber. p. 145. — Schreiben des Herrn *Bianchini* an den Herausgeber. p. 149. — Anzeige. p. 151. — Schreiben des Herrn *Schwabe*. an den Herausgeber. p. 153. — Beobb. des Saturns im April 1833 auf der Altoneer Sternwarte. p. 155.

Altona 1833. November 29. (Hiebei eine Beilage und ein Kupferblatt.)

Digitized by Google

massima elevazione diurna.
e giudicar l'estremo grado o
getto celeste, sopra tale gi-
variabili e principalmente la
tranquillità dell' aria; onde
o si ha la condizion più favo-
l' immagine, uno degli essen-
Come però l'osservazione al
esi a breve tempo e piccola
mente mancare e non permette
l' oggetto, così uno de' miei
Bernardi giovane astronomo,
Saturno fuori del meridiano
alla disparizion dell' anello.
copio d'*Amici* della lunghezza
rigi) 7¼, dell' apertura di pol-
li 372. Al cannocchiale und
altane, io ho preferito un n
pena di 103), e già per i
la disparizion dell' anello sig
sier avvertiva (*Nouveaux Me-*
nces et belles lettres de Be-
meglio usar gl'ingrandimen
ndimento più forte si pen
pur è necessaria per la dist
illuminato qual si presen

hluss folgt.)

otern und Buchhandlungen
dass Postämter und Buchhan
, der für die früheren Bl
jetzt, wegen des wegfallend

S.

p. 137. — *Plüsse's* [illegible]
— Schreiben des Herrn [illegible]
p. 149. — Anzeige. p. 1[illegible]
ril 1833 auf der Altonaer [illegible]

rblatt.)

Digitized by Google

Digitized by Google

B E I L A G E
ZU
№ 249. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Schreiben des Herrn *Schwabe* an den Herausgeber.

Dessau 1833. August 1.

Da nun meine Beobachtungen über das Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturn-Ringes beendigt sind, so erlaube ich mir die Fortsetzung meines Aufsatzes in Nr. 239 der Astron. Nachrichten einzusenden.

Das höchst ungünstige Wetter, die lange helle Dämmerung und der tiefe Stand des Saturns im Juni und Juli d. J. verhinderten zwar anhaltende und genaue Beobachtungen bei dem Verschwinden und Wiedererscheinen des Ringes, allein ich halte sie doch der Mittheilung nicht unwerth und habe sie deswegen hier wörtlich aus meinem Tagebuche abgeschrieben.

Vorher mufs ich noch bemerken, dafs im Februar und März die westliche Anse fortwährend mehr oder weniger kürzer, etwas breiter, gleichförmig hell doch etwas verwaschener und matter erschien, als die östliche, welche stets mehr oder weniger länger, etwas schmaler, schärfer und, wenn ich nicht irre, lichtvoller war.

April 2. 9^h Ab. 6. ff. 288 m. V. Saturn ziemlich deutlich, die Ansen sehr augenfällig ungleich, so dafs die östliche vielleicht ihre äufserste Gröfse erreicht hat, dennoch scheint sie schwächer zu sein, als die westliche; überhaupt kommt es mir vor, als wenn beide Ansen an Licht abgenommen haben. Der Ringschatten schmal und schwach.

—— 7. 9^h Ab. bis 11^h Ab. 6 ff. 216. 288 324 m. V. Saturn schwirrend doch deutlich. Die östliche Anse ist so bedeutend länger, dafs sie ihre äufserste Gröfse erreicht zu haben scheint, beide Ansen sind merkbar schmaler geworden, jedoch konnte ich keine knotenartige oder hellere Stellen bemerken. Der Ringschatten fein doch deutlich, südlich vom Ringe.

——15. 9^h Ab. 6 ff. 216 m. V. Saturn nicht deutlich, starke Luftschwirrungen. Die Ansen sind sehr fein, doch kann ich keine Knoten und nur die Verschiedenheit bemerken, dafs die östliche länger ist. Der Ringschatten deutlich.

——17. 9^h Ab. 6 ff. 216. 288. 324 m. V. Saturn schwirrend, zuweilen deutlich. Beide Ansen haben seit dem 15ten sehr merklich an Deutlichkeit abgenommen und bilden eine äufserst feine gleichförmige Linie, die östliche scheint etwas schärfer zu seyn und ist so augenfällig länger, dafs sie wahrscheinlich ihre äufserste Gröfse erreicht hat; es ist in ihr eben so wenig ein Knoten zu entdecken als in der westlichen, jedoch schliefst diese letzte sich der Kugel an, die erste hingegen ist dicht bei der Kugel sehr matt und lichtschwach oder ganz unsichtbar. Der Ringschatten ist so deutlich, dafs ich ihn mit dem 3½ff. 126. 168. 189 m. V. sehr gut erkennen kann.

April 22. 9^h Ab. 6 ff. 216 m. V. Saturn sehr schwirrend, zuweilen deutlich. Die Ansen sind sehr fein und verschwinden bei starken Luftschwirrungen wobei der Ringschatten noch deutlich sichtbar bleibt.

—— 25. 9^h Ab. bis 10^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn nicht deutlich; bei sehr heftigen Luftschwirrungen konnte ich zwar keine genaue Beobachtung machen, jedoch sehr deutlich bemerken, dafs der Ring noch schwächer als am 22sten ist, so dafs ich ihn nur in etwas ruhigen und klaren Zwischenräumen sehen kann, alsdann erscheint er als zwei höchst feine und matte Linien, von denen die westliche deutlicher und gleichförmig, die östliche hingegen weniger deutlich, seltener sichtbar und, wie es mir vorkommt, unterbrochen ist.

—— 27. 9^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn bei starken anhaltenden Luftschwirrungen nur selten klar und deutlich; in diesen kurzen Zwischenräumen ist noch eine Spur der Ansen sichtbar, die westliche ist deutlicher und mit Gewifsheit gleichförmig ohne Knoten und hellere Stellen, die östliche aber seltener sichtbar, und ich kann nicht zur Gewifsheit kommen, ob sie unterbrochen ist, zuweilen scheint die hellere Stelle, die in der Figur zu meinem Aufsatz in den Astr. Nachr. Nr. 239 mit *a* bezeichnet, sich auszuzeichnen.

Mai 1. 9^h bis 10^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn nicht deutlich wegen des ungünstigen Wetters, in kurzen klaren und ruhigen Zwischenräumen kann ich keine Spur vom Ringe finden.

Die erste wahrscheinliche Spur vom Ringe fand ich erst wieder.

Juni 8. 10^h Ab. 6 ff. 144. 216 m. V. Saturn wegen Luftschwirrungen nur selten deutlich. In der Lage der östlichen Anse bemerkte ich zuweilen ein sehr feines Lichtpünktchen.

—— 13. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. 6 ff. 144. 216 m. V. Saturn schwirrend. An der Ostseite in der Lage des Ringes bemerke ich etwas helles, kann aber nicht unterscheiden, ob es ein doppelter Lichtpunkt oder eine kleine helle Linie ist.

Digitized by Google

Juni 14. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn zuweilen in Wolkenspalten sichtbar. Zum ersten Male kann ich den Ring zwar schwach doch mit aller Gewifsheit erkennen; die westliche Anse ist etwas deutlicher sichtbar und erstreckt sich bis zur Kugel, die östliche ist nur erst in einem Abstande von der Kugel kenntlich und die helle Stelle *a* scheint ein stärkeres Licht zu haben als die westliche Anse.

—— 15. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. bis 10^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn stark schwirrend. Der Ring ist in kurzen ruhigen Zwischenräumen, dann aber so deutlich sichtbar, dafs ich ungeachtet seiner Zartheit und Lichtschwäche mit aller Gewifsheit unterscheiden kann, dafs die westliche Anse ganz gleichförmig hell und besser sichtbar ist als die östliche, die sich nicht der Kugel anschliefst und meistens nur durch die hellere Stelle *a* bemerkt werden kann.

—— 18. $9\frac{1}{2}^h$ Ab. 6 ff. 144. 216 m. V. Saturn schwirrend. Der Ring ist schon so deutlich, dafs ich ihn mit dem $3\frac{1}{2}$ ff. 126. 168 m. V. erkennen kann, mit dem 6 ff. sehe ich in ruhigen Zwischenräumen, dafs die westliche Anse ganz gleichförmig hell ist und ohne Unterbrechung sich bis an die Kugel erstreckt, die östliche jedoch nicht bis zur Kugel sichtbar ist, ihre helle Stelle *a* aber sich durch ein so starkes Licht auszeichnet, dafs sie ungeachtet der schwächern Sichtbarkeit dieser Anse überhaupt doch bemerkbarer ist als die westliche.

Juni 24. $9\frac{1}{2}^h$ bis 10^h Ab. 6 ff. 144. 216 m. V. Saturn zuweilen sehr deutlich. Die westliche Anse sehr augenfällig kürzer, gleichförmig hell, doch von etwas matterem Lichte als die östliche, die länger, nach der Kugel zu matter, nach dem östlichen Ende zu aber heller ist; dieser Unterschied ist so deutlich, dafs ein Mitbeobachter (Herr *Genast* aus Weimar) sagte: der rechte Strich sei etwas länger und am untern Ende breiter und kolbiger.

—— 25. 9^h Ab. 6 ff. 216 m. V. Saturn wie gestern, nur scheint mir die hellere Stelle *a* der östlichen Anse aus zwei Knoten zu bestehen.

Juli 16. 9^h Ab. 6 ff. 144 m. V. Saturn ziemlich deutlich. Die westliche Anse deutlich kürzer und gleichförmig hell, so dafs bestimmt keine hellere Stelle darin sichtbar ist; die östliche Anse deutlich länger, die helle Stelle *a* hat sich länger ausgedehnt, der an die Kugel gränzende Theil der Anse sehr lichtschwach. Von den Mitbeobachtern (Herr und Madame *Thayes* und der Graf *Emanuel Las Casas* (Sohn) aus Paris) machte mich der erste auf diese Verschiedenheiten aufmerksam, welche alsdann Herr *Las Casas* und ich bestätigt fanden.

Hiermit mufste nun diese Reihe von Beobachtungen geschlossen werden, da bei spätern kein scharfes Bild des Saturn zu erhalten war.

S. H. Schwabe.

Beobachtungen des Saturns im April 1833 auf der Altonaer Sternwarte.

Der Saturn ist auf der Altonaer Sternwarte mit einem *Fraunhofer*schen Fernrohr von 4 Fufs Brennweite, 37 Linien Oeffnung und 144maliger Vergrösserung beobachtet. Diese Vergrösserung zeigte den Ring stets deutlicher als die stärkere von 216 und die schwächere von 96 welche zu demselben Fernrohre gehören, und wurde deshalb immer bei den Betrachtungen des Saturns gebraucht. An allen folgenden Beobachtungstagen ist die östliche Ringanse immer bedeutend heller gesehen worden als die westliche. Die im Tagebuch niedergeschriebenen Notizen über die Abnahme des Saturnringes bis April 22. übergehe ich, da sie weiter nichts enthalten als, dafs der Ring noch deutlich als eine Linie zu sehen gewesen sei. April 22 war die Luft ganz vorzüglich schön und der Ring als eine feine Linie deutlich sichtbar; in der östlichen Anse, ungefähr $\frac{1}{3}$ vom Ende derselben schien die Linie ein wenig heller zu seyn, und auch in der westlichen Anse erschien mitunter ein etwas hellerer Punct, doch waren diese Stellen zu wenig von dem übrigen Theil der hellen Linie verschieden, um ihr Daseyn bestimmt behaupten zu können. April 24 war die Luft bedeckt. April 25 war die Linie bedeutend feiner geworden, doch an beiden Seiten der Kugel noch deutlich zu sehn, in der östlichen Anse war ein hellerer Punct $\frac{1}{3}$ Durchmesser vom Rande des Saturns deutlich wahrzunehmen, auch in der westlichen Anse $\frac{1}{3}$ Durchmesser schien eine hellere Stelle in der äufserst schwachen Linie zu seyn. April 26 war der Himmel voll kleiner dünner Wolken, doch sah man den Planeten zwischen denselben hell und deutlich. Wegen der Wolken war er nur unterbrochen wenige Secunden im Meridianfernrohr zu sehen, wo er heute Abend sowohl als an den vorhergehenden Tagen während seiner Culmination betrachtet wurde. Die westliche Ringanse war beinahe verschwunden und schimmerte nur mitunter durch; doch glaubte ich $\frac{1}{3}$ Durchmesser vom Rande des Planeten eine hellere Stelle zu sehen. In der östlichen Anse war ein hellerer Punct $\frac{1}{3}$ Durchmesser wie April 25, besonders wenn ganze feine Dünste vorüber zogen, nicht zu verkennen, denn alsdann verschwand jedes Mal zuerst der übrige Theil der Linie, und dieser Punct schien als ein Trabant von der Saturnkugel getrennt noch durch, bis die Wolke näher kam und auch ihn unsichtbar machte. Im gröfseren Fernrohr des Meridiankreises zeigte sich dieses noch deutlicher. Die Wolken waren übrigens so dünne, dafs der Planet selbst nur selten verschwand. Diese Beobachtungen sind ohngefähr um 12 Uhr Sternzeit gemacht. April 28 war der Himmel wieder bedeckt. April 29 war in keinem Fernrohr und mit keiner Vergrösserung eine Spur vom Ringe mehr wahrzunehmen; die Luft war freilich sehr dunstig, doch der Planet ruhig und deutlich zu sehn, auch mufs bemerkt werden, dafs der Mond nur ungefähr eine halbe Stunde vom Saturn abstand. Im Fernrohr des Meridiankreises war ganz deutlich rechts vom Saturn ungefähr in der Distanz wo der hellere Punct April 26 gesehen wurde, aber nach dem Schatten des Ringes auf der Saturnkugel zu urtheilen etwas höher, ein feines Lichtpunctchen zu sehen, wahrscheinlich ein Trabant. Später April 30, Mai 1, 2 u. 3 ist hier nichts vom Ringe bemerkt worden.

A. Petersen.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 250.

Ueber die Störungen des *Halley*schen Kometen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15ten September 1682 bis zum 13ten März 1759.

Von Herrn Professor Dr. *Rosenberger* in Halle.

Seit dem Abdruck meines Aufsatzes über die Elemente des *Halley*schen Kometen während seiner vorletzten Erscheinung (Astr. Nachr. Nr. 196) habe ich die Untersuchung seiner Störungen für die Periode von seiner Sonnennähe im Jahre 1682 bis zu seinem Perihelio im Jahre 1759 beendigt und dabei auf den Einfluss aller sieben alten Planeten so vollständig als möglich Rücksicht zu nehmen gesucht. Bei dem mit der herannahenden Wiederkehr des Kometen steigenden Interesse des Gegenstandes und da die von mir erhaltenen Resultate nicht unerheblich von den Ergebnissen der so mühsamen und dankenswerthen Arbeiten von *Damoiseau* und *Pontécoulant* *) über den nehmlichen Gegenstand abweichen, wird eine kurze Mittheilung über den Gang und die Ergebnisse meiner Rechnungen in diesen Blättern, wie ich wohl hoffen darf, nicht unwillkommen sein, wenn ich mir auch die Bekanntmachung des Details, welches zu einer später vielleicht nöthigen Wiederaufnahme und theilweisen Berichtigung derselben nothwendig wäre, für einen andern Ort und eine andere Zeit vorbehalten muss.

1.

Nennt man die störenden Kräfte, welche der Planet m' in der Richtung des Radius vector des Kometen, senkrecht auf denselben in der Ebene der Bewegung und perpendiculair auf die letztere wirkend hervorbringt resp. A', B', C', sämmtlich positiv, wenn sie die Coordinaten vermindern; bezeichnet man die Neigung der Bahn des störenden Planeten m' gegen die Kometenbahn durch i', die Länge des aufsteigenden Knotens der Planetenbahn auf der Bahn des Kometen durch n', den Abstand des Periheliums der Kometenbahn von diesem Durchschnitt beider Bahnen durch P; heisst die Länge des Planeten in seiner Bahn l', die Länge des Planeten auf der Kometenbahn vom Knoten an gezählt L', seine Breite über der Ebene der Kometenbahn λ'; setzt man $l' - n' = u'$ und $P + \varphi = u$, wo φ die wahre Anomalie des Kometen angiebt, nennt man endlich den Radius vector des Kometen und des Planeten m' resp. r und r': so hat man

$$\begin{aligned}
&\cos\lambda'\cos L' = \cos u'\\
&\cos\lambda'\sin L' = \sin u'\cos i'\\
&\sin\lambda' = \sin u'\sin i'\\
&x' = r'\cos\lambda'\cos(L'-u)\\
&y' = r'\cos\lambda'\cos(L'-u)\\
&z' = r'\sin\lambda'\\
&R'R' = rr + r'r' - 2rx'\\
&A' = \frac{m'r}{R'^3} + m'\left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3}\right)\cdot x'\\
&B' = m'\left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3}\right)\cdot y'\\
&C' = m'\left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{R'^3}\right)\cdot z'
\end{aligned} \qquad (a)$$

wo der Buchstabe m' die Masse des störenden Planeten bezeichnet. Drückt nun t die von einem festen Anfangspunct gezählte Zeit aus, so sind die Differentialquotienten der Elemente der Kometenbahn:

$$\begin{aligned}
\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{d\cdot\frac{1}{a}}{dt}\right) &= \frac{2}{h}\left\{A'\cdot e\sin\varphi + B'(1+e\cos\varphi)\right\}\\
\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{3av}{h}\left\{A'\cdot e\sin\varphi + B'(1+e\cos\varphi)\right\}\\
\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{ds}{dt}\right) &= -A'\cdot h\sin\varphi - B'\cdot\frac{r}{h}\left(e + 2\cos\varphi + e\cos\varphi^2\right)\\
\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{d\omega'}{dt}\right) &= +A'\cdot\frac{h\cos\varphi}{e} - B'\frac{r}{hs}\left(2+e\cos\varphi\right)\sin\varphi\\
\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{di}{dt}\right) &= -\frac{rC'}{h}\cos(\omega+\varphi)\\
\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{dn}{dt}\right) &= -\frac{rC'}{h}\cdot\frac{\sin(\omega+\varphi)}{\sin i}\\
\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{d\omega}{dt}\right) &= \sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{d\omega'}{dt}\right) - \cos i\cdot\sqrt{\mu}\left(\frac{dn}{dt}\right)\\
\sqrt{\mu}\cdot\left(v\cdot\frac{dT}{dt}\right) &= -\sqrt{(1-e^2)}\cdot\left\{\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{d\omega'}{dt}\right)\right\} + \frac{2r}{\sqrt{a}}\cdot A'\\
&\quad -(T+t)\left\{\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{dv}{dt}\right)\right.
\end{aligned} \qquad (b)$$

*) Memorie dalla Reale Academia delle scienze di Torino Tom. XXIV. pag. 36; Connaissance des temps pour l'an 1832. pag. 25 et C. d. t. p. 1833. pag. 104.

Digitized by Google

Hier bedeuten a, e, n, i resp. die halbe grofse Axe, die Excentricität, die Länge des aufsteigenden Knotens der Kometenbahn und ihre Neigung gegen die Ekliptik, ω die Länge des Perihelіums vom Knoten und $(-T)$ die Zeit des Perihelіums, so dafs $(T+t)$ immer die Zeit ausdrückt, durch welche die wahre Anomalie bestimmt wird; μ bezeichnet die vom Mittelpunct der Bahn auf den Kometen wirkende Masse, hh ist $= a(1-ee)$ und $a^{\frac{3}{2}}.\nu = \sqrt{\mu}$, so dafs ν die Zunahme der mittlern Anomalie des Kometen in der Zeiteinheit angiebt; unter A', B', C' endlich ist hier, wie im Folgenden, die Summe der von allen Planeten hervorgebrachten störenden Kräfte zu verstehn.

2.

Ich habe es nach dem Vorgange von *Damoiseau* vorgezogen, die Differentialquotienten der Elemente nicht für gleiche Zeitintervalle, sondern für gleich grofse Aenderungen der excentrischen Anomalie des Kometen zu berechnen. Nennt man die excentrische Anomalie des gestörten Kometen s, so wird aus der Gleichung $\nu(T+t) = s - e\sin s$ durch gleichzeitige Differentiation derselben in Beziehung auf die Zeit und auf die veränderlichen Elemente der Kometenbahn

$$\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{a\nu}{r}\left\{1 + \frac{aa}{e}(2e - \cos s - e^2\cos s).A' + \frac{aa}{e}.\sqrt{(1-ee)}(2-e\cos s)\sin s\,B'\right\} = \frac{a\nu}{r}(1+f)$$

erhalten, und man findet die Differentialquotienten der Elemente in Beziehung auf die excentrische Anomalie s des gestörten Kometen durch Multiplication der Gleichungen (b) mit

$$\left(\frac{dt}{ds}\right) = \frac{r}{a\nu}\,\frac{1}{(1+f)}.$$

Hierdurch ergeben sich nachstehende Formeln:

$$\begin{aligned}
\mu.\left(\frac{d\nu}{ds}\right) &= 3a^2\nu\left\{e\sin s.A' + \sqrt{(1-ee}.B'\right\}\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.\left(\frac{de}{ds}\right) &= a^2.\sqrt{(1-ee)}\left\{-\sqrt{(1-ee)}.\sin s.A' + (e - 2\cos s + e\cos s^2).B'\right\}\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.e\left(\frac{d\omega'}{ds}\right) &= a^2\left\{\sqrt{(1-ee)}.(\cos s - e).A' - \sin s.(2 - e\cos s - ee).B'\right\}\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.\left(\frac{dg}{ds}\right) &= -\sqrt{(1-ee)}.\mu.\left(\frac{d\omega'}{ds}\right) + 2.rr.A'.\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.\left(\frac{dq}{ds}\right) &= -\frac{a.(\cos s - e)}{\sqrt{(1-ee)}}.rC.\left(\frac{1}{1+f}\right)\\
\mu.\left(\frac{dp}{ds}\right) &= -a\sin s.rC.\left(\frac{1}{1+f}\right) \qquad \text{(e)}\\
\mu.\left(\frac{di}{ds}\right) &= \mu.\left(\frac{dq}{ds}\right).\cos\omega - \mu.\left(\frac{dp}{ds}\right).\sin\omega\\
\mu.\sin i\left(\frac{dn}{ds}\right) &= \mu.\left(\frac{dq}{ds}\right).\sin\omega + \mu.\left(\frac{dp}{ds}\right).\cos\omega\\
\mu.\left(\frac{d\omega}{ds}\right) &= \mu.\left(\frac{d\omega'}{ds}\right) - \cos i\,.\,\mu.\left(\frac{dn}{ds}\right)\\
\mu.\left(\nu.\frac{dT}{ds}\right) &= -(T+t).\mu.\left(\frac{d\nu}{ds}\right) + \mu.\left(\frac{dg}{ds}\right)
\end{aligned}$$

Diese Formeln sind vollkommen strenge, wenn zu ihrer Berechnung diejenigen Elemente angewandt werden, welche in dem Augenblick, für welchen man rechnet, die Bahn des Kometen bestimmen. Sie gehn in die von *Damoiseau* angewandten und in die von *Pontécoulant* in seiner Théorie analytique du système du monde tom. II. p. 100 gegebenen Formeln über, nach welchen letzteren dieser Astronom gerechnet zu haben scheint, wenn man die Sonnenmasse als Einheit der Massen annimmt und $(1+f)$ der Einheit gleich setzt, wodurch im Allgemeinen nur Gröfsen von der Ordnung des Quadrats der störenden Kräfte vernachlässigt werden.

Digitized by Google

3.

So lange die störenden Kräfte eine mäfsige Gröfse behalten wird es erlaubt seln sowohl diese Vernachlässigung zu begehn, als auch die Rechnung mit Elementen zu führen, welche nicht genau für den Zeitpunct der Rechnung gelten, d. h. man wird die Elemente nur von Zeit zu Zeit corrigiren dürfen, wie dies von den beiden französischen Astronomen bei ihrer Berechnung der Störungen des *Halley*schen Kometen von 1759 bis 1835 von einem Zeichen der excentrischen Anomalie zum andern geschehen ist. So oft indessen einer der störenden Planeten dem Kometen sehr nahe kommt, müssen auch die Formeln (c) in aller Strenge angewandt werden, wenn man sicher sein will genaue Resultate zu erhalten und dieser Fall tritt bei dem *Halley*schen Kometen sowohl für die Periode von 1682 bis 1759 als auch für die Periode von 1759 bis 1835 in einem vielleicht ungewöhnlich hohen Grade ein. Ich habe diesem Uebelstande dadurch zu begegnen gesucht, dafs ich z. B. vom 30sten Grade der excentrischen Anomalie bis zum 46sten zuerst die einzelnen Differentialquotienten mit den ungeänderten Elementen, wie dieselben für 30° exc. Anom. waren gefunden worden, und ohne Rücksicht auf die Quantität f berechnete, sodann aber für passende und im Allgemeinen etwas gröfsere Intervalle (hier z. B. von zwei zu zwei Grad) die Unterschiede dieser Gröfsen von denjenigen bestimmte, welche erhalten worden wären, wenn eines Theils überall die richtigen Elemente wären angewandt worden und andern Theils der Factor $\left(\frac{1}{1+f}\right)$ nicht unbeachtet geblieben wäre. Um zu zeigen, wie höchst nothwendig diese Vorsicht sich erwies, will ich nur ein Beispiel anführen. Von 46° bis 54° der exc. Anom. fand ich zuerst die ganze Aenderung, welche die mittlere tägliche Bewegung durch Jupiter, Saturn und Uranus erfährt $= +0'',468727$. Der eben erwähnten beiden Correctionen wegen kommt aber zu dieser Gröfse noch $-0'',007023$ hinzu, so dafs die strenge Anwendung der Formeln $+0'',461704$ gegeben haben würde. Ich glaube, dafs die Abweichung meiner Resultate von den bisher bekannt gewordenen der beiden französischen Astronomen durch die vorstehende Bemerkung hinlänglich erklärt wird und kann die Besorgnifs nicht bergen, es möchte auch ihre Bestimmung der Aenderungen, welche die Elemente des *Halley*schen Kometen von 1759 bis 1835 durch die planetarischen Störungen erleiden, der eigentliche Gegenstand ihrer Arbeiten, aus demselben Grunde eine bei weitem gröfsere Unsicherheit in sich schliefsen, als die von ihnen angewandte Sorgfalt und die verhältnifsmäfsig weit getriebene Genauigkeit ihrer Zahlenangaben auf den ersten Blick erwarten lassen. Denn nach *Damoiseaus* Bestimmung hat sich unser Komet während seines gegenwärtigen Umlaufs dem Jupiter noch etwas stärker genähert, als in der Periode von 1682 bis 1759 der Fall war.

4.

Auch die Genauigkeit meiner Rechnungen wäre, zum Theil wenigstens, illusorisch geworden, oder die Mühseligkeit ihrer Ausführung ganz unerträglich geblieben, wenn es nicht nach einer für die scharfe Berechnung fast aller Kometenstörungen unschätzbaren Andeutung von *Bessel* (Untersuchungen über die Bahn des grofsen Kometen vom Jahre 1811 von Dr. *Fr. Wilh. Aug. Argelander* pag. 78 ff.) möglich wäre, auf die Wirkung der kleineren Planeten mit verhältnifsmäfsig geringer Mühe auf das schärfste Rücksicht zu nehmen, indem man die Bewegung des Kometen nicht auf die Sonne, sondern auf den Schwerpunct des Sonnensystems als den Mittelpunct seiner Bahn bezieht. Da diese wichtige Bemerkung wenigstens im Auslande nicht so allgemeine Beachtung gefunden zu haben scheint, als sie verdient (wahrscheinlich nur darum, weil die Monographie, welche sie enthält, Untersuchungen von so allgemeinem Interesse nicht erwarten läfst), so glaube ich manchem Leser dieser weitverbreiteten Zeitschrift einen Dienst zu leisten, wenn ich bei dieser Gelegenheit etwas ausführlicher, als für meinen nächsten Zweck durchaus nothwendig wäre, bei dem angeführten Gegenstand verweile.

Es mögen in Beziehung auf ein beliebiges, sich im Mittelpunct der Sonne senkrecht durchschneidendes Axensystem x, y, z die Coordinaten des Kometen; x', y', z' die Coordinaten eines Planeten bezeichnen, dessen Masse m' ist wenn die Sonnenmasse als Einheit der Massen betrachtet wird und x'', y'', z''; x''', y''', z''' etc. sich in demselben Sinn auf die Planeten m'', m''' etc. beziehen. Bedeutet r den Radius vector des Kometen, r' den Radius vector des Planeten m', $'p''$ die dritte Potenz des Abstands der Planeten m' und m'' von einander, H', H'' etc. den Abstand der Planeten m', m'' etc. vom Kometen; sind endlich $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ die Coordinaten des Schwerpuncts unseres Sonnensystems, so dafs

$$\bar{X} = \frac{m'x' + m''x'' + m'''x''' \text{ etc.}}{1+M} \quad \text{für } M = m' + m'' + m''' \text{ etc.},$$

ist, so sind die Gleichungen, welche die Bewegung der Kometen und der Planeten m', m'' etc. um die Sonne bestimmen

$$(d)\quad 0 = \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) + \frac{x}{r^3} + \frac{m'x'}{r'^3} + \frac{m'(x-x')}{R'^3} + \frac{m''x''}{r''^3} + \frac{m''(x-x'')}{R''^3} \text{ etc.}$$

$$(d')\quad 0 = \left(\frac{d^2x'}{dt^2}\right) + \frac{(1+m')x'}{r'^3} + \frac{m''x''}{r''^3} + \frac{m''.(x'-x'')}{p''^3} + \frac{m'''x'''}{r'''^3} + \frac{m'''(x'-x''')}{p'''^3} \text{ etc.}$$

$$(d'')\quad 0 = \left(\frac{d^2x''}{dt^2}\right) + \frac{(1+m'')x''}{r''^3} + \frac{m'x'}{r'^3} + \frac{m'(x''-x')}{p'^3} + \frac{m'''x'''}{r'''^3} + \frac{m'''(x''-x''')}{p'''^3} \text{ etc.}$$

und Gleichungen von derselben Form für y, z; y', z' etc. Multiplicirt man die Gleichungen (d'), (d'') etc. nach der Reihe mit $\frac{m'}{1+M}$, $\frac{m''}{1+M}$ etc., so giebt ihre Summe

$$0 = \frac{d^2\bar{X}}{dt^2} + \frac{m'x'}{r'^3} + \frac{m''x''}{r''^3} + \frac{m'''x'''}{r'''^3} \text{ etc.}$$

und die Subtraction derselben von (d), wenn man

$x = \bar{X} + \xi$, $y = \bar{Y} + \eta$, $z = \bar{Z} + \zeta$; $x' = \bar{X} + \xi'$, $y' = \bar{Y} + \eta'$, $z' = \bar{Z} + \zeta''$ etc. setzt, wo also ξ, η, ζ; ξ', η', ζ'; ξ'', η'', ζ'' die Coordinaten des Kometen und der Planeten m', m'' etc. in Beziehung auf den Schwerpunct und auf ein dem angenommenen Axensystem paralleles System von Coordinatenaxen bedeuten

$$0 = \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{x}{r^3} + \frac{m'(x-x')}{R'^3} + \frac{m''(x-x'')}{R''^3} + \frac{m'''(x-x''')}{R'''^3} \text{ etc.} \qquad (e)$$

welche Gleichung nebst zwei ähnlichen für η und ζ die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems bestimmt.

Diese Gleichung ist gleichbedeutend mit

$$0 = \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{\bar{X}+\xi}{r^3} + \frac{m'.(\xi-\xi')}{R'^3} + \frac{m''.(\xi-\xi'')}{R''^3} \text{ etc.}$$

oder da $\frac{1}{r^3} = \frac{1}{\rho^3} + \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right)$, wenn ρ den Abstand des Kometen vom Schwerpunct bezeichnet, mit

$$0 = \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{\bar{X}+\xi}{\rho^3} + (\bar{X}+\xi)\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + \frac{m'.(\xi-\xi')}{R'^3} + \frac{m''.(\xi-\xi'')}{R''^3} \text{ etc.} \qquad (f)$$

wofür endlich wegen $\bar{X} = m'\xi' + m''\xi'' + m'''\xi''$ etc.

$$0 = \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{\xi(1+M)}{\rho^3} + (\xi+\bar{X})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3}\right) + m''(\xi''-\xi)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R''^3}\right) + \text{etc.} \qquad (g)$$

gesetzt werden kann.

Die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems wird also die nehmliche sein, als wenn dieser Punct der Sitz einer Centralkraft $= 1 + M$ wäre und aufserdem die in der Richtung der Coordinatenaxen thätigen störenden Kräfte

$$A = (\xi+\bar{X})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3}\right) + m''.(\xi''-\xi)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R''^3}\right) \text{ etc.}$$

$$B = (\eta+\bar{Y})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + m'(\eta'-\eta)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3}\right) + m''.(\eta''-\eta)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R''^3}\right) \text{ etc.} \qquad (h)$$

$$C = (\zeta+\bar{Z})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) + m'(\zeta'-\zeta)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R'^3}\right) + m''.(\zeta''-\zeta)\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{R''^3}\right) \text{ etc.}$$

auf den Kometen wirkten.

Ist der Abstand des Kometen von der Sonne nicht gar zu klein (und nur in diesem Fall soll überhaupt die Bewegung des Kometen auf den Schwerpunct bezogen und von den Gleichungen (g) Gebrauch gemacht werden), so kann $\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right)$ sehr bequem durch eine stark convergirende Reihe ausgedrückt werden, indem man $r^2 = x^2+y^2+z^2 = \rho^2 + 2P + R^2$ hat, wenn $P = \xi\bar{X} + \eta.\bar{Y} + \zeta.\bar{Z}$; $R^2 = \bar{X}^2 + \bar{Y}^2 + \bar{Z}^2$, also P sowohl als R von der Ordnung der störenden Massen ist. Dies giebt

$$(\xi+\bar{X})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) = \frac{-3P\xi}{\rho^5} - \frac{3P\bar{X}}{\rho^5} + \frac{15}{2}.\frac{PP\xi}{\rho^7} - \frac{3}{2}.\frac{RR\xi}{\rho^5} \text{ etc.}$$

Digitized by Google

und

$$A = \left[m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''(\xi''-\zeta)\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)+\text{etc.}-\frac{3P\xi}{\rho^5}\right]$$
$$-\frac{3P\bar{X}}{\rho^5}+\frac{15}{2}\cdot\frac{PP\xi}{\rho^7}-\frac{3}{2}\cdot\frac{RR\xi}{\rho^5}\text{ etc.}$$

$$B = \left[m'(\eta'-\eta)\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''(\eta''-\eta)\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)+\text{etc.}-\frac{3P\eta}{\rho^5}\right] \qquad \text{(i)}$$
$$-\frac{3P\bar{Y}}{\rho^5}+\frac{15}{2}\cdot\frac{PP\eta}{\rho^7}-\frac{3}{2}\cdot\frac{RR\eta}{\rho^5}\text{ etc.}$$

$$C = \left[m'(\xi'-\zeta)\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''(\xi''-\xi)\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)+\text{etc.}-\frac{3P\zeta}{\rho^5}\right]$$
$$-\frac{3P\bar{Z}}{\rho^5}+\frac{15}{2}\cdot\frac{PP\zeta}{\rho^7}-\frac{3}{2}\cdot\frac{RR\zeta}{\rho^5}\text{ etc.}$$

wo man sehr oft mit den in Klammern [ ] eingeschlossenen Gliedern vollkommen ausreichen wird.

Bestimmt man nunmehr die noch ganz willkührliche Richtung der Coordinatenaxen so, dafs die Ebene der ξ und η mit der Ebene der Bahn des Kometen um den Schwerpunct für den Augenblick der Rechnung und die Axe der ξ mit seinem jedesmaligen Radius vector zusammenfällt: so hat man $\xi = \rho$, $\eta = \zeta = 0$, $P = \rho\bar{X}$ und die Störungen der Elemente des Kometen, welche sich auf seine Bewegung um den Schwerpunct beziehen, werden durch die Anwendung der Gleichungen (c) gefunden werden, wenn man $\mu = 1 + M$ und

$$A' = m'(\xi'-\rho)\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)-\frac{3m'\xi'}{\rho'^4}+m''(\xi''-\rho)\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}-\frac{3m''\xi''}{\rho''^4}\text{ etc.}\right.$$
$$\left.+\frac{3}{2}(2\bar{X}^2-\bar{Y}^2-\bar{Z}^2)\cdot\frac{1}{\rho^4}\right.$$

$$B' = m'\eta'\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''\cdot\eta''\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)\text{etc.}-\frac{3\bar{X}\bar{Y}}{\rho^4} \qquad \text{(k)}$$

$$C' = m'\zeta'\left(\frac{1}{\rho'^3}-\frac{1}{R'^3}\right)+m''\zeta'\left(\frac{1}{\rho''^3}-\frac{1}{R''^3}\right)\text{etc.}-\frac{3\bar{X}\bar{Z}}{\rho^4}$$

setzt.

Der Vortheil, welchen diese Anordnung der Rechnung gewährt, besteht darin, dafs die Theile der störenden Kräfte A', B', C', welche von den kleinern Planeten abhängen, bald so stark abnehmen, dafs man sie ohne Gefahr ganz vernachlässigen kann. Bei dem *Halley*schen Kometen, der sich meistentheils in sehr grofser Entfernung von der Sonne befindet, wird dieser Vortheil noch dadurch erhöht, dafs auch die Störungen, welche er durch Jupiter, Saturn und Uranus erleidet, wenigstens für den gröfsten Theil seiner Bahn, viel kleiner ausfallen und viel leichter zu finden sind, wenn man seine Bewegung um den Schwerpunct des Sonnensystems untersucht, als wenn man unmittelbar die Aenderungen seiner Elemente in Beziehung auf die Sonne berechnen wollte.

5.

Um die Elemente, welche die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems bestimmen, aus den Elementen seiner Bahn um die Sonne, oder umgekehrt diese aus jenen zu erhalten, werde ich im Folgenden die eine dieser beiden Bahnen durch B, die andere durch B' bezeichnen und annehmen, dafs sich in den Mittelpuncten derselben die Massen μ und μ' befinden.

Die Gleichungen

$$\frac{x\,dy-y\,dx}{dt} = \sqrt{(m)}\cdot h\cdot\cos i$$
$$\frac{x\,dz-z\,dx}{dt} = \sqrt{(m)}\cdot h\cdot\sin i\cos n$$
$$\frac{y\,dz-z\,dy}{dt} = \sqrt{(m)}\cdot h\cdot\sin i\sin n \qquad \text{(l)}$$
$$\frac{dx}{dt}\cdot\frac{r\,dr}{dt}+x\left(\frac{m}{r}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}\right) = -me(\cos n\cos w-\sin n\sin w\cos i)$$
$$= \frac{dx}{dt}\cdot\delta+x.F$$

Digitized by Google

$$\frac{dy}{dt}\cdot\frac{r\,dr}{dt}+y\left(\frac{m}{r}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}\right) = -me\,(\sin n\cos\omega-\cos n\sin\omega\cos i)$$
$$= \frac{dy}{dt}\cdot\delta+y\cdot F$$
$$\frac{dz}{dt}\cdot\frac{r\,dr}{dt}+z\left(\frac{m}{r}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}\right) = -me\cdot\sin\omega\sin i$$
$$= \frac{dx}{dt}\cdot\delta+z\cdot F$$
$$\frac{2m}{r}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2} = \frac{m}{a} = \frac{m}{r}+F$$

drücken bekanntlich die Constanten der elliptischen Bewegung eines Himmelskörpers um den Mittelpunct seiner Bahn durch seine Coordinaten von diesem Punct und durch seine Geschwindigkeit in der Richtung der Coordinatenaxen aus, wenn m die Summe der Massen beider Körper bezeichnet und n, ω, i in Beziehung auf das gewählte Axensystem eine Bedeutung haben, welche der bisherigen Bedeutung der nehmlichen Buchstaben für die Ekliptik entspricht. Indem man sie sowohl auf die Bahn B, als auch auf die Bahn B' anwendet, wird sich aus ihnen der Unterschied der Elemente beider Bahnen ohne Weiteres ergeben.

Legt man die Ebene der x und y der Bahn B, die Axe der x dem Radius vector des Kometen in ihr parallel; bezieht man die Zeichen a, e, n, x, r etc. in ihrer bisherigen Bedeutung auf die Bahn B, die Zeichen a', e', n', x', r' etc. in der analogen Bedeutung auf die Bahn B'; schreibt man Δa, Δe, $\Delta\mu$ etc. für $a'-a$, $e'-e$, $\mu'-\mu$ etc.: so hat man für die Bahn B, welche als bekannt angesehen werden soll,

$$x = r,\quad y = z = 0,\quad \frac{dx}{dt} = \frac{\sqrt{\mu}\cdot e\sin\varphi}{h};$$
$$\frac{dy}{dt} = \frac{\sqrt{\mu}\cdot h}{r},\quad \frac{dz}{dt} = 0.$$

Setzt man nun noch der Kürze wegen $\frac{dx}{dt}=\alpha$, $\frac{dy}{dt}=\beta$, $\frac{dz}{dt}=\gamma$, ferner

$$x' = r+X,\quad y' = Y,\quad z' = Z;\quad \frac{dx'}{dt} = \alpha' = \alpha+A,$$
$$\frac{dy'}{dt} = \beta' = \beta+B,\quad \frac{dz'}{dt} = \gamma' = C;$$

bedeutet z die Neigung der Bahn B' gegen die Bahn B. N die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn B' auf der Bahn B vom Radius vector r des Kometen an gezählt, o' endlich den Abstand des Perihels auf der Bahn B' von diesem Durchschnitt beider Ebenen: so finde ich

$$\left(\Delta\frac{1}{r}\right) = -\frac{2rX+(X^2+Y^2+Z^2)}{rr'(r+r')}$$
$$F = \frac{\mu}{r}-\alpha^2-\beta^2$$

$$\Delta F = \frac{1}{r}\Delta\mu+\mu'\left(\Delta\frac{1}{r}\right)-2\alpha\cdot A-2\beta\cdot B-(A^2+B^2+C^2)$$
$$\delta = r\cdot\alpha$$
$$\Delta\delta = \alpha'\cdot X+\beta'\cdot Y+\gamma'\cdot Z+r\cdot A$$
$$\psi = A\cdot\delta+\alpha'\cdot\Delta\delta+F'\cdot X+r\cdot\Delta F$$
$$\psi' = B\cdot\delta+\beta'\cdot\Delta\delta+F'\cdot Y$$
$$\mu\cdot\left(\Delta\frac{1}{a}\right) = \left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{a'}\right)\cdot\Delta\mu+\mu\cdot\left(\Delta\frac{1}{r}\right)+\Delta F$$
$$(\nu'+\nu)\cdot\Delta\nu = \frac{1}{a'^2}\cdot\Delta\mu+\frac{3\mu}{aa'}\left(\Delta\frac{1}{a}\right)+\mu\cdot\left(\Delta\frac{1}{a}\right)^3$$
$$\sqrt{\mu'}\cdot h'\cdot\cos z = x'\beta'-y'\cdot\alpha' \qquad (m)$$
$$\sqrt{\mu'}\cdot h'\cdot\sin f\cos N = x'\gamma'-z'\cdot\alpha'$$
$$\sqrt{\mu'}\cdot h'\cdot\sin f\sin N = y'\gamma'-z'\cdot\beta'$$
$$\sqrt{\mu'}\cdot\cos f\cdot\Delta h = \beta'\cdot X-\alpha'\cdot Y+r\cdot B-h\left\{\frac{\Delta\mu}{\sqrt{\mu}+\sqrt{\mu'}}-2\cdot\sqrt{\mu'}\cdot\sin\tfrac{1}{2}z^2\right\}$$
$$(e'+e)\cdot\Delta e = -h\Delta h\cdot(\Delta_a^{\frac{1}{a}})-\frac{(h'+h)}{a'}\cdot\Delta h$$
$$\sin(\Delta i) = \sin z\cos(N+\omega+\varphi)+\cos i\cos i'\cdot 2\sin(\tfrac{1}{2}\Delta n)^2$$
$$\sin(\Delta n) = \frac{\sin z\sin(N+\omega+\varphi)}{\sin i'}$$
$$\sin(n+o'+\varphi) = -\left(\frac{\psi\sin\varphi+\psi'\cos\varphi}{\mu' e'}\right)+2\sin\tfrac{1}{2}z^2\cdot\cos(N+\varphi)\sin o'$$
$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\left\{L-(N+\omega+\varphi)\right\}\cdot\cos\left(\frac{\Delta i}{2}\right) = -\operatorname{tang}\left(\frac{\Delta n}{2}\right)\cdot\cos\tfrac{1}{2}(i'+i)$$
$$\Delta\omega = (N+o'+\varphi)+\left\{L-(N+\omega+\varphi)\right\}$$
$$2e'\sin\tfrac{1}{2}(\varepsilon'+\varepsilon)\sin(\tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon) = \Delta e\cdot\cos\varepsilon+r'\cdot\left(\Delta\frac{1}{a}\right)-\frac{r'}{a}\left(\Delta\frac{1}{r}\right)$$
$$-\nu\cdot(\Delta T) = (T+t)\cdot\Delta\nu-\Delta\varepsilon+2e'\cos\tfrac{1}{2}(\varepsilon'+\varepsilon)\sin(\tfrac{1}{2}\Delta\varepsilon)+\sin\varepsilon\cdot\Delta e$$

Ist die Bahn des Kometen um die Sonne bekannt, so ergeben die vorstehenden Gleichungen die Elemente seiner Bewegung um den Schwerpunct, wenn man $\mu = 1$, $\mu' = 1+M$, $\Delta\mu = M$; $X = -\bar{X}$, $Y = -\bar{Y}$, $Z = -\bar{Z}$; $A = -\frac{d\bar{X}}{dt}$ $B = -\frac{d\bar{Y}}{dt}$, $C = -\frac{d\bar{Z}}{dt}$

Digitized by Google

setzt; im entgegengesetzten Fall wird man $\mu = 1+M$, $\mu' = 1$, $\Delta\mu = -M$; $X = +\bar{X}$, $Y = +\bar{Y}$, $Z = +\bar{Z}$; $A = +\frac{d\bar{X}}{dt}$, $B = +\frac{d\bar{Y}}{dt}$, $C = \frac{d\bar{Z}}{dt}$ zu setzen haben.

Es ist aber

$$(1+M).\bar{X} = m'x' + m''x'' + m'''.x''' \text{ etc.}$$
$$(1+M).\frac{d\bar{X}}{dt} = m'\frac{dx'}{dt} + m''\frac{dx''}{dt} + m'''\frac{dx'''}{dt} \text{ etc.}$$

wo x', y', z'; x'', y'', z'' etc. die nach den Formeln (a) berechneten Coordinaten der Planeten m', m'' etc. sind und $\frac{dx''}{dt}$, $\frac{dy''}{dt}$, $\frac{dz''}{dt}$ durch die Gleichungen

$$\frac{dx''}{dt} = x''.\frac{1}{r''}\left(\frac{dr''}{dt}\right) - y''.\cos i''\left(\frac{du''}{dt}\right) - z\sin i''\cos u.\left(\frac{du''}{dt}\right)$$
$$\frac{dy''}{dt} = x''.\cos i\left(\frac{du''}{dt}\right) + y''.\frac{1}{r''}\left(\frac{dr''}{dt}\right) + z''\sin i''\sin u.\left(\frac{du''}{dt}\right)$$
$$\frac{dz''}{dt} = x''.\sin i''\cos u\left(\frac{du''}{dt}\right) - y''.\sin i''\sin u\left(\frac{du''}{dt}\right) + z''.\frac{1}{r''}\left(\frac{dr''}{dt}\right)$$

gefunden werden.

Will man die Quadrate und Producte von M, X, Y, Z, A, B, C vernachlässigen, was in vielen Fällen erlaubt sein wird, so nehmen die Gleichungen (m) folgende Gestalt an:

$$\left(\Delta\frac{1}{a}\right) = -\frac{2}{rr}.X - 2\alpha.A - 2\beta.B + \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right).\Delta\mu$$
$$\Delta\nu = \tfrac{1}{2}a\nu.\left(\Delta\frac{1}{a}\right) + \tfrac{1}{2}\nu.\Delta\mu$$
$$\Delta h = \beta.X - \alpha.Y + r.B - \frac{h}{2}.\Delta\mu$$
$$\Delta e = -\frac{hh}{2e}\left(\Delta\frac{1}{a}\right) - \frac{h}{ae}.\Delta h \qquad \text{(n)}$$
$$\Delta i = \left(\frac{\sin(\omega+\varphi) + e\sin\omega}{hh}\right).Z + \frac{r\cos(\omega+\varphi)}{h}.C$$
$$\sin i\,\Delta n = -\left(\frac{\cos(\omega+\varphi) + e\cos\omega}{hh}\right).Z + \frac{r\sin(\omega+\varphi)}{h}.C$$
$$\Delta\omega = \frac{\sin\varphi}{re}.X - \left(\frac{e+\cos\varphi}{hhe}\right).Y - \frac{h\cos\varphi}{e}.A + \frac{\sin\varphi(r+hh)}{he}.B - \frac{\sin\varphi}{e}.\Delta\mu - \cos i.\Delta n$$
$$-\nu.(\Delta T) = (T+\iota).\Delta\nu - \frac{1}{ae\sin s}\left\{\frac{r}{a}.X + rr.\left(\Delta\frac{1}{a}\right) + r\cos\varphi.\Delta e\right\}.$$

6.

Bei Anwendung der Formeln (k) tritt die Unbequemlichkeit ein, dafs sie die Coordinaten der Planeten in Beziehung auf den Schwerpunct des Sonnensystems als gegeben voraussetzen, welche doch nicht unmittelbar aus unsern Planetentafeln erhalten werden; auch finden sich die Theile der störenden Kräfte, welche vom Jupiter, Saturn und Uranus abhängen, so lange die Entfernung des Kometen von der Sonne den Abstand dieser Planeten von ihr nicht bedeutend übertrifft, im Allgemeinen viel gröfser, wenn man die Bewegung des Kometen auf den Schwerpunct des Sonnensystems bezieht, als wenn man die Sonne als das Centrum seiner Bahn betrachtet, wodurch die Beschwerde der Rechnung noch vergröfsert wird.

Dieser Schwierigkeit kann man ausweichen, wenn man sich erlauben will bei der Berechnung der Störungen, welche die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems erfährt, solche Glieder zu vernachlässigen, die das Product der Masse eines der kleinern Planeten in die Masse eines der gröfsern als Factor enthalten.

Ich bezeichne den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems durch den Buchstaben S; den Schwerpunct der Sonne und aller Planeten mit Ausschlufs des Planeten m', z. B. des Mercur, durch den Buchstaben $S_{,}$; schreibe $M_{,}$ für $M - m'$ und verstehe unter $X_{,}$; $Y_{,}$; $Z_{,}$; $\xi_{,}$; $\eta_{,}$; $\zeta_{,}$; $\rho_{,}$; $\xi_{,}''$; $\eta_{,}''$; $\zeta_{,}''$; etc. die Coordinaten des Punctes $S_{,}$ in Beziehung auf die Sonne, so wie die Coordinaten und Radien vectoren des Kometen und der Planeten m'', m''' etc. in Beziehung auf den Punct $S_{,}$.

Setzt man $0 = \frac{d^2X_{,}}{dt^2} + \frac{m''x''}{r''^3} + \frac{m'''x'''}{r'''^3}$ etc. (was hier gewifs ohne allen Schaden geschehen kann, da die fortgelassenen Glieder von der Ordnung $m'm''$, $m'm'''$ etc. nicht nur sämmtlich überaus klein sind, sondern auch aufserdem die erheblicheren derselben sehr schnell ihren Werth und ihr Zeichen ändern) und läfst man in der Gleichung (d) die Glieder $\frac{m'x'}{r'^3} + \frac{m'(x-x')}{R'^3}$ unbeachtet, wodurch die Störungen des Kometen erhalten werden, welche er erleiden würde, wenn man die Wirkung des Planeten m' unberücksichtigt liefse: so bestimmt die Gleichung

$$0 = \frac{d^2\xi_{,}}{dt^2} + \frac{\xi_{,}+X_{,}}{\rho_{,}^3} + (\xi_{,}+X_{,})\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{\rho_{,}^3}\right) + \frac{m''.(\xi_{,}-\xi_{,}'')}{R''^3} + \frac{m'''.(\xi_{,}-\xi_{,}''')}{R'''^3} \text{ etc.}$$

oder

$$0 = \frac{d^2\xi_{,}}{dt^2} + \frac{(1+M_{,})\xi_{,}}{\rho_{,}^3} + A_{,} \qquad \text{(o)}$$

in welcher

$$A_{,} = m''(\xi''-\xi_{,})\left(\frac{1}{\rho_{,}^{3}}-\frac{1}{R''^{3}}\right)+m'''(\xi'''-\xi_{,})\left(\frac{1}{\rho_{,}^{3}}-\frac{1}{R'''^{3}}\right)+\text{etc.}-\frac{3P_{,}\xi_{,}}{\rho_{,}^{5}}-\frac{3P_{,}X_{,}}{\rho_{,}^{5}}+\frac{15}{2}\cdot\frac{P_{,}P_{,}\xi_{,}}{\rho_{,}^{7}}-\frac{3}{2}\cdot\frac{R_{,}R_{,}\xi_{,}}{\rho_{,}^{5}}\text{ etc.} \quad (p)$$

und $P_{,} = \xi_{,}X_{,}+\eta_{,}Y_{,}+\zeta_{,}Z_{,}$

$R_{,}R_{,} = X_{,}^{2}+Y_{,}^{2}+Z_{,}^{2}$

gesetzt ist, ebenso die Bewegung des Kometen, um den Punkt $S_{,}$, wie die Gleichung (f) für seine wirklich Statt findende Bewegung um den Punct S vermöge der Wirkung aller Planeten gilt.

Der Gleichung (f) kann man auch die Form geben

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{\xi_{,}+X_{,}}{\rho_{,}^{3}}+(\xi_{,}+X_{,})\left(\frac{1}{r^{3}}-\frac{1}{\rho_{,}^{3}}\right)+\frac{m'(\xi-\xi')}{R'^{3}}+\frac{m''(\xi-\xi'')}{R''^{3}}+\frac{m'''(\xi-\xi''')}{R'''^{3}}\text{ etc.}$$

oder

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M_{,})\xi_{,}}{\rho_{,}^{3}}+A_{,}+\frac{m'(\xi-\xi_{,})}{R'^{3}}$$

oder

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}+\left\{\frac{(1+M_{,})\xi_{,}}{\rho_{,}^{3}}-\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}\right\}+A_{,}+\frac{m'(\xi-\xi_{,})}{R'^{3}}$$

d. h. bis auf Glieder von der Ordnung $m'm'$ und $m'M_{,}^{2}$, welche als völlig verschwindend zu betrachten sind,

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}+A_{,}+\left\{m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho'^{3}}-\frac{1}{R'^{3}}\right)-\frac{3m'\xi(\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta')}{\rho^{5}}\right\} \quad (q)$$

Ich nehme an, der Komet habe eine so grofse Entfernung von der Sonne erreicht, dafs bei dem weitern Verfolg der Rechnung die Theile

$$m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho'^{3}}-\frac{1}{R'^{3}}\right)-\frac{3m'\xi\cdot(\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta')}{\rho^{5}},$$

$$m'(\eta'-\eta)\left(\frac{1}{\rho'^{3}}-\frac{1}{R'^{3}}\right)-\frac{3m'\eta\cdot(\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta')}{\rho^{5}}\text{ etc.}$$

der störenden Kräfte zwar noch nicht völlig unbeachtet bleiben dürfen, ihr Effect jedoch ohne Bedenken abgesondert in Rechnung gezogen werden kann, dafs man also die Störungen des Kometen vollständig erhält, wenn man sie von diesem Zeitpunct an durch die beiden Gleichungen

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}+A_{,} \quad (r)$$

$$0 = \frac{d^{2}\xi}{dt^{2}}+\frac{(1+M)\xi}{\rho^{3}}+m'(\xi'-\xi)\left(\frac{1}{\rho'^{3}}-\frac{1}{R'^{3}}\right)-\frac{3m'\xi\cdot(\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta')}{\rho^{5}} \quad (s)$$

berechnet und bei Anwendung der ersteren auf die Aenderungen der Elemente nicht weiter Rücksicht nimmt, welche sich aus der zweiten ergeben. In diesem Falle wird man auch in der Gleichung (s) die Coordinaten ξ', η', ζ' des Planeten m' mit seinen Coordinaten x', y', z', welche sich auf die Sonne beziehen, vertauschen können.

Was nun die Störungen betrifft, welche durch die Gleichung (r) ausgedrückt sind, so sollten die störenden Kräfte $A_{,}$; $B_{,}$; $C_{,}$ nach der Formel (p) mit den Elementen berechnet werden, welche die Bewegung des Kometen um den Punct $S_{,}$ bestimmen; die Factoren dieser Kräfte hingegen, welche nach den Gleichungen (b) dazu dienen, um die Differentialquotienten der Elemente zu bilden, wären aus den Elementen des Kometen für den Punct S abzuleiten. Die Elemente für den Punct $S_{,}$ weichen jedoch nur um Gröfsen, welche in m' multiplicirt sind, von den Elementen für den Punct S ab, so dafs man nur um Quantitäten von der Ordnung $m'm''$, $m'm'''$ etc. fehlen kann, wenn man der Gleichung (r) die Gleichung (o) substituirt. Anstatt diese letztere aber wirklich anzuwenden, wird man lieber die Störungen der Bewegung des Kometen um die Sonne ohne Rücksicht auf den Planeten m' berechnen und erst später, wenn der Komet eine passende Entfernung von der Sonne erreicht hat, seine auf diese Weise erhaltenen Elemente auf den Punct $S_{,}$ reduciren.

Eine genauere Ansicht der Ausdrücke (n) [welche mit hier immer zureichender Genauigkeit die Unterschiede der Elemente des Kometen für den Punct $S_{,}$ und für den Punct S angeben, wenn man unter X, Y, Z, A, B, C, $\Delta\mu$ diejenigen Theile ihrer oben bestimmten Werthe versteht, welche von m' abhängen] zeigt in der That, dafs bei einer nicht zu grofsen Entfernung des Kometen nur die Differenz der halben grofsen Axe und mit dieser die Aenderung der mittlern täglichen Bewegung eine für die Statthaftigkeit des angegebenen Verfahrens gefährliche Gröfse erreichen können. Der Zeitpunct, in welchem man anfängt die Wirkung des Planeten m' auf die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems zu beziehn, kann indessen ganz nach Belieben gewählt werden und da es immer möglich ist ihn so zu bestimmen, dafs der Werth von $\left(\Delta\frac{1}{a}\right)$ völlig verschwindet, so wird bei Beobachtung einiger Vorsicht in dieser Beziehung gegen die Anwendung der in Rede stehenden Vorschrift kaum ein gegründetes Bedenken zu erheben sein. Uebrigens bedarf es keiner Erinnerung, dafs sich dasselbe Verfahren nach und nach oder auch zu gleicher Zeit auf mehr als einen Planeten ausdehnen läfst.

Drückt hiernach s die Gröfse irgend eines Elements der Bewegung des Kometen um die Sonne, z. B. die Excentricität, für die Zeit t aus; heifst zu der nehmlichen Zeit

Digitized by Google

dasselbe Element für den Punct S, und für den Punct S resp. $e + r$, und $e + r, + r_{,,}$; nennt man die Aenderung, welche e durch die Störungen aller Planeten mit Ausschluss von m' bis zur Zeit T erfährt Δe und wird für diesen Zeitpunct die Reduction von $(e + \Delta e)$ auf den Punct S, durch R, angegeben, während $\Delta e_{,,}$ die Störungen bezeichnet, welche sich wegen der Wirkung des Planeten m' bis zur Zeit T aus der Formel (s) ergeben: so wird

$$e + r_{,,} + \Delta e + R, + \Delta e_{,,}$$

die Excentricität der elliptischen Bahn des Kometen um den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems zur Zeit T ausdrücken; die Reductionen $r_{,,}$ und $r,$ aber, welche letztere zur Erfindung von $\Delta e_{,,}$ gebraucht wird, werden mit aller erforderlichen Genauigkeit aus den Gleichungen (n) zu erhalten sein.

7.

Meine für den *Halley*schen Kometen ausgeführte Arbeit zerfällt in zwei Abschnitte, von welchen der eine die Störungen während der ersten sechs Zeichen der excentrischen Anomalie umfasst und auf seine Astr. Nachr. N. 196 für 0° exc. Anom. von mir bestimmten Elemente gegründet ist; für die letzten sechs Zeichen dagegen bin ich von seinen Elementen zur Zeit des Perihelions im Jahre 1759 (Astr. Nachr. Nr. 180) ausgegangen, indem ich die Störungen von 360° bis 180° der exc. Anom. rückwärts berechnete. Für diesen Theil meiner Arbeit schien es mir auch vortheilhafter nicht die Störungen der Durchgangszeit des Kometen durch sein Perihelium im Jahre 1682, sondern die Aenderung des Augenblicks seiner perihelischen Distanz im Jahre 1759 zu bestimmen. In beiden Rechnungen habe ich bis zum 30sten Grade der exc. Anom.*) den Einfluss aller sieben Planeten auf die Bewegung des Kometen um die Sonne unmittelbar untersucht, vom 30sten Grade der exc. Anom. an aber für Mercur, Venus, Erde und Mars die von ihnen bewirkten Aenderungen seiner Bewegung um den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems bestimmt, welche bei 50 bis 60 Grad der exc. Anom. schon ganz unmerklich werden. Beide Mal danke ich es einem günstigen Zufall, dass die Elemente des Kometen für den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems von seinen Elementen für den Schwerpunct der Sonne, des Jupiter, Saturn und Uranus ausnehmend wenig verschieden ausfielen. Ich fand diese Elemente nehmlich bei + 30° exc. Anom. des Kometen

$$\frac{1}{a} = \left.\begin{matrix} 0{,}0571079.74 \\ 0{,}0571079.32 \end{matrix}\right\} \quad \nu = \left.\begin{matrix} 48''453961 \\ 48{,}453767 \end{matrix}\right\}^{**}) \quad h = \left.\begin{matrix} 1{,}0728408.5 \\ 1{,}0728278.8 \end{matrix}\right\}$$

$$e = \left.\begin{matrix} 0{,}9665761.6 \\ 0{,}9665769.7 \end{matrix}\right\} \quad T = \left.\begin{matrix} \text{Sept. } 14.98827 \\ \text{Sept. } 14{,}98806 \end{matrix}\right\} \quad i = \left.\begin{matrix} 162\,15\,37{,}99 \\ 162\,15\,37{,}63 \end{matrix}\right\}$$

$$n = \left.\begin{matrix} 51\,16\,58{,}74 \\ 51\,16\,56{,}25 \end{matrix}\right\} \quad \omega = \left.\begin{matrix} 109\,25\,23{,}36 \\ 109\,25\,18{,}29 \end{matrix}\right\}$$

und bei 330° exc. Anom. ergab sich eine eben so grosse Uebereinstimmung, während ungünstige Umstände die Differenz der beiden Werthe von ν auf das 20 und 30fache hätten erhöhen können.

Für Jupiter, Saturn und Uranus setzte ich die Berechnung der Störungen in Beziehung auf die Sonne bis zu resp. 62° und 300° exc. Anom. fort, worauf bis zum Aphelio die Bewegung des Kometen durchaus auf den Schwerpunct des Sonnensystems bezogen wurde.

Die Elemente, welche meiner Rechnung zum Grunde liegen, sind folgende:

Für 0° excentrischer Anomalie.

$\nu = 45'',780506 \quad e = 0{,}9679436.2 \quad -T = 1682 \text{ Spt. } 14{,}81418$
$i = 162°15'13''17 \quad n = 50°57'59''32 \quad \omega = 109°6'56''06$
bezogen auf das mittlere Aequinoctium des 15ten Sept. 1682

oder

$i = 162°15'30''27 \quad n = 52°3'41''38 \quad \omega = 109°5'9,''55$
bezogen auf das mittlere Aequinoctium des 13ten März 1759.

Für 360° excentrischer Anomalie.

$\nu = 46''141500 \quad e = 0{,}9676761.5 \quad -T = 1759 \text{ Mz. } 12{,}57091$
$i = 162°21'44''07 \quad n = 53°47'59''80 \quad \omega = 110°37'34''87$
bezogen auf das mittl. Aequinoct. des 13ten März 1759.

Die Massen der Planeten habe ich von der in meinem Aufsatz Astron. Nachr. Nr. 180 angeführten Gröfse vorausgesetzt, nehmlich für

Mercur	$m' = \frac{1}{3025810}$	$\log m' = 3.69340$	
Venus	$m' = \frac{0{,}8075}{350532}$	$\log m' = 4.39595$	(nach *Burkhardt*)
Erde	$m' = \frac{1}{357594}$	$\log m' = 4.44661$	
Mars	$m' = \frac{1}{2546320}$	$\log m' = 3.59409$	
Jupiter	$m' = \frac{1}{1070.5}$	$\log m' = 6.97041.5$	nach *Bouvard*.
Saturn	$m' = \frac{1}{3512}$	$\log m' = 6.45445$	
Uranus	$m' = \frac{1}{17918}$	$\log m' = 5.74671$	

Nach beendigter Rechnung wurde jedoch derselben noch eine Correction hinzugefügt, um aus den mit der *Bouvard*schen Jupitermasse berechneten Störungen so nahe, als es nach dem Schlusse der Arbeit möglich war, diejenigen zu erhalten, welche mit der von *Nicolai* bestimmten Masse des Jupiter $= \frac{1}{1053{,}93}$ wären gefunden worden. Mit Rücksicht auf diese

*) Der Abstand des Kometen von der Sonne ist hier etwa drei Mal so grofs als die Entfernung der Sonne von der Erde.

**) Hier, wie im Folgenden bedeutet ν die mittlere tägliche Bewegung des Kometen.

Digitized by Google

Correction finde ich aus den für 0° exc. Anom. vorausgesetzten Elementen die Elemente dee Bewegnng des Kometen um den allgemeinen Schwerpunct des Sonnensystems bei 180° seiner exc. Anomalie

$\nu = 46''360233$ $e = 0{,}9677325.7$ $-T = 1682$ Spt.15,67345
$i = 162°20'57''33$ $n = 52°36'50''64$ $\omega = 110°40'47''84$

hez. auf das mittl. Aeq. des 15ten Septbr. 1682, woraus sich der Augenblick, in welchem der Komet diesen Elementen zufolge seinen Umlauf vollenden würde

$-T' = 1759$ April 1,66669 und
$i = 162°21'14''97$ $n = 53°42'34''92$ $\omega = 110°38'59''05$

bezogen auf das mittl. Aequ. des 13teo März 1759 ergiebt.

Aus diesen Datis erhalte ich durch den zweiten Theil meiner Rechnung die Elemente des Kometen in Beziehung auf die Sonne bei 360° seiner exc. Anom.

$\nu = 46''093557$ $e = 0{,}9677077.8$ $-T' = 1759$ Apr.0,93233
$i = 162°23'6''53$ $n = 53°37'8''59$ $\omega = 110°27'36''17$

bezogen auf das mittl. Aequ. des 13ten März 1759.

Die Aenderungen der auf das mittlere Aeqninoctium vom 13ten März 1759 bezogenen Elemente des Kometen durch die planetarischen Störungen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15ten Septbr. 1682 bis zum 13ten März 1759 ergeben sich hiernach

$\Delta\nu = +0''313051$ $\Delta e = -2358{,}34$ Einheitend. 7tenStelle
$\Delta i = +456''26$ $\Delta n = +5607''21$ $\Delta\omega = +4946''62$

und zwar sind die Störungen, welche der Komet durch die Wirkung der einzelnen Planeten erfahren hat, von folgender Gröfse

	$\Delta\nu$	Δe	Δi	Δn	$\Delta\omega$
Jupiter	+0″2761	−1667	+424″	+4453″	+3961″
Saturn	+0,0254	− 300	+ 41	+1104	+ 957
Uranus	+0,0141	− 405	− 8	+ 43	+ 30
KleinePlaneten	−0,0025	+ 13	0	+ 4	+ 1

Geofse Genauigkeit wird man von diesen Angaben aus dem Grunde nicht erwarten dürfen, weil die oben erwähnten Correctionen wegen der Wandelbarkeit der Elemente und wegen des Factors $\frac{1}{(1+f)}$ nur im Ganzen genommen, nicht für jeden Planeten besonders berechnet sind.

Nachstehende Tafel giebt von den einzelnen Theilen, aus welchen sich die Störungen der Elemente des Kometen vom Peribelio 1682 bis zum Perihelio 1759 zusammensetzen, eine etwas ausführlichere Rechenschaft:

Quantitäten, welche zu den Elementen des Kometen, die bei 0° exc. Anom. seine Bewegung um die Sonne bestimmen, hinzukommen müssen, um aus denselben seine Elemente in Beziehung auf den Schwerpunct des Sonnensystems für den Augenblick seiner gröfsten Distanz von ihm zu erhalten.

	$\Delta\nu$	Δe	$-\Delta T$	Δi	Δn	$\Delta\omega$
	″			″	″	
1) 0° bis 30°	−0,002270	− 48,42	−0,00345	+ 5,69	+ 28,37	+ 48,25
2) 30° bis 62°	+0,607966	−2477,00	−0,48350	+361,17	+4355,54	+3996,59
3) $r_{,,} + \Delta e_{,,}$	+0,000369	− 8,84	+0,00020	+ 0,37	+ 2,61	+ 5,12
4) $R_{,}$	−0,001634	+ 85,52	+1,40313	− 12,39	+1071,82	+1154,51
5)	−0,033089	+372,99	−0,06500	− 15,81	+ 401,19	+ 358,67
I.	+0″571342	−2075,75	+0,85138	+339″03	+5859″53	+5563″14

Das Aequinoctium, worauf sich dieser Theil meiner Rechnung bezieht, ist das mittlere Aequinoctium des 15ten Sept. 1682.

Reduction der auf das mittlere Aequinoctium vom 15ten Septbr. 1682 bezogenen Elemente des Kometen für den Schwerpunct des Sonnensystems und für den Zeitpunct seiner gröfsten Distanz von ihm auf das mittlere Aequinoctium des 13ten März 1759:

II.	+ 17″64	+3944,28	− 108,79

Quantitäten, welche zu den Elementen des Kometen, die bei 360° exc. Anom. seine Bewegung um die Sonne bestimmen, hinzukommen müssen, um aus denselben seine Elemente in Beziehung auf den Schwerpunct des Sonnensystems für den Augenblick seiner gröfsten Distanz von ihm zu erhalten.

	$\Delta\nu$	Δe	$-\Delta T$	Δi	Δn	$\Delta\omega$
	″			″	″	
1) 360a bis 330°	−0,054079	+ 235,77	−0,00206	+ 2,08	− 3,98	− 16,95
2) 330° bis 300°	−0,214002	+1891,10	−0,27189	− 6,15	+ 31,76	+146,23
3) $r_{,,} + \Delta e_{,,}$	+0,000550	− 2,76	−0,00051	+ 0,49	− 0,45	− 0,89
4) $R_{,}$	+0,501587	−1684,23	+0,59950	−158,74	+541,63	+779,79
5)	+0,028509	− 183,27	+0,40199	+ 52,20	−245.46	−232,62
III.	+0″262565	+ 256,61	+0,72703	−110″12	+323″50	+675″56

Das Aequinoctium, worauf sich dieser Theil meiner Rechnung bezieht, ist das mittlere Aequinoctium des 13ten März 1759.

Die Zahlen dieser Tafel sind diejenigen, welche mir meine mit der *Bouvard*schen Jupitermasse geführte Rechnung unmittelbar ergeben hat. Die Zeilen 1) und 2) enthalten die Störungen durch alle sieben Planeten für die ersten 30 Grad exc. Anom. und den Betrag der Stöenngen, welche durch Jupiter, Saturn und Uranus vom 30sten Grad

Digitized by Google

exc. Anom. bis zu dem Augenblick hervorgebracht sind, von welchem an meine Rechnung sich durchaus auf die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems bezieht. Die Zeilen 3) und 4) geben die oben mit R, und $r_{,,}$ bezeichneten Reductionen nebst den wenig bedeutenden Gliedern, welche noch aufserdem durch die Wirkung der kleinern Planeten erzeugt werden. Die Zeile 5) endlich enthält den ganzen Betrag der Störungen des Kometen in Beziehung auf seine Bewegung um den Schwerpunct, von dem Zeitpunct, für welchen die Reduction R, gilt, bis zur gröfsten Distanz des Kometen.

Werden die Elemente des Kometen immer auf das mittlere Aequinoctium für den Augenblick ihrer Gültigkeit bezogen, so wird man aus den Elementen für das Perihelium 1682 diejenigen Elemente für das Perihelium 1759 erhalten, welche den berechneten Stürungen entsprechen, wenn man den erstern die Summe der Zeilen (I+II—III) hinzufügt. Dafs die Störungen der Epoche sich zuerst auf den Anfang, dann aber auf das Ende der hier untersuchten Periode beziehen, ist schon vorhin bemerkt worden.

8.

Die im Vorstehenden aufgeführten Resultate meiner Rechnung können zunächst dazu benutzt werden, die Werthe der mittleren täglichen Bewegung des Kometen für 0° und 360° exc. Anom. auszumitteln, welche sich mit dem 1682 und 1759 beobachteten Zeitpunct seiner Sonnennähe vereinigen lassen. Ich finde dieselben

für 0° exc. Anomalie.....45″,810976
und für 360° exc. Anomalie....46,124027

Hieraus und aus den Aenderungen, welche die von mir in Nr. 180 und Nr. 196 der Astr. Nachr. gegebenen Elemente des Kometen erfahren müssen, wenn die grofse Axe, für welche sie berechnet sind, einen andern Werth erhält, ergeben sich die Elemente, welche den Beobachtungen im Jahr 1682 entsprechen

$\mu = 45''810976 \quad e = 0{,}9679294.1 \quad -T = 1682\text{Spt.}14{,}81439$
$i = 162°15'13''45 \quad n = 50°57'58''74 \quad \omega = 109°6'56''98$
bezogen auf das mittl. Aequinoctium des 15ten Sept. 1682. } A.

und die Elemente, welche den Beobachtungen vom Jahr 1759 entsprechen:

$\mu = 46''124027 \quad e = 0{,}9676842.6 \quad -T' = 1759\text{März}12{,}57111$
$i = 162°21'43''88 \quad n = 53°47'59''59 \quad \omega = 110°37'35''96$
bezogen auf das mittl. Aequinoctium des 13ten März 1759. } B.

Beide Systeme von Elementen gelten für den Augenblick des Periheliums. Bezieht man die unter A aufgeführten Elemente auf das mittl. Aequinoctium des 13ten März 1759 und bringt sie durch Hinzufügung der oben angegebenen Störungen auf den Zeitpunct des Periheliums im Jahre 1759, so erhält man

$\mu = 46''124027 \quad e = 0{,}9676935.8 \quad -T = 1759\text{März}12{,}57111$
$i = 162°23'6''81 \quad n = 53°37'6''01 \quad \omega = 110°27'37''09$
bezogen auf das mittl. Aequinoctium des 13ten März 1759.

und die Aenderungen, welche die Elemente den Beobachtungen zufolge von einem Perihelio bis zum andern wirklich erfahren haben, sind hiernach von den Aenderungen, die aus der Berechnung der Störungen hervorgehen, um folgende Quantitäten verschieden:

$\Delta e = -93{,}2 \quad \Delta i = -82''93 \quad \Delta n = +651''58 \quad \Delta\omega = +598''87.$

Die Bedingungsgleichungen, welche ich zur Bestimmung der Elemente des *Halley*schen Kometen aus den Beobachtungen von 1682 und 1759 angewandt und Astr. Nachr. Nr. 182. p. 244 und Nr. 196. p. 68. bekannt gemacht habe, können indessen nunmehr auch dazu benutzt werden, um dasjenige System von Elementen zu finden, welches unter der Voraussetzung, dafs die berechneten Störungen, die wirklich erfolgte Aenderung der Elemente von einem Perihelio bis zum andern richtig bestimmen, sowohl den Beobachtungen von 1682 als den Beobachtungen des Kometen bei seiner letzten Erscheinung so nahe als möglich Genüge thut. Aus der Combination dieser Bedingungsgleichungen, welche mit gehöriger Rücksicht auf die Präcision der Beobachtungen in der angeführten Absicht vorgenommen wurde, finde ich folgende Elemente für den Augenblick des Periheliums im Jahre 1682

$\mu = 45''810976 \quad e = 0{,}9679210.0 \quad -T = 1682\text{Sept.}\,t4{,}81699$
$i = 162°15'17''18 \quad n = 51°11'9''57 \quad \omega = 109°18'54''56$
bezogen auf das mittl. Aequ. des 15ten Sept. 1682.

und folgende Elemente für den Augenblick des Periheliums im Jahre 1759

$\mu = 46''124027 \quad e = 0{,}9676851.7 \quad -T' = 1759\text{März}12{,}57371$
$i = t62°23'10''54 \quad n = 53°50'18''84 \quad \omega = 110°39'34''67$
bezogen auf das mittl. Aequ. des 13ten März 1759.

Der mittlere Fehler einer von *Messier* im Aequator beobachteten Rectascension, welchen die Beobachtungen von 1759 = 32″,23 ergaben, wird durch die Rücksicht auf die Beobachtungen von 1682 auf 36″,27 erhöht und die mittleren Fehler der vorstehenden Elemente ergehen sich daraus

$\Delta e = \pm 15{,}3; \quad \Delta T = \pm 0{,}00196; \quad \Delta i = \pm 16''{,}42;$
$\Delta n = \pm 26{,}70; \quad \Delta\omega = \pm 28''{,}21.$

Zuletzt habe ich noch untersucht, welche Aenderung das Endresultat meiner Arbeit erfahren hätte, wenn ich auf den Widerstand hätte Rücksicht nehmen wollen, den die Bewegung des Kometen möglicher Weise durch eine im Weltraum verbreitete sehr dünne Flüssigkeit erleiden dürfte. Unter Annahme der von *Encke* Astr. Nachr. Nr. 210. p. 332

Digitized by Google

gemachten Voraussetzungen und indem ich die Werthe der Constante $U = \frac{1}{890,852}$ setzte, fand ich mit dem arithmetischen Mittel der für den Anfang und für das Ende der Periode Statt findenden Elemente folgende Aenderungen derselben, welche durch den Widerstand des flüssigen Mittels vom Perihelio bis zum Aphelio bewirkt werden:

$$\Delta n = +0''006398 \quad \Delta e = -29,62 \quad -\Delta T = +0,00356$$
$$\Delta \varpi = -0'',326.$$

Hieraus ergiebt sich die mittlere tägliche Bewegung des Kometen für den Zeitpunct des Periheliums im Jahre 1682 und 1759

$$\text{resp.} = 45'',804578 \text{ und } 46'',130425$$

und die Elemente, welche den Beobachtungen beider Jahre so genau als möglich Genüge leisten, während sie gerade um den Betrag der berechneten Störungen (mit Einschluss der so eben angeführten, welche der Widerstand eines flüssigen Mittels hervorbringt) von einander verschieden sind, werden:

für 0° exc. Anomalie

$\nu = 45''804578 \quad e = 0,9679239.6 \quad -T = 1682 \text{ Sept. } 14,81694$
$i = 162°\,15'\,17''24 \quad n = 51°\,11'\,9''65 \quad \varpi = 109°\,18'\,54''13$

bezogen auf das mittl. Aeq. des 15ten Sept. 1682.

und für 360° exc. Anomalie

$\nu = 46'',130425 \quad e = 0,9676822.0 \quad -T = 1759 \text{ März } 12,57363$
$i = 162°\,23'\,10''59 \quad n = 53°\,50'\,18''91 \quad \varpi = 110°\,39'\,34''25$

bezogen auf das mittl. Aeq. des 13ten März 1759.

Damoiseau und *Pontécoulant* haben ihrer Berechnung der Störungen bis zur nächsten Wiederkehr des Kometen zu seiner Sonnennähe, welche sie resp. auf 1835 Nov. 4,3 und Nov. 7,2 festsetzen, den Werth der mittlern täglichen Bewegung für den Augenblick des Periheliums im Jahre 1759 = 46'',14142 und 46'',13832 zum Grunde gelegt. Wären die von ihnen gefundenen Aenderungen der Elemente während des gegenwärtigen Umlaufs des Kometen vollkommen zuverlässig, so würde also nach meiner genaueren Bestimmung von ν für denselben Zeitpunct seine nächste Sonnennähe ungefähr 5 bis 10 Tage später, zwischen dem 11ten und 16ten November zu erwarten sein. Glücklicherweise fällt in der gegenwärtigen Periode unseres Kometen seine grofse Annäherung gegen den Jupiter, welche nach *Damoiseau* den gegenseitigen Abstand beider Gestirne bis auf $R' = 1,3$ vermindert, in das elfte Zeichen der exc. Anom., so dafs der Zeitpunct des nächsten Periheliums durch die von *Damoiseau* und *Pontécoulant* aufser Acht gelassenen Glieder nicht bedeutend verändert werden kann. Zu einer einigermafsen scharfen Vorausbestimmung der Veränderungen jedoch, welche die Elemente des *Halley*schen Kometen von seinem letzten Perihelio bis zu seiner nächsten Sonnennähe durch die planetarischen Störungen erfahren, scheint mir eine Wiederholung oder vielmehr eine Revision der äufserst schätzbaren Arbeiten dieser Astronomen ganz unerläfslich zu seyn.

Halle, den 14ten Juli 1833.

O. A. Rosenberger.

Schreiben des Herrn Staatsraths *v. Fufs*, Secretair der Kaiserl. Academie der Wissenschaften an den Herausgeber.

Petersburg 1833. Nov. $\frac{1}{13}$.

Als interessante Nachricht für das astronomische Publikum, beeile ich mich Ihnen zu melden,

Dafs Se. Majestät der Kaiser von Rufsland den Bau einer neuen Sternwarte in St. Petersburg und die Ausrüstung derselben mit den vorzüglichsten Instrumenten Allerhöchst zu bestätigen geruhet haben. Die Bestellung der Instrumente soll sofort eingeleitet werden; der Bau der Sternwarte selbst aber, zu dessen Beginn 100,000 Rubel bereits angewiesen sind, wird nach einem durch die Akademiker *Parrot*, *Struve* und *Wisniewsky* entworfenen Plane, im Frühling des nächsten Jahres beginnen. Die Wahl eines passenden Lokales in einer der nächsten Umgebungen der Residenz ist der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften überlassen.

Mein Bruder ist Professor adjunctus für Astronomie bei der hiesigen Universität geworden.

P. H. v. Fufs.

Inhalt.

Ueber die Störungen des Halleyschen Kometen während seines Umlaufs um die Sonne vom 15ten September 1682 bis zum 14ten März 1759 von Herrn Prof. Dr. *Rosenberger* in Halle. p. 157.

Schreiben des Herrn Staatsraths *v. Fufs* Secret. der Kaiserl. Acad. der Wissenschaften an den Herausgeber. p. 179.

Altona 1833. December 17.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 251.

Letter to Professor *Airy* at Cambridge,

by *F. W. Bessel.*

Dear Sir,

I am very glad to see by your kind letter of Aug. the 6th, that you are ready to undertake the solution of what I consider as the principal problem of practical Astronomy of the present time, viz. to construct most concise Catalogues of places of Planets, observed since *Bradley's* time. I do not doubt but this undertaking, duly executed, will grant to you the thanks of present and future Astronomers; in what measure it appears important to me, you may judge yourself, by remembering, that it was this very problem, which gave rise to my Tabulae Regiomontanae. One half of the labour being made by these Tables, I thought proper, to propose publicly the accomplishment of the remaining half; I am particularly obliged to you, for having entered upon my proposal, and I shall readily comply with your desire, to explain my views about this subject. It would be useless, to enter here into the particularities of the computations; but I avail myself of the present opportunity to state my opinion respecting a matter of influence on the reduction of astronomical observations in general.

These Reductions depend upon Elements, the numerical values of which are derived from observations, and accordingly always are liable to some incertainity. Such values have a particular claim to the attention of Astronomers. Every new inquiry, encreasing the weight of the result, issueing from the combination of this and former inquiries, the remaining error probably will diminish continually; but this error, never vanishing entirely, it will (generally speaking) be necessary, to exhibit the result of a computation, depending upon assumed values of certain Elements, in a form open to further corrections. The true values of the Elements being designed by $x, y, z\ldots$, the assumed values by $\alpha, \beta, \gamma\ldots$, the general form of a reduced observation, accordingly, should be:

$$O + a(x-\alpha) + b(y-\beta) + c(z-\gamma) + \ldots$$

where O is the computed result and $a, b, c\ldots$ are Coefficients also computed.

In many cases, results exhibited in this form, will be complicated with a great number of undetermined quantities. The Rightascension of a Planet, for instance, would depend upon twice as many such quantities, as Fundamental-stars have been compared (viz. the corrections of the assumed Rightascension for two Epochs) and upon two more for the Constants of Aberration and Nutation. Such a complication undoubtedly would not be convenient for use, and nothing will remain, but either to diminish the number of undetermined quantities by a supposition, or else to leave to the future the care to compute the Observations a-new.

Taking the utility of the present reduction of the Observations of the Planets; made between *Bradley's* time and ours, for granted, the latter alternative will be rejected; the former requires to suppose equal the corrections of the different Rightascensions, contained in every one of the two Fundamental-catalogues, whereby only one undetermined quantity will be left for each of them. The number of undetermined quantities, entering into the exhibition of the results, accordingly, will be reduced to four. But I am of opinion, that even this diminished complication would be without real advantage.

If indeed general Corrections of the two Fundamental-catalogues for 1755 and 1820 will be indicated by future inquiries, their influence on every result may then be computed exactly as easily as by the present exhibition of Conditions; with respect to the Constants of Aberration and Nutation, their possible errors will scarcely be of any moment, if the Result is presented in the most suitable form. If the observations are made at an Observatory, furnished with large and well established instruments, the Planets will commonly be compared with stars, culminating at every hour of the day, from the morning, till after midnight: the Aberration and Rightascension being negative if a star culminates between 18^h and 6^h, positive, if it culminates between 6^h and 18^h, the Correction of the clock, derived from all the observed stars, will be affected in con-

Digitized by Google

trary directions by an error of the Constant of Aberration; whereby the influence, remaining in the mean of all stars, will be so much diminished, that it will not be of any consequence in a computation, founded already on a supposition, viz. that of the egality of Errors of the different stars in every-one of the Fundamental-catalogues. I am accordingly of opinion, that the correction, which may perhaps be applied, in a future time, to the Constant of Aberration, deserves no notice in the present Reduction: but if thus reduced Observations are to be compared with the Tables, it is yet once neccessary, to know the Constant of Aberration, viz. for reducing the apparent place to the true, or vice versa. Here the influence of an error may not be omitted, because it generally acts in one direction. It accordingly will be proper, to present the mean result of every group of Observations, without subducing from it a supposed value of the Aberration; for the sake of convenience two Logarithms may be exhibited, which, being added to the Log. of the Constant of Aberration, will give the required corrections for Longitude and Latitude.

The Influence of the Constant of Nutation on the Rightascension, viz:

$$-15'',39537 \sin \Omega + [6'',68299 \sin\alpha \sin\Omega - 8'',97707 \cos\alpha \cos\Omega] \tan g\delta$$

is composed of two parts, the first of which is common to all the heavenly objects; the second, depending upon the place of the star or planet, vanishes in the Aequator, and is of small amount, if the object is near the Aequator. The future correction of this part may be omitted for reasons, similar to those aledged for the omission of the correction of Aberration. The first part will be nearly without influence, if the Longitude, resulting from every group of Observations, is reckoned, not from the apparent, but from the mean aequinoctial-point.

The reduction of an observed Declination supposes as known, not only the Constants of Aberration and Nutation, but also the quantity of Refraction, which, though it is undoubtedly an Element of considerable difficulty, appears nevertheless to be settled at present with an approximation sufficient for the reduction of Observations made between *Bradley's* time and ours. Two Tables, one scarcely different from the other, have been the result of two highly complete sets of observations, made expressly for the purpose; one about the middle of the last century, the other 70 years later; one with a Mural-quadrant, the other with a Meridian-circle; both affording every desirable controul; both founded on a theory, which leaves no doubt respecting the laws of the phaenomenon and of the influence of barometrical and thermometrical variations. It is not likely, that the remaining error should be so great, as to be really prejudicious to the reduction of the aforesaid Observations. Should it nevertheless appear desirable, to represent a Result as not depending upon a certain Table of Refractions, it ought not to be overlooked, that two undetermined quantities have an equal claim to our attention, viz. the Constant for the Normal-temperature, for which the Table has been constructed, and the expansion of the air produced by by heat. The absolute higth of the mercurial column of the Barometer may also be considered as dubious within the limits of nearly the same extent.

You know, dear Sir, that I have derived from *Bradley's* Observations all the Elements, necessary for their reduction, and that every-one of these Elements is in such a connexion with the other, that it would be wrong to vary one of them without varying the other, even in case the first variation should be a decided correction. The same being the case with my own Observations, both series, in my opinion, would be prejudiced by the application of Refractions different from mine. Dr. *Maskelyne's* Observations require too, to be reduced by the same Table; not only because they are made at the same place and with the same instrument as *Bradley's*, but especially because this Table has been applied by Mr. *Olufsen*, by whose elaborate inquiry into the errors of the Greenwich Quadrant, the observations have regained what they lost by the wearing out of the Instrument. — With respect to the introduction of Conditions relative to the Constants of Aberration and Nutation, in the Reduction of Declinations, I only remark, that both will entirely disappear out of the final results, exhibited in the form recommended above.

You will perceive, dear Sir, by what I have said, that, were I to superintend the business, I would prefer to exhibit the Results, without complicating them by the introduction of a single undetermined quantity. But permit me, to add a few words about the method, by which a continually increasing approximation to the true values of the Elements of Reduction will be obtained. Some of these Elements have been the subject of repeated inquiries, every-one of which has afforded a new determination, somewhat different from others extant. Proceeding in this manner, and rightly combining the results of earlier inquiries with those of a later date, we shall undoubtedly arrive, in some future time, at every desirable degree of approximation. This combination of different results must always be preceded by an impartial and cautious discussion of the

Digitized by Google

weight of each of them; which discussion, accordingly, should be considered as an essential part of the inquiry. The want, or rather the insufficiency of it, may probably have effected, that the result of a later inquiry has sometimes been looked upon as excluding that of earlier ones, while the same, rightly combined, only would have produced a slight variation. — In the present state of our knowledge of the Elements of Reduction, their yet admissible errors are so narrowly limited, that further corrections can only be expected from long continued observations, made expressly for the purpose. The nearer the approximation is, the more difficult will be a further correction, and the less probable will be the supposition, that the Result of every new inquiry will approximate yet more to the truth; — continual oscillations within the limits of unavoidable imperfections, are, in the contrary, agreeing with the very nature of Results derived from observations. On the other hand convenience and uniformity of the astronomical calculations are lost by continual changes, while no real advantage indemnifies for this loss. — My opinion of this matter is accordingly, that, as soon as an Element is known with an approximation, sufficient for the Reduction of Observations then extant, its value should be considered as fixed for practical use, as long as either the observations will have acquired a degree of accuracy, high enough to represent as desirable a further Correction of the Element, or as subsequent inquiries will have increased so much the weight of its determination, that a correction appears indubitable.

I shall now proceed to the second part of the business. A group of observations having been reduced, it is required, to deduce from the same one mean place of the observed Planet. This will be done by the help of the Tables of the Planet and of the Sun: an Ephemeris for every day, within the limits of the time, filled by the observations, being computed by these Tables, the apparent Rightascensions and Declinations, contained in the same, compared to the observed place of the Planet, will give the error of the Tables, deduced from every single observation. The mean of all, considered as the error of the Tables for the mean Epoch, and applied with a contrary sign to the place computed for the nearest day, will give the required mean place, representing the whole group of Observations. The Tables, by the help of which this mean place has been obtained, disappearing entirely out of the ultimate result, the choice of these Tables is quite arbitrary; previous corrections of one or the other of their Elements will neither be necessary nor convenient. — The observed mean place of the Planet may be reduced to geocentric Longitude and Latitude, and the former related to the mean aequinoctial-point, by the subtraction of the Nutation, taken always from the same Table, which constantly has been employed in the whole computation.

In this manner the business will be brought to its genuine end. By the exhibition of the mean result of every group of observations, these will be reduced to their concisest form, which, afterwards, will completely replace the Observations themselves, and afford easy and sure means, continually to correct our knowledge of the motions of the Planets.

Some trouble will be spared to those, who will undertake this correction by the exhibition of the heliocentric places of the Planet and of the Earth, corresponding exactly to the geocentric place of the former, computed for the time, to which every group of Observations has been reduced. In case of an Opposition of a superior Planet, the addition of one step more will also be convenient, viz. the exhibition of the time and place of the Opposition, together with the dependency of both upon the assumed place of the Earth.

I have nothing more to add, respecting the arduous task you are ready to undertake. Believe me

dear Sir

Königsberg Novb. the 9th 1833

yours

F. W. Bessel.

Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Enke* an den Herausgeber über die Wiederkehr des *Pons*'schen Cometen im Jahr 1832.

Schon vor acht Monaten wäre ich durch Ihre gütige Unterstützung im Stande gewesen, die Unterschiede der vorausberechneten Bahn von den Beobachtungen des Herrn *Mossotti* in Buenos Ayres anzugeben. Da aber gerade nach Beendigung dieser Reduction, die Nachricht von einer noch vollständigeren Beobachtung des Cometen am Vorgebirge der guten Hoffnung von Herrn *Henderson* einlief, so verschob ich die Bekanntmachung bis zu dem Zeitpunkte, wo ich die letzteren Beobachtungen damit verbinden konnte. Vor vierzehn Tagen erhielt ich eine Abschrift der von Herrn

Digitized by Google

Henderson beobachteten Oerter, durch die Güte des Herrn *Stratford*, und erlaube mir deshalb jetzt die Zusammenstellung vollständig zu geben.

In Bezug auf die Sterne, mit welchen Herr *Mossotti* den Cometen verglich, konnte an dem ersten Tage 1832 Jun. 2 (Astr. Nachr. Nr. 232) keine Ungewifsheit statt finden. Die vorläufige Ephemeride zeigte, dafs der Fehler der Vorausberechnung nur sehr klein seyn konnte, und damit fand sich der Stern, derselbe den auch Herr *Mossotti* vermuthet:

		AR, 1832.	Decl. 1832.
H. C. pag. 245	3h 46′ 11″,5	57° 7′ 48″,7	−11° 20′ 54″,6
Bessel Zone 271	48 9,70	57,4	52,6

Sie hatten die Güte ihn auf mein Ersuchen ebenfalls zu bestimmen, woraus ich finde:

57° 7′ 56″,5 — 11° 20′ 55″,0

Diese letztere Bestimmung angenommen, ist der scheinbare Ort lür Jun. 2. 1832:

57° 7′ 41″,7 — 11° 20′ 59″,8

Schwieriger war die Bestimmung des Sterns, den Herr *Mossotti* am Jun. 6 verglichen. Herr *Mossotti* giebt ihn an als 8r Gr., während doch beim Nachsuchen, sowohl hier mit einem schwächeren Fernrohre, als auch bei Ihnen in Altona mit Ihrem grofsen Meridiankreise, sich an dem zu vermuthenden Orte nur ein schwächerer fand. Wenn auch die dunstige Atmosphäre im November 1832 etwas zu der nicht übereinstimmenden Lichtstärke beitrug, so blieb doch noch später der Zweifel, dafs die Sterne *a*, *b*, *c*, durch welche Herr *Mossotti* den Vergleichungsstern näher bestimmt hatte, sich nicht in der beobachteten Stellung finden wollten, und schon schien man berechtigt einen Irrthum von einer Zeitminute in Herrn *Mossottis* Zahlenangaben annehmen zu dürfen (worauf die eigenen Zweifel über die Richtigkeit derselben bei Herrn *Mossotti* führten) als wiederholte Durchsuchungen auf der Altonaer Sternwarte die *Mossotti*schen Sterne in zwei sehr schwachen 11r Gr. auffinden liefsen. Die Stellung der Sterne wird zufolge der Altonaer Beobachtungen jetzt seyn

		AR. 1833.	Decl. 1833.	
a	11ter	3h 24′ 14″,4	−19° 3′ 24″	} Kreismi-
b	11ter	25 31,1	−18 58 55	} krometer.
Vergl.-Stern	8ter	28 40,49	−19 6 17,1	} Meridianbe-
c	8ter	32 0,25	−19 32 44,0	} obachtung.

Sie bemerken sehr richtig, dafs dieser Fall zeigt, wie vorsichtig man in der Annahme von corrigirenden Hypothesen seyn mufs; denn wenngleich jetzt über den Vergleichungsstern kein Zweifel obwalten kann, (auch Herr *Henderson* hat ihn benutzt (Astr. Nachr. Nr. 243) und nahe denselben Ort gefunden) so war es doch damals, als die Beobachtungen von Buenos Ayres allein bekannt waren, von gröfserem Interesse, nicht blofs den Stern selbst zu bestimmen, sondern auch aus den Neben-Beobachtungen die Sorgfalt des Herrn *Mossotti* erkennen zu können. Es ist jetzt Alles so in Ordnung, Dank sey es Ihrer Güte, dafs man den Eifer des Herrn *Mossotti* bei seinen kärglichen Hülfsmitteln, und in der grofsen Kürze der Zeit, in welcher er sich Alles schaffen mufste, nicht genug bewundern kann. Das glückliche Zusammentreffen, dafs Herr Dr. *Olbers* nach seiner stets wachsamen Aufmerksamkeit auf Alles was zur Beförderung der Astronomie beitragen kann, nach Buenos Ayres die Ephemeride hinsandte, und Herr *Mossotti* keinen Augenblick verlor sie zu benutzen, hat uns so mit einer höchst schätzbaren Ortsbestimmung versehen. Den scheinbaren Ort des Vergleichungssternes für Jun. 6 habe ich angenommen

52° 9′ 12″,9 — 19° 6′ 31″3.

Das *Vals*'sche Mikrometer, dessen sich Herr *Mossotti* bediente, ist der Form nach ein grofses römisches N, und hat einige Aehnlichkeit mit dem von Herrn Dr. *Olbers* Monatl. Corr. XXIV. 446 vorgeschlagenen. Die beiden parallelen Fäden werden senkrecht auf die tägliche Bewegung gestellt, so dafs sie Stnndenkreise vorstellen. Die Antritte an ihnen geben die ARUnterschiede, die Antritte an dem schrägliegenden Faden geben, wenn der Winkel, den er mit den parallelen macht, bekannt ist, die Declinations-Unterschiede. Zur Bestimmung dieses letzteren Winkels bei dem Instrumente des Herrn *Mossotti* fehlen die Data. Zur Bestimmung der richtigen Stellung der parallelen Fäden, scheint es, dafs Herr *Mossotti* nach der Vorschrift des Herrn *Vals* die Angabe benutzt haben will, dafs der Winkelabstand der parallelen Faden 31′ 44″ und 35′ 14″ betrug. Allein diese Art der Prüfnng möchte in praktischer Hinsicht nicht ausreichen. Denn wenn auch ein Stern längere Zeit gebraucht als die Zahl von Secunden, welche man aus der Multiplication dieser Constanten mit der *sec δ* erhält, so erhält man den kleinen Abweichungswinkel immer nur durch seinen Cosinus aus den Beobachtungan, nnd beobachtet in gewissem Sinne eine Gröfse zweiter Ordnung, nm dadurch eine Gröfse erster Ordnung zu bestimmen, wodurch die Fehler der Beobachtung sehr vergröfsert werden. Glücklicherweise können bei den Beobachtungen von Buenos Ayres die Ungewifsheiten über diese Constanteu der Reduction keinen allzu erheblichen Einfluls haben, weil beidemale der Comet und der Vergleichungsstern ziemlich nahe auf einam Parallele waren. Ich habe die Reduction so gemacht, dafs ich das Mittel der An-

Digitized by Google

trifte an den beiden Parallelenfäden nahm, also einen imaginairen Faden, der von beiden wirklich construirten gleichweit absteht, annahm, die Stellung desselben als genau betrachtete, und den Winkel des schiefen Fadens mit dem imaginairen gleich 30° setzte, wie Herr *Valz* es zur leichteren geometrischen Construction des Netzes vorschreibt. Dafs diese Annahmen nicht sehr sich von der Wahrheit entfernen zeigten die Beobachtungen der Sterne *a b c*.

Auch so bleibt übrigens noch am Jun. 2 eine Ungewifsheit, ob das Netz in der Form eines N gestanden, oder vielleicht in der andern Form $\mathcal{N}$. Der Declinationsunterschied allein kann es nicht entscheiden, da er nur 51″ beträgt. Nimmt man die Stellung nach der ersten Form an, die Herr *Valz* vorschreibt, und die auch am Jun. 6 stattgefunden (wie die Nebensterne beweisen), so weicht der beobachtete Ort mehr ab von den andern Bestimmungen, als wenn man die zweite Lage gelten läfst. In Ermangelung anderer leitender Umstände habe ich es aber doch bei der ersten Lage bewenden lassen.

Die Correctionen der Aberration, Parallaxe, Reduction auf den mittleren Ort der Elemente von Mai 4 sind

Zeit der Beob.	AR.	Decl.
— 2′ 47″	— 15,9″	— 9,7″
— 2 31	— 19,1	— 9,7

womit der beobachtete Ort erhalten wird

Mittl. Paris. Zeit.	AR.	Decl.
Jun. 1. 21h 31′ 40″	56° 39′ 36,3″	— 11° 22′ 0,7″
5. 21 35 38	52 19 44,6	— 19 11 46,6.

Herr *Mossotti* mufs übrigens auch noch später den Cometen beobachtet haben. Denn in einem Briefe von Herrn *Bonpland* an Herrn *Alexander v. Humboldt*, erwähnt dieser, dafs er in einem südamerikanischen Journale vom 9 Jun. 1832 gelesen habe, Herr *Mossotti* habe den Cometen beobachtet

	Bürg Zt. von Buenos Ayres.	AR.	Decl.
	h ′	° ′	° ′
Jun. 7.	5 30	51 7	21 23

Dieses ist unbezweifelt richtig abgeschrieben, denn die vorläufige Ephemeride giebt für die correspondirende Pariser Zeit:

	h ′	° ′	° ′
Jun. 6.	21 30	51 6,5	— 21 21,0

Die Beobachtungen vom Vorgebirge der guten Hoffnung sind in genauer Abschrift die folgenden:

(Received from Mr. *Henderson*.)

Apparent geocentric positions of Encke's Comet deduced from Observations made at the Observatory Cape of Good Hope 1832.

Nr.	Date.	Mean Time at Cape of GoodHope.	Right Ascension	DeclinationSouth.	Corr. of Ephem. A. N. Nr. 210 AR.	Decl.
		h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	′
1	Jun. 2	17 18 31		12 46 57		— 1,0
2		17 22 6	3 43 35,0		— 1,4	
3	3	17 4 55	3 39 31,1	14 38 46	— 1,3	+ 1,5
4	4	17 23 41	3 35 4,2	16 39 19	— 3,4	+ 2,1
5	5	17 23 52	3 30 27,5	18 44 28	— 2,1	+ 0,5
6	8	16 47 29		25 16 40		+ 0,2
7		16 53 32	3 14 46,0		— 1,2	
8	23	17 45 4	0 20 38,7	69 12 11	+24,7	— 0,4
9	26	17 33 36	23 16 44,6	62 16 4	+22,6	+ 2,6
10	27	16 29 21	22 54 14,0		+10,2	
11		17 5 24	22 53 49,2		+19,2	
12		17 16 11		62 55 34		— 4,2
13	28	16 3 56	22 32 41,8		+17,4	

The positions Nr. 10 and 13, are deduced from the Observations of the Comet's egrefs from the field of view of the transit Telescope. The remaining positions, from observations made with a circular Micrometer, applied to a 46 inch achromatic Telescope of *Dollond*, aperture 3¼ inches, magnifying power about 30.

The observation on which the position Nr. 10 depends was made by a different observer from him who determined the rest.

During the latter period of the Comet's appearance in particular, (subsequent to June 22nd) it was extremely faint and difficult to observe.

The Cape Observatory is in 33° 56′ 3″ of south latitude, and 1h 13′ 56″ of east longitude from Greenwich.

In Bezug auf die beigeschriebenen Fehler der Ephemeride, in der geraden Aufsteigung Zeitsecunden, in der Abweichung Bogenminuten, mufs man bemerken, dafs diese Unterschiede so wie sie angegeben sind, noch nicht auf den gröfsten Kreis reducirt sind. In der letzten Periode, von Jun. 23 an, ist aber die südliche Declination des Cometen 60°, deren Cosinus gleich ½ ist. Man wird also bei der geraden Aufsteigung die Hälfte von den angegebenen Zahlen nehmen müssen, so dafs der Fehler im Maximum nicht über 3′ geht.

Die vorläufige Ephemeride gründete sich auf Elemente bei welchen die Störungen bis Anfang 1832 fortgeführt waren. Später wurden sie ganz vollendet, und das wahre Elementensystem, nebst einer daraus berechneten Ephemeride für die Zeit vor dem Perihele, findet sich in den Astron. Nachr. N. 220. Eine Fortsetzung der Ephemeride nach diesen wahren Elementen für die Zeit nach dem Perihel, welche ich nach Paris und London geschickt hatte, scheint nicht zur Kenntnifs des Herrn *Henderson* gekommen zu seyn. Ich lasse jetzt hier die Vergleichung aller Beobachtungen mit

Digitized by Google

den wahren Elementen folgen. Zuvor müssen indessen an die Cap-Beobachtungen folgende Correctionen angebracht werden, welche die oben bemerkten Verbesserungen wegen Aberration, Parallaxe, Reduction auf die Zeit des Perihels, und die dafür geltenden Elemente in sich begreifen.

Verbesserungen der Cap-Beobachtungen.

	Zeit der Beob.	AR.	Decl.
	′ ″	″	″
Jun. 2	— 2 44	— 17,5	— 10,0
–	— 2 44	— 17,5	— 9,9
3	— 2 39	— 19,0	— 10,6
Jun. 4	— 2 34	— 20,1	— 10,4
5	— 2 31	— 21,2	— 10,0
8	— 2 21	— 25,6	— 10,4
–	— 2 21	— 25,5	— 10,1
23	— 2 13	+ 3,5	+ 15,5
26	— 2 20	+ 19,5	+ 15,6
27	— 2 23	+ 13,5	+ 15,5
—	— 2 23	+ 22,1	+ 15,2
—	— 2 23	+ 24,6	+ 15,1
28	— 2 27	+ 14,3	+ 15,2

Vergleichung der Cometenbeobachtungen mit den wahren Elementen 1832 *Mai* 4,0 (Astr. Nachr. Nr. 220.)

Beobachtungsort.	1832. Mittl. Paris. Zeit.	Beobachtete AR.	Beobachtete Decl.	Berechnete AR.	Berechnete Decl.	Rechnung — Beobachtung. $\Delta\alpha\cos\delta$	Rechnung — Beobachtung. $\Delta\delta$
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″
Buenos Ayres	Jun. 1 21 31 40	56 39 36,3	— 11 22 0,7	56 37 20,5	— 11 20 24,8	— 2 13,1	+ 1 35,9
Vorg. d. g. H.	2 16 11 13	.....	— 12 47 7,0	.....	— 12 47 7,3	.....	— 0,3
———	– 16 14 48	55 53 27,5	.....	55 51 26,5	.....	— 1 58,0	.....
———	3 15 57 42	54 52 27,5	— 14 38 56,6	54 50 19,8	— 14 41 9,6	— 2 3,5	— 2 13,0
———	4 16 16 33	53 45 42,9	— 16 39 29,4	53 43 57,3	— 16 41 57,9	— 1 41,1	— 2 28,5
———	5 16 16 47	52 36 31,3	— 18 44 38,0	52 34 20,6	— 18 45 25,8	— 2 3,8	— 47,8
Buenos Ayres	– 21 36 48	52 19 44,6	— 19 11 46,6	52 18 19,9	— 19 13 20,5	— 1 20,0	— 1 33,9
Vorgeb. d. g. H.	8 15 40 34	.....	— 25 16 50,4	.....	— 25 16 52,3	.....	— 1,9
———	– 15 46 37	48 41 4,5	.....	48 38 32,4	.....	— 2 17,5	.....
———	23 16 38 17	5 9 44,0	— 59 11 55,5	5 2 26,3	— 59 10 2,8	— 3 44,3	+ 1 52,7
———	26 16 26 42	348 56 28,5	— 62 15 48,4	348 55 37,3	— 62 15 59,4	— 23,8	— 11,0
———	27 15 22 24	343 33 43,5	.....	343 34 15,2	.....	+ 14,5	.....
———	— 15 58 27	343 27 40,1	.....	343 25 51,0	.....	— 49,9	.....
———	— 16 9 14	.....	— 62 55 18,9	.....	— 62 47 54,8	.....	+ 7 24,1
———	28 14 56 55	338 10 41,3	.....	338 6 59,1	.....	— 1 40,6	.....

Mit Ausnahme der letzten Declination, bei welcher wohl entschieden eine nachtheilige Einwirkung bei der Beobachtung anzunehmen ist, ist besonders wenn man die von beiden Beobachtern bemerkte grofse Lichtschwäche des Cometen berücksichtigt, der Gang der Unterschiede so befriedigend, als sich von der Sorgfalt der Herren Beobachter nur irgend hoffen liefs. In der geraden Aufsteigung habe ich als Mittleren Fehler für Jun. 5,9 — 2′0″ angenommen. Dieses ist sehr nahe das Mittel aus allen Beobachtungen bis Jun. 8. Für die letzte Periode von Jun. 23 läfst sich der Bemerkung des Herrn Beobachters zufolge keine solche Sicherheit erwarten. Im Ganzen aber scheinen die geraden Aufsteigungen anzudeuten, dafs der Fehler bis zuletzt sich gleich oder nahe gleich geblieben ist. Für die Declinationen wird man wie bei allen Kreismikrometerbeobachtungen ungewisser seyn. Im Mittel aus den Cap-Beobachtungen habe ich — 1′0″ angenommen, und glaube damit mich so viel genähert zu haben, als die Umstände erlauben. Der neue Normalort wird hiernach

1832 Jun. 5. $21^h\ 36'$ Par. Zeit
$52^\circ\ 20'\ 26''{,}5 \quad -19^\circ\ 12'\ 21''{,}9$ Mittl. Aeq. Mai 4,0

Mehrere Normalörter zu bilden glaubte ich der Zeitdauer der ersten Periode nach nicht angemessen.

Die Fehler — 2′ und — 1′ sind an sich schon beträchtlich kleiner als bei den früheren Vorausberechnungen. Ihr Gewicht wird indessen noch vermindert, theils dadurch, dafs bei einer dem Quadrate der Zeit proportionalen Correction, wie sie bei diesem Cometen angebracht ist, der Schlufs von einer dreyfachen Periode 1819—1829, auf eine vierfache 1819—1832, fast den doppelten Fehler gestattet, theils dadurch dafs der Einfluss einer Aenderung der Zeit des Perihels, bei dieser Wiedererscheinung gröfser war wie je früher. Der Coefficient derselben ist, selbst verglichen mit der letzten Beobachtung 1828, gröfser im Verhältnifs von 5 : 7. Beide Fehler würden zugleich vernichtet worden seyn, wenn die Zeit des Perihels um 0,0083 Tag später angenommen wäre, eine Gröfse, die sich für jetzt noch nicht mit Sicherheit verbürgen liefs.

Verbindet man diesen neuen Normalort mit den früheren von 1819 an, so werden die Correctionen aller Elemente unbedeutend. Es wird nämlich

$$\begin{aligned} \Delta M &= -0''61 \\ \Delta\mu &= +0{,}00337 \\ \Delta\varphi &= -1''9 \\ \Delta\pi &= -2{,}2 \\ \Delta\Omega &= -21{,}9 \\ \Delta i &= -2{,}5 \end{aligned}$$

Digitized by Google

deren relative Gröfse unter einander sich, wie sich erwarten liefs, nach den in der letzten Zusammenstellung (Astr. Nachr. Nr. 211) angegebenen Gewichten der einzelnen richtet. Die störende Widerstandskraft U wird dabei vermindert um den $\frac{1}{12}$ Theil, so dafs jetzt

$$U = \frac{1}{912,625}$$

eine Verminderung, die zwar über das ihr früher beigelegte Gewicht hinaus geht, immer indessen die Grenze nicht überschreitet, welche bei der Ungewifsheit der Jupitersmassen anzunehmen erlaubt ist.

Es bezieht sich nämlich dieses U auf die Jupitersmasse von *Nicolai*. In der Zwischenzeit ist aber durch Herrn *Airy's* vortreffliche Beobachtungen über die Elongation des vierten Jupiterstrabanten, die angenommene Vergröfserung der Jupitersmasse nicht nur bestätigt worden, sondern es ist selbst wahrscheinlich gemacht, dafs die Vergröfserung von $\frac{1}{10}$ nicht einmal hinreichend sey. Die direct aus Herrn *Airy's* Untersuchungen folgende Masse, würde eine Vermehrung von $\frac{1}{17}$, noch die Hälfte fast mehr wie *Nicolai* annimmt, bedingen, und sie hat in den Vesta-Störungen eine wenn auch schwache Bestätigung. So lange nun aber bei dem Cometen die Periode von 1819—1822 nicht ausgeschlossen werden kann, und die bisherige kurze Reihe der Wiedererscheinungen erlaubt es nicht füglich, so lange wird auch eine gröfsere Jupitersmasse eine Verminderung von U bedingen, so dafs abgesehen von den andern Unvollkommenheiten der Hypothesen des widerstehenden Mittels, erst entweder eine längere Reihe von Umläufen die Gröfse von U unabhängig von der Jupitersmasse geben wird, oder eine definitive Bestimmung der Jupitersmasse auch eine genauere Kenntnifs der Widerstandskraft erlauben.

Obgleich nun eine noch stärkere Vergröfserung der Jupitersmasse durch Herrn *Airy* sehr wahrscheinlich gemacht ist, und die früheren *Trieseckers*chen Heliometermessungen, von Herrn Dr. *Olbers* in den neuesten Ephemeriden von *Harding* auf ihr wahres Resultat zurückgeführt, damit völlig übereinstimmen (ein beachtungswerthes Beispiel was ältere Beobachtungen vorurtheilsfrei reducirt für Werth haben können), so habe ich doch für jetzt noch die Einführung dieser neueren Bestimmung verschieben zu können geglaubt. Höchst wahrscheinlich wird der Comet im Jahre 1835 nirgends auf der Erde gesehen werden können. Sein Perihel wird in die letzte Hälfte des Augusts so fallen, dafs er ganz in den Sonnenstrahlen uns verborgen bleibt. Eine vorläufige Berechnung werde ich darüber noch anstellen und das Resultat bekannt machen. Dagegen wird er 1838 im November oder December sehr schön sichtbar werden. Bis dahin läfst sich aber wohl hoffen, dafs das für unser ganzes Sonnensystem so wichtige Element der Jupitersmasse in engere Grenzen der Unsicherheit eingeschlossen ist, sey es durch die gröfseren Telescope, oder durch eine wiederholte Bearbeitung der Saturnstörungen. Mit der Einführung der neuen Jupitersmasse wird sich dann auch vielleicht eine Aenderung in der Form der Hypothese verbinden lassen, wenn gleich sich übersehen läfst, dafs der Einflufs einer solchen geänderten Form kaum merklich seyn dürfte. Jedenfalls möchte ich glauben, dafs die bisherigen Wahrnehmungen vollkommen hinreichen, um bis auf wenige Minuten für 1838 den Ort anzugeben.

Die neuesten Elemente werden somit die folgenden:

1819 Jan. 27,25. Mittl. Paris. Zeit.

$M = 359°59'45''80$
$\mu = 1076,92409$
$\varphi = 58°\ 3'\ 37''9$
$\pi = 156\ 59\ 44,2$
$\Omega = 334\ 32\ 57,6$ } Mittl. Aeq. 1819
$i = 13\ 36\ 55,9$

$2\mu = \frac{1}{1053,924}$ $U = \frac{1}{912,625}$

Dafs sie die sämmtlichen früheren Beobachtungen fast eben so gut darstellen, zeigt das folgende Tableau:

	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$		$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
1819	+ 35″8	+ 32,4	1825	+22″0	—15,8
	+ 11,4	+ 14,1		+17,6	—19,5
	— 15,5	— 8,4	1828	— 9,5	+ 5,3
1822	+ 42,9	+ 17,7		+ 2,5	+ 2,4
	— 11,0	— 6,9		+13,3	— 6,4
	+ 9,5	— 9,8		+15,0	— 1,4
1825	— 13,8	+ 11,6		+10,1	— 1,9
	— 7,3	+ 3,1		+ 6,8	— 1,5
	+ 4,6	— 3,9	1832	— 6,3	— 7,3
	+ 7,1	— 11,7			

Nun erlaube ich mir in Bezug auf den *Biela*'schen Cometen, an eine Vergleichung zu erinnern, die sich geradezu zwischen den Elementen vor seiner Wiederkehr, und nachher machen läfst. Die ersten, die Elemente vor seiner Wiederkehr hatte Herr Dr. *Olbers* in den Ephemeriden von *Harding* für 1832 p. 97, aus der Verbindung der *Damoiseau*schen Störungen mit der *Clausen*schen Ellipse von 1826 als die wahrscheinlichsten Elemente bekannt gemacht, um auf die Wiedererscheinung vorzubereiten. Die andern nach der Wiederkehr 1832 hat *Nicolai* (Astr. Nachr. Nr. 235) aus seinen eigenen Beobachtungen im Jahre 1832 ohne weitere Voraussetzung als die derselben grofsen Axe wie bei Herrn Dr. *Olbers* Elementen berechnet:

Elemente vor der Wiederkehr.		Elemente nach der Wiederkehr.
T	1832 Nov. 26,9632 Paris.	1832 Nov. 26,06883
π	109°52′47″	109°52′55″
Ω	248 11 18	248 13 33
i	13 13 40	13 10 25
φ	48 43 58	48 42 35
a	3,53683.	3,53683.

Digitized by Google

Beide Systeme stimmen in allen andern Theilen so nahe überein, dafs man deutlich sieht, die stärkere Abweichung des beobachteten Ortes von dar vorausberechneten Ephemeride bei dem *Biela*'schen Cometen, könne nur hauptsächlich von der um $0^h,9$ tag. verschiedenen Durchgangszeit herrühren. Da diese aber der Beobachtung nach früher fällt, so mufs bei dem *Biela*'schen Cometen eine ganz ähnliche Einwirkung statt gefunden haben wie bei dem von *Pons*.

Encke.

Schreiben des Herrn Professors *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber.

Venezia li 19 Settembre 1833.

Io sono quì in Venezia per una commissione di Governo, e vi rimarrò fino al giorno 5 del prossimo Ottobre, dopo di che ritornerò a Padova alle mie ordinarie funzioni. L'osservatorio di Padova ha ottenuto a mia Instanza dalla Munificenza di S. M. il nostro Augustissimo Sovrano un' Circolo Meridiano simile a quello degli Osservatorii di Milano, e di Vienna, il quale è già in costruzione presso l'Instituto Politennico di Vienna, e sarà (per quanto mi asserisce il Sr. Cons. *Prächtl*) terminato entro un' anno. Questa Benigna disposiaione di S. M. mi ha ricolmato di gioja, perchè con esso viene di gran lunga a perfezionarsi la suppellettile di questo antico osservatorio, e potrò intraprendere qualcha aerie di osservazioni, se alla Providenaa Divina piacerà accordarmi vita, a salute.

Ripresi nella trascorsa estate il calcolo delle perturbazioni sofferte nell' ultima rivoluzione dalla Cometa di *Biela* per l'azione di Giove, di Saturno, e della terra ad oggetto di scuoprire la origine della differenza nel passaggio al perielio fra i risultati da me ottenuti lo scorso anno, e quelli del Sr. *Damoiseau*. Trovai in fatti, che aveva commesso un'errore nel calcolo di un coefficiente costante, corretto il quale tutto si accorda plausibilmente. Converrà tuttavia ritornarsi sopra per potare con maggiore precisione fissare la correaione, che potrebbe dipendere dalla resistenza dell' etere; imperciocchè nel calcolo delle coordinate di Giova ho tenuto conto soltanto della equaaione del centro, e della grande equazione, ma terminate tutte le operazioni, mi sono accorto che anche le equazioni più forti trascurate possono nel 1831 esercitare una qualche influenza. Riservandomi a comunicarle in seguito il risultato di questa correzione, ho stimato opportuno di inviarle il quadro delle ottenute perturbazioni, giacche la nominata correaione non può che riuscire molto piccola. Per calcolare le coordinate della Cometa ho adottato l'asse maggiore corrispondente alla rivoluzione di 2455,1762 determinata dal Sign. *Damoiseau* per il 1826 dietro la discussione delle perturbazioni sofferte fra il 1805, ad il 1826; ed affinchè la distanza perielia data dalle osservazioni del 1826 non venisse alterata, ho fatto subire la corrispondente variaziona all'eccentricità. Ho così ottenuto

$\log a = 0.5516562$; $\Phi = 48°17'57''2$; moto diurno $= 527''8642$.

In rapporto alla massa di Giove, sono stato perplesso sulla quantità da adottarsi. Accordando molta fiducia alla nuova determinazione del Sigr. *Airy*, che si accorda col risultato dei Sigr. *Encke*, e *Nicolai* per rappresentare i movimenti dei nuovi Pianeti, ho stimato bene riunire in un piccolo prospetto i valori delle perturbazioni tanto assumendo la massa di *Laplace* $\frac{1}{1067,09}$ come quella di *Airy* $= \frac{1}{1049}$. In tal guisa ho ottenuto i seguenti valori per l'aaione riunita di Giove, di Saturno, e della terra

	Massa di Giove $\frac{1}{1067,09}$	$\frac{1}{1049}$
	"	"
$\int dp$ =	+1327,004	= +1348,577
$\int dq$ =	+2719,697	= +2763,789
$\int d\Phi$ =	+1454,329	= +1478,424
$\int d\varpi$ =	+ 606,607	= + 615,981
$\int dn$ =	+ 5,536072	= + 5,625134
$\int dt \int dn$ =	+4047,017	
$\int dg$ =	+1245,109	
$\int dZ = \int dg + \int dt \int dn$ =	+5292,126	= +5380,642
Variaz. della rivoluz. sider. =	$-10^s,0255$	= $-10^s,1932$

Variazioni degli elementi dell' orbita rapporto al piano mobila dell' ecclittica.

δi = variaz. dell'inclinazione =	− 21'30"7	= − 22' 7"8
δw = var. della longit. del Nodo =	−3°13 21,3	= −3°16 34,3
$\delta \varpi$ = var. della long. del Periel. =	+ 10 12,9	= + 10 16,1
$\delta \Phi$ = var. dell'ang. di Eccentr. =	+ 24 14,3	= + 24 38,4

Per formare da questi numeri gli elementi per il 1832, riferirò qui quelli nel 1826 dedotti dalle osservazioni tanto secondo i miei risultati, quanto secondo quelli del Sig. *Gambard*.

Passaggio al Perielio, ridutta al Meridiano di Parigi dal principio dell' anno a meazodi medio.....	*Santini.* 77^s,42398	*Gambard.* 77^s,4688
Longitudo del Perielio $= \varpi$.....	= 109°46' 7"8	109°51'32"
del Nodo $= w$.....	= 251 28 23,3	251 26 9
declinazione $= i$.....	= 13 33 55,9	13 33 15
Ang. di eccentr. superiorm. stabilito	= 48 17 57,2	
moto diurno siderale medio.....	= 527"8642.	

Applicando a questi elementi le superiori correaioni, si ottengono per il 1832 i seguenti elementi, accanto ai quali ho scritto quelli da me direttamente dedotti dalle osservazioni, e riferiti nell' opuscolo, che li ho annunziato, affinchè a colpo d'occhio se nè possano più facilmente scorgere le differenze.

Elementi ellittici della Cometa *Biela* per il 1832.

	Massa di Giova $\frac{1}{1046}$		$\frac{1}{1049}$		Dedotti dalle osservazioni del 1832.
	Santini.	*Gambard.*	*Santini.*	*Gambard.*	
Passagg. al Perielio	331^s,5747	331,6191	331,4070	331,4518	331,1267
Longit. del Perielio	109°56' 20"7	110 1' 44"9	109°56' 23"9	110° 1' 48"1	110° 0' 55"1
del Nodo	248 15 2,0	248 12 47,7	248 11 49,0	248 9 34,7	248 15 36,1
Inclinazione	13 12 25,2	13 11 44,3	13 11 48,1	13 11 7,2	13 13 0,9
Ang. di eccentricità	48 42 11,5	.....	48 42 35,6	.....	48 43 3,78
Moto diurno siderale medio per il 1832	n = 533"4004		..... 533"4894		
	$\log a$ = 0,5486355		$\log a$ = 0,5485879.		

G. Santini.

Altona 1833. Decamber 24.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 252.

Schreiben des Herrn *Bianchi* an den Herausgeber. (Beschluſs.)

Cattajo 1833. Agosto 11.

Jo cominciai le mie notazioni sopra Saturno la notte 4 Marzo, e avendole continuate al meridiano successivamente, ho veduto poco a poco l'anello assottigliarsi fino a comparir pressocchè una retta matematica. Due Satelliti di Saturno, visibili nel campo del cannocchiale sempre da me illuminato, mi porsero l'oggetto di confronto per giudicar dell' ultima finezza e tenuità di lume dell' anello. Per esempio la sera 19 Aprile seguiva l'anello e ad esso vicinissimo un Satellite, che stimai di 9ª grandezza e uguale all' anello in forza di luce. La sera 20 detto il Satellite di 9ª precedeva da presso e più brillante dell' anello, mentre altro Satellite seguiva più da lungi e di luce ancora più debole. Nella sera del 21. stimai l'anello in luce pari a stella di 10ª in 11ª grandezza, e nella sera de' 22 esso mi sembrò uguagliare il più debole dei due Satelliti. Sa sera del 23 io lo vidi ancora, e mi comparve ben distinta l'ombra sul disco del pianeta. In seguito l'osservazion meridiana mi fu tolta dalle nubi; ma il Dr. *Bernardi* al telescopio continuò le osservazioni e ha notato „La sera del 26 Aprile alle ore 10½ circa di t. v. „io stava osservando l'anello che solo a tratti e con qualche „difficoltà poteva scorgere. Le circostanze dell' atmosfera „non erano troppo favorevoli. Dopo le 11 ore non mi fu „più possibile di osservare alcun indizio di esso anello; „quindi io assegnerei la disparizione verso le 10½ di quella „sera.“ Nella sera del 27 Aprile neppur io al cannocchial meridiano riuscii a veder traccia benchè minima delle anse; onde restò definita per noi la disparizione.

Per la riapparizione il passaggio meridiano di Saturno succedendo sempre più presto nel crepuscolo della sera io fui costretto ad abbandonarlo, e feci uso perciò anch' io del telescopio con un ingrandimento di 279, assai opportuno all' uopo. Dal 21 Maggio in avanti non ho lasciato passar sera di bel tempo senza guardar col detto mezzo il pianeta e avvertirne ogni minuta apparenza, procurando pure che l'osservazion fosse fatta in grande altezza e appena la scemata luce del crepuscolo permetteva la distinta vision dell' oggetto. Qualche volta ho anche ripetuto l'osservazione in ora più tarda, ma convincendomi ogni volta l'esperienza che quanto guadagnava in oscurità di campo altrettanto e forse più perdeva nella nettezza e distinzion dell' immagine per la minor elevazione. Fino alla sera dell' 11 Giugno non mi riuscì di veder nulla dell' anello, e neppur di formarne congettura o suspetto il più lieve. Jo vedeva sulamente i due Satelliti del pianeta cangiar di posizione, e l'ombra dell' anello projettata sul disco dapprincipio assai larga, simile ad una sbarra, un pò ricurva e concava verso il polo sud, assottigliarsi e insiem raddrizzarsi di mano in mano. La sera 11 detto alle ore 8½ notai: Saturno a lungo e attentamente mirato è senz' anello; l'ombra è ben distinta, più diritta e sottile: alle ore 9 aggiunsi: nulla dell' anello assolutamente; ombra distintissima e tre satelliti visibili, uno all' oriente e due all' occidente di Saturno, se uno di essi per avventura non sia una stella; e alle ore 10 di nuovo: Saturno senz' anello, coll' ombra ben distinta e meno curva. Forse il punto luminoso all' oriente e assai vicino a Saturno, veduto a 9 ore, era l'identico avvertito dal Sig. *Schwabe* nella riapparizion precedente? Jo non oso affermarlo. Trattanto la sera del 14 scrissi la nota „Saturno con certezza non direbbesi aver l'anello; pure mi è sembrato di traveder talvolta un filu e scintillamento di luce dalla parte orientale vera del disco; ma potrebb' essere immaginazione. Di tratto in tratto si vede un satellite dalla parte occidentale; l'umbra dell' anello è confusa: nell' atmosfera evvi un velo umidu-nebbioso.“ La sera del 15. a ore 8½ „Di nuovo ho creduto di scorgere l'anello a un finissimo tratto di luce; ma non ne ho certezza: nuvole sparse che a quando a quando ricopron il pianeta: due Satelliti visibili a intervalli.“ E finalmente la sera del 16. a ore 8½ „l'anello distinto con sicurezza, però più sottile dell' ombra, di cui esso pare il prolungamento e direbbesi oscuro. Le anse mi sembran uguali e congiunte al pianeta, nè veggo punte lucide: un satellite occidentale visibile a intervalli“ Continuando ancora le osservazioni ho veduto la sera del 19 a 9ʰ „l'anello sempre di profilo, diminuita l'ombra, l'ansa orientale vera con punte lucide: col favore di atmosfera limpida“ la sera del 22 a 9ʰ „Anello con ansa orientale vera brillantata di punte e terminata in un satellite, l'ombra ben visibile“ e la sera del 24 a 9ʰ „l'anello più distinto ed ingrossato, l'ansa orientale

vera con ineguaglianze e scintillazioni di luce." Dopo di che feci partenza colla mia R. Corte per questa villeggiatura. Dal canto suo il Dr. *Bernardi* osservò egli pure quella discontinuità di luce e specie di scabrezza dell' anello nelle prime sere della sua riapparizione, la qual cosa non eragli accaduto di scorgere durante la disparizione. Su questo fenomeno io lo aveva prevenuto, e così fummo anche' d'accordo nell' osservarlo. A Padova il ch. Prof. *Santini*, cui debbo i miei primi passi nella scienza, mi disse ch' egli non erasi proposta l'osservazion dei fenomeni in discorso; ma che la sera 18 Giugno scorso avendo per curiosità rivolto a Saturno un eccellente cannocchiale di *Fraunhofer* vide l'anello e ne rilevò le interruzioni a punte luminose del braccio orientale da lui rassomigliato ad una fila di piccole perle. È singolare che tali punte o perle siensi vedute solamente nell' ansa orientale, il che pur s'accorda coll' altra curiosa osservazione fatta del Sign. *Schwabe* e riferita nel Nr. 239 delle A. N. Per quanto io mi sappia *Messier* è stato il primo (nella Memoria sopracitata) ad osservar le descritte singolari apparenze cui fece veder anche ad altri; ed egli pure giudicò l'ansa orientale più visibile dell' occidentale e trapunta di lucide parti simili ad altrettante stellette. Quindi richiamate da lui le varie ipotesi di *Maraldi*, di *Giacomo Cassini*, di *Maupertuis*, di *Buffon* intorno alla natura e costituzion dell' anello di Saturno, egli fermavasi e sembrava inclinar a quella dell' ultimo, che nell' anello considera un volume anomalo, una terra irregolare; e opportunamente soggiungeva che le osservate punte luminose delle anse potrebbero essere le sommità montuose di qual suolo ineguale; mentre se tali esse fossero a noi si mostrerebbero appunto quando l'anello è prossimo alla sua posizion di profilo rispetto al nostr' occhio.

Intanto, giacchè l'argomento di questa lettera è sull' anello di Saturno, Ella mi permetta che io tocchi e reclami un picciol vanto all' Italia, che sembra spettarle di giustizia e che nondimeno è dimenticato comunemente. Senza togliere all' *Ugenio* una minima parte di merito nella scoperta dell' anello di Saturno e nella vera dottrina delle sue apparenze, parmi che al *Galileo* pure debba concedersene una special gloria. Eccone in appoggio un passo tratto dalle opere dell' Italiano (Nella terza lettera su le macchie solari a *Marco Velsero*). „So non che dire cosa risoluta in caso così strano, „inopinato e nuovo (per una disparizion allor avvenuta dell' „anello); la brevità del tempo, l'accidente senza esempio, la „debolezza dell' ingegno e il timore dell' errare mi rendono „grandemente confuso. Ma siami per una volta permesso „di usare un poco di temerità, la quale mi dovrà tanto „più benignamente esser perdonata, quanto io la confesso „per tale e mi protesto che non intendo di registrar quello, „che son per predire, fra le proposizioni dipendenti da „principii certi e da conclusioni sicure, ma solo da alcune „mie verisimili conjetture, le quali allora farò palesi, quando „mi bisogneranno, o per mostrare la scusabile probabilità „dell' opinione alla quale per ora inclino, o per istabilire „la certezza dell' assunta conclusione, qual volta il mio „pensiero incontri la verità. Le proposizioni son queste. „Le due minori stelle Saturnie, le quali di presente stanno „celate, forse si scopriranno un poco per due mesi, intorno „al solstizio estivo dell' anno prossimo futuro 1613, e poi „si asconderanno, restando celate sin verso il brumal sol„stizio dell' anno 1614, circa il qual tempo potrebbe acca„dere che di nuovo per qualche mese facessero di se alcune „mostra, tornando poi di nuovo ad ascondersi sin presso „all' altra seguente bruma; al qual tempo credo bene con „maggior risolutezza, che torneranno a comparire, nè più „si asconderanno; se non che nel seguente sostizio estivo, „che sarà dell' anno 1615, accenneranno alquanto di volersi „occultare, ma non però credo che si asconderanno intera„mente; ma ben tornando poco a poco a palesarsi, le vedremo „distintamente e più che mai lucide e grandi; *e quasi „risolutamente ardirei di dire che le vedremo per molti „anni senza interrompimento veruno.*" In questo linguaggio, degno di gran filosofo, fra il dubbio e la verosimiglianza, fra la circospezione e la temerità, fra la congettura e la franchezza di una predizione così particolarizzata, e segnatamente nell' ultime espressioni da me sotti-lineate chi non sente che, o *Galileo* aveva riconosciuto la forma dell' anello senza osar di accertarsene e meno di pubblicarla, ma tirandone le conseguenze delle occultazioni e riapparizioni periodiche quali debbon accadere, o coll' acuta penetrazion del suo ingegno aveva indovinati la della forma e i fenomeni che dai moti di Saturno e della terra ne conseguitano? È noto che parecchie scritture di quel grand' uomo sono andate smarrite; e quindi, come la teorica e le tavole dei Satelliti di Giove da lui con lungo studio elaborate, così potrebb' essere fra le carte perdute qualche spiegazion ulteriore circa le apparenze di Saturno. Per tal modo il *Galileo* che incontrastabilmente divide coll' *Ugenio* la gloria dell' invenzione del pendolo, può seco dividere anche l'altra di aver conosciuto la forma dell' anello di Saturno e stabilita la teorica de' suoi fenomeni. Queste cose amo io di riflettere, poichè nè *Lalande*, nè *Bailly*, nè il *Delambre*, nè gl'illustratori più recenti di *Galileo*, come il *Venturi*, hannogli resa giustizia nello scuoprimento dell' anello, ciascun d'essi attribuendone la gloria solo ed esclusivamente all' *Ugenio*, e niuno avendo ricordato il passo rimarchevole che poc' anzi le ho riferito. Per altro il *Delambre* nell' accordar all' *Huyghens* tutta la lode e il merito della scoperta

Digitized by Google

dell' onello ha insiem riflettuto che „*dans le fait, toutes „les decouvertes que nous admirons le plus justement ont „toujours été plus ou moins préparées par des recherches „et des observations précédentes*“ (Histoire de l'Astr. mod. T. II. p. 565.). Ma le particolar lode in ciò dovuta anche al *Galileo* e le ragion di attribuirgliela non erano sfuggite al dottissimo e diligentissimo Storico dell' Italiana Letteratura, il Cav. Ab. *Tiraboschi*, scrivendo egli (T. VIII. p. 137. dell' ediz. di Modena in 4°.) „*Galileo* fu il primo inoltre a os„servar due stelle intorno a Saturno, e vedutele poi dile„guarsi, ordì di pronosticare il loro ritorno; e vide la sua „predizione avverata, e aprì in tal modo la strada a cono„scere l'anulo di quel pianeta e a scoprirne le variazioni.“ E di ciò basti.

G. Bianchi.

Anzeigen von Büchern.

1.

Théorie du mouvement de la Lune par *Plana*, astronome royal et directeur de l'observatoire. Turin 1832. 3 Theile. in 4to. (Milano bei *L. Dumoulard und Sohn.*) 150 Francs.

Die französische Academie hatte auf *Laplace's* Antrag, bekanntlich einen Preis auf die vollständige, und rein theoretische Bestimmung des Mondlaufes gesetzt, d.h. auf eine solche Bestimmung, bei der nichts als Kenntnifs der Elemente der elliptischen Bewegung zu einer bestimmten Periode vorausgesetzt wird. Zwei Preisschriften wurden 1820 gekrönt, die eine von *Damoiseau*, die andere von *Plana* und *Carlini*. Diese letztere ist noch nicht bekannt gemacht, aber *Plana* entwickelt in dem vorstehenden Werke die früher von ihm und *Carlini* gebrauchten Methoden.

2.

Mémoire sur le mouvement de la lune autour de la Terre; par M. *Poisson*. Lu à l'Académie, le 17 Juin 1833.

Besonderer Abdruck aus den Memoiren der Pariser Academie. Herr *Poisson* erklärt in der Einleitung zu seiner Abhandlung, dafs es eine Vereinfachung der rein theoretischen Auflösungen der Herren *Damoiseau* und *Plana* beabsichtige.

„Presentee cette solution sous un nouveau point de vue, „qui la rende plus simple et plus facile, est, en effect, le but „que je me suis proposé dans ce Mémoire. J'adopte d'abord „l'idée des deux géomètres italiens, d'exprimer les coefficients „des inégalités lunaires, en fonctions explicites des données de „la question, qui pourront rester indéterminées dans la solution „analytique. Mais je propose d'exprimer directement les trois „coordonnées de la lune, c'est à dire, sa longitude vraie, sa „latitude, et son rayon vecteur, en fonctions du Temps, „comme on le fait à l'égard des planètes, et comme M. *Lub„bock* a déjà entrepris de l'effectuer pour le sien dans les der„niers volumes des Transactions philosophiques et dans un „écrit particulier. Je propose en outre de remplacer les équa„tions différentielles relatives à ces trois coordonnées, par celles „d'où dépendent les six éléments elliptiques devenus variables, „ou, autrement dit, d'employer dans le problème du mouve„ment de la lune, la méthode de la *variation des constantes „arbitraires*, dont j'ai précédemment montré l'usage dans la „question du mouvement de la terre autour de son centre de „gravité, et que l'on peut regarder, à juste titre, comme le „plus généreale et la plus féconde que les géomètres aient ima„ginée. J'explique dans mon Mémoire, les avantages de ce „double changement dans les méthodes ordinaires; après quoi „j'examine successivement tous les points principaux du mouve„ment de la lune; et je montre, par des exemples choisis, comment „on pourra appliquer à ce mouvement les formules connues de „la variation des constantes arbitraires. A cette occasion j'ai „été conduit à m'occuper de nouveau du théorème sur l'invaria„bilité des grands axes et des moyens mouvements, que j'ai „démontré, il y a vingt-cinq ans, en ayant égard aux carrés, „et aux produits des forces perturbatrices. J'espère que les géo„mètres ne verront pas sans intérêt les développements que j'ai „ajoutés à cette importante proposition, et l'application spéciale „que j'en ai faite au mouvement de la lune. Il était intéressant „de savoir si ce théorème est une proposition rigoureuse, ou „s'il a lieu seulement dans les premières approximations, or je „suis parvenu à faire voir qu'au delà d'un certain terme, l'ex„pression du grand axe renferme des inégalités séculaires, mais „que ces inégalités n'acquièrent jamais de petits diviseurs, et, „conséquemment, n'augmentent pas par l'intégration, comme „celles des autres éléments elliptiques.“

Herr *Poisson* zeigt ferner, dafs keine Gleichung von langer Periode, wie sie durch *Flamsteads*, *Bradleys* und *Maskelynes* Beobachtungen angedeutet zu werden scheint, in Mondstafeln vorkommen darf, die allein auf Theorie gegründet sind. Bey einer Gleichung von 179 Jahren, die *Burkhardt* in seinen Tafeln eingeführt, und deren Coefficienten er aus Beobachtungen = 12″,5 bestimmt hat, findet Herr *Poisson* diesen Coefficienten durch die Theorie nicht einmal = 0″,001.

Endlich berührt Herr *Poisson* die bekannten verschiedenen Bestimmungen der Jupiters-Masse, und erwähnt der Elongations-Beobachtungen des Herrn *Airy*, durch welche *Newtons* Bestimmung mit der aus den Störungen der kleinen Planeten, und des *Enke*schen Cometen folgenden nahe vereinigt wird. Wir haben in dieser Hinsicht bald eine noch schärfere Bestimmung von *Bessel* zu erwarten, der mit seinem vortrefflichen Heliometer eine bedeutende Menge Elongationsbeobachtungen gemacht hat. *Bessels* Pendelbeobachtungen, die Sonnenparallaxe aus den Mondsstörungen abgeleitet, die beobachteten Werthe der Ebbe und Fluth des Meeres und der Atmosphäre führen Herrn *Poisson* zu dem Schlusse,

Digitized by Google

— que le pouvoir attractif qui émane de la terre, du soleil, de la lune, est certainement la même sur l'eau, sur l'air, et sur les corps solides de la matière la plus variée.

Er dehnt diesen Schluſs, durch Induction, auf die gegenseitige Einwirkung der Planeten aus, was auch die unbekannten Stoffe seyn mögen, aus denen sie zusammengesetzt sind.

3.

Supplement to Dr. *Bradleys* Miscellaneous Works: with an account of *Harriot's* astronomical papers. Oxford at the University Press 1833. 4to (70 Seiten und 5 Facsimiles in Steindrücken).

Dies ist ein Supplement zu dem wichtigen Werke,

Miscellaneous Works and correspondence of the Rev. *James Bradley*. Oxford at the University Press 1832.

auf das ich bald zurückkommen werde. Dr. *Rigaud*, der Herausgeber beider Werke, hatte p. 522 der Miscellaneous works erklärt, daſs man sich nicht auf die durch Herrn *v. Zach* verbreitete Nachricht über die *Harriot*schen Papiere verlassen dürfe. Er glaubte, vorzüglich da Herr *v. Zach* seitdem gestorben ist und sich nicht mehr selbst vertheidigen kann, einen strengeren Beweis seiner Behauptung den Astronomen schuldig zu seyn, und zeigt jetzt durch detaillirte Nachrichten über die von Herrn *v. Zach* 1794 nach Oxford gesandten Papiere, daſs diese Papiere keine Materialien für eine neue Ausgabe von *Harriots* Werken lieferten, was, wie man sich erinnern muſs, die ursprüngliche und eigentliche Absicht bei der Uebersendung war; und daſs, wenn man mit dieser unvollkommenen Auswahl eine neue Ausgabe hätte unternehmen wollen, viel würklich interessantes, was nicht mitgetheilt war, nothwendigerweise übergangen wäre.

Herr Dr. *Rigaud* hat bei dieser Gelegenheit ohne es zu wissen einen Wunsch des Herrn Dr. *Olbers* erfüllt. Dieser grofse Astronom schrieb mir, als er mir *Bradleys* Miscell. works übersendte, folgende Anmerkung zu derselben 522sten Seite, die Herrn *Rigauds* Supplement veranlaſst hat.

zu p. 522 von *Bradleys* Miscellaneous Works.

„Ich hätte doch gewünscht, daſs Hr. *R.* das Papier, welches *Harriots* erste Beobachtung der Sonnenflecken enthält, wenn auch nicht in einem Facsimile mitgetheilt, doch mit diplomatischer Genauigkeit abschreiben, und abgeschrieben hätte. Es scheint wirklich, daſs *Harriot* einige Ansprüche darauf hat, die Sonnenflecken nicht blos vor sich, sondern auch vielleicht zuerst entdeckt zu haben. Mit Gewiſsheit läſst sich dies nicht beurtheilen, da *Joh. Fabricius* des eigentliche Datum seiner Entdeckung nicht angiebt, und bey ihm und *Galilei* die Zeit derselben, die wenigstens nicht weit über den 8. Dec. 1610 hinaus gehen kann, nur aus etwas ungewissen Angaben gefolgert werden muſs.

Enthehrlicher ist *Harriots* Papier über seine erste Beobachtung der Jupiters-Trabanten. Wir wissen nun aus *Robertsons* authentischer Nachricht (*Schumacher's* Ast. Nachr. 1 Bd. p. 203 sq.) daſs *Harriot* diese Trabanten zuerst am 17. Octbr. 1610 sahe, wo er längst von *Galilei's* Entdeckung unterrichtet seyn muſste. Wenn man von seiner Jan. 16. St. V. 1610 datirten Beobachtung das Gegentheil hat schlieſsen wollen, so bedachte man nicht, daſs die Engländer im gemeinen Leben das neue Jahr erst mit dem 25sten März anfingen, und also dieser 16te Jan. St. V. 1610 nach gewöhnlicher Art zu rechnen der 16te Jan. 1611 St. V. ist.

Bey dieser Gelegenheit bemerke ich noch, daſs *Peiresc* in den beyden 1622 an *Camden* geschriebenen Briefen die Entdeckung der Fernröhre gar nicht bezweifelt. Wie konnte er auch? da wir aus *Gassendis* Lebensbeschreibung ganz unverlässig wissen, daſs er schon 1610 Fernröhre in Menge besaſs und gebrauchte, und noch ein Jahr vor diesen Briefen 1621 ein in Paris verfertigtes Fernrohr zum Geschenk nach Italien geschickt hatte. *Peiresc* kann nur nicht glauben, daſs *Drebbel* solche Fernröhre verfertigt habe, oder verfertigen könne, mit denen man eine Schrift in einer mehr als eine Meile grofsen Entfernung lesen könne. Und diesen seinen Unglauben wird doch wohl jeder Sachverständige sehr gegründet finden, wenn man nemlich Meilen und Buchstaben von gewöhnlicher Gröfse versteht. *Kepler* (Ephem. novae 1617, p. 17) sagt bey Gelegenheit des noch mehr übertriebenen, was *Adrian Metius* von den Fernröhren seines Bruders erzählt, oder fürs Künftige hofft: „Quod *Metius* inventor Telescopii pollicetur instrumentum, quo literas ex intervallo trium milliarium legere possis, id pulchrum anus, impossibile factu puto. Non vidit homo, aut non percepit demonstrationes a me proditas — — Lego temen et ipse literas ex intervallo trium milierium, sed inscriptas Horologii circuli, padales et cubitales existentes; nec, nisi Diis faventibus, Junone et Phoebo."

Das Facsimile von *Harriots* erster Beobachtung der Sonnenflecken war nämlich auf der 3ten Staindrucktafel gegeben, und die zweite Tafel enthält ein Facsimile seiner ersten Beobachtung der Jupiterstrabanten, am 17ten October 1610. — Am 16ten Januar 1610 hat *Harriot* wie Herr *Rigaud* in der Note G ausführlich zeigt, gar keine Beobachtung der Trabanten gemacht, aber wohl *Galileis* Beobachtungen um diese Zeit, in eine Tafel gebracht, wodurch Herrn *v. Zachs* Irrthum wahrscheinlich veranlaſst ward.

Die Geschichte der *Harriot*schen Papiere erzählt Herr *Rigaud* folgendermaafsen. Herr *v. Zach* fand sie 1784 bei dem Lord *Egremont*, und machte seinen Fund sogleich öffentlich bekannt, wobei er seine Absicht erklärte eine neue Ausgabe von *Harriots* Werken zu geben. 1786 wandte er sich an die Universität in Oxford, und bat sie den Druck zu übernehmen. Das ward augenblicklich bewilligt. Im April desselben Jahres wandte er sich an den Vorsteher der Presse, und detaillirte seinen Plan. Der erste Theil sollte ein von ihm geschriebenes Leben *Harriots* und die Originalbeobachtungen der Cometen von 1607, u. 1618 enthalten. Bei dem Empfange dieser Specification, ward sogleich ein Befehl gegeben, daſs der Druck anfangen solle sobald der Herausgeber fertig seyn würde; es ist aber nicht bekannt, daſs Herr *v. Zach* irgend einen Schritt weiter in dieser Sache gethan hätte. 1793 lieſs er die Beobachtungen der Cometen von 1607 und 1618 in den Supplementen zu *Bode's*

Digitized by Google

Jahrbüchern abdrucken. 1794 sandte er ohngefähr ⅛ aller *Harriot*schen Papiere nach Oxford ohne etwas von seiner versprochenen Arbeit beizufügen.

Die Vorsteher der Presse in Oxford hatten also jetzt nicht mehr mit einem Herausgeber zu thun, dem sie Beistand bei der Herausgabe seines Werks versprochen hatten, sondern was sie mit den Papieren vornehmen wollten, ging ganz auf ihre eigene Verantwortlichkeit. Sie wandten sich also, um ein Urtheil über die ihnen gesandten Papiere zu erhalten, an Dr. *Robertson*, der nach genommener Durchsicht von der Bekanntmachung abrieth, worauf die erhaltenen Papiere 1799 dem Lord *Egremont* zurückgesandt wurden, und noch jetzt auf seinem Landsitze Petworth sind. Der bei weitem gröfsere Theil der *Harriot*schen Papiere (⅞ des Ganzen) ist nie nach Oxford gekommen, und blieb bis 1810 in Lord *Egremonts* Hause in London. 1810 schenkte Lord *Egremont* diesen Theil dem brittischen Museum. Diese Papiere hat Herr *Rigaud* bei Besuchen in London nicht so genau durchsehen können, wie die früher nach Oxford gesendten, welche Lord *Egremont* ihm wiederum mitgetheilt hat, indessen hat er doch in den Papieren im brittischen Museum einige wichtige Documente gefunden.

Herr *Rigaud* berichtet darauf im Detail über *Harriots* astronomische Papiere, die sich auf 5 Gegenstände beziehen:

I) auf *Halley's* Cometen.
II) auf den Mond.
III) auf die Jupiterstrabanten.
IV) auf die Sonnenflecken.
V) auf den Cometen von 1618.

Wegen I) und V) verweiset er gröfstentheils auf *Bradley's* Misc. Works. In Bezug auf II) bemerkt er, dafs eine Mondsbeobachtung vom Jahre 1609 vorkommt. Die Zeichnungen sind sehr roh. *Harriot* hat sich auch damit beschäftigt die Augenblicke der Diehotomie zu bestimmen. Es sind zwei Karten des Vollmonds dabei

III) Vierzehn halbe Bogen pro patria enthalten die von ihm beobachteten Configurationen der Trabanten. Man erhält durch dies Facsimile der ersten Beobachtung einen deutlichen Begriff von diesen Papieren. Es kommt bei diesen Beobachtungen ein merkwürdiger Brief von Sir *William Lower* an *Harriot* aus den Papieren im Brittischen Museum vor.

IV) Es finden sich auf 73 halben Bogen pro patria 200 Beobachtungen von Sonnenflecken, von denen Herr *Rigaud* auf zwei Tafeln Facsimiles giebt.

Ueber Solstizien, Aequinoctien, Länge des Jahrs kommen viele Berechnungen vor, denen Data zum Grunde liegen, die sich in den Schriften früherer Astronomen finden, aber Herr *Rigaud* hat keine einzige *Harriot*sche Beobachtung finden können, die damit in Verbindung stände

Ueber Refraction ist nichts in den Petworthschen Papieren. Weder in diesen noch in den im Brittischen Museum verwahrten hat Herr *Rigaud* eine Spur finden können, dafs *Harriot* die Abweichung der Magnetnadel beobachtet habe.

Herr *Rigaud* kommt dann auf die Replik des Herrn *v. Zach* gegen Dr. *Robertson*, und zeigt dabei, dafs das Fragment des Briefes den Herr *v. Zach* dem Grafen von Northumberland zuschreibt, das Fragment eines Briefes ist den Herr *Rigaud* ganz in Händen hat, und der von Sir *Will. Lower* an *Harriot* geschrieben ist. Herr *v. Zachs* Fragment bricht bei den Worten ab:

> his (*Kepler's*) elliptical iter planetarum for me thinkes it shewes a wey to the solving of the unknown walkes of comets. For as his ellipsis in the Earths motion is more o circle. —

Herr *Rigauds* vollständiger Brief geht weiter, —

> — & in mers is more longe & in some of the other planets mey be longer againe so in thos Commets that eppeare fixed the ellipsis may be neere a right line.

Sir *William Lowers* Name verdient allerdings der Vergessenheit entrissen zu werden.

Der übrige Theil des Werks hie zu Ende enthält Herrn *Rigauds* Widerlegung der *Zach*schen Replik. Er erwähnt darin noch der 16 halben Bogen über Algebra, welche Herr *v. Zach* ausgesucht hatte. Von dem einen ist ein Fac-Simile auf Tafel V gegeben. Er enthält die Auflösung biquadratischer Gleichungen, und zeigt, dafs *Harriot* negative Wurzeln gebraucht hat. Unter den Wurzeln kommen $= -7$, $1 + \sqrt{-32}$, $1 - \sqrt{-32}$ vor.

Es scheint dafs Herr *Rigaud* seine Behauptung, dafs der Theil der *Harriot*schen Papiere, welche Herr *v. Zach* nach Oxford sandte sich zu keiner vollständigen Bekanntmachung qualificirte, vollkommen erwiesen hat. Ich darf vielleicht den Wunsch hinzusetzen, dafs ein in London lebender Gelehrter uns einen eben so vortrefflichen Bericht über die sieben Achtel der *Harriot*schen Papiere, welche im Brittischen Museum verwahrt werden, geben möge, als Herr *Rigaud* ihn in diesem Supplement, und in *Bradleys* works, über das eine Achtel gegeben hat, welches nach Oxford kam.

Von *Bradley* selbst kommt verhältnifsmäfsig wenig vor. Es wird von pag. 3 bis 16 Bericht über die Rechnungen erstattet, welche er gemacht hatte, um seine Formel für Refraction zu finden. Herr *Rigaud* fand auf der Greenwicher Sternwarte ein Brouillon von ihm in das er allerhand Notizen zu schreiben pflegte, und in dem er auch rechnete. Das Buch enthält auch die Rechnungen die er für seine Formeln gemacht hatte, und von denen wir durch ein Facsimile auf der ersten Tafel einen deutlichen Begriff erhalten.

Ueber seine Thermometer kommen p. 14 noch einige Notizen vor. Herr *Rigaud* zeigt, dafs er bei Berechnung der Refraction bis gegen Ende 1750 das äufsere Thermometer allein gebraucht hat. Wichtig ist folgende Bemerkung.

When Dr. *Horrowby* published the Greenwich observations, he introduced two separate columns into each page for the quadrant, and inserted in them the heigths of the thermometers within and without. The manner, as will be presently explained, in which the entries were originally made was somewhat

Digitized by Google

different; and to accommodate the text to the alteration, he has varied the arrangement of a notice which occurs in 1750. This in itself would hardly be worth mentioning, if he had not made a little oversight in reading the numbers which it contains. Between the 21 st and 24th of October, *Bradley* has entered the following memorandum in the north quadrant book:

„The thermometer here noted was made by M. *Sisson*.
„Oct. 22 I immersed it in snow, and found the mercury sunk
„only to 33—, or 33, so that it stands near 1° too high.
„That made by *Bewley* sunk exactly at the same time and
„place to 32. Subtract 1° from *Sisson's* to have the true
„number."

This was originally

„.....33—, or 32½, so that it stands near ½° too high;"

but 32 has been evidently altered to 33, and the fraction ½ has been scratched out, although imperfectly. Now *Bradley's* own description is very clear. The mercury sunk a little below 33, and he at first thought that the heights which it indicated might be considered at 0°,75 too great; but he afterwards saw reason to think that the depression below 33 did not amount even to 0°,25; as it seemed not worth while to take so small a difference into account, he was induced to call the reduction an even quantity of 1°. On the other hand,

33 —, or ⌊33½,

as it stands in the pointed text, will infer a doubt to the extent of more than 0°,5, which could hardly have occurred to so careful an observer. Accordingly Mr. *Bessel* very justly concludes, that the thermometer, „temperaturum nivis liquentis in 33°,25 indicavit," whereas the 33° was the very utmost hight for *Bradley's* thermometer out of doors; and there appears to have been neither excess nor deficiency in that which he kept within.

4.

Notices of the elliptic orbits of ξ Bootis, and η Coronae; with a second approximation to the Orbit of γ Virginis, by Sir *J. F. W. Herschel*. London 1833. 4to (9 Seiten) aus dem 6ten Bande der Memoirs of the R. A. S. besonders abgedruckt.

Die von Herrn *Herschel* berechnete Bahn von ξ Bootis zeichnet sich sowohl durch die grofse Excentricität als auch durch den Umstand aus, dafs die Umlaufszeit (117 Jahre) ein fehlendes Zwischenglied zwischen den kurzen Perioden von η Cor. ξ Urs. n.s.w. und den langen von Castor, σ Cor. u. s.w. ausfüllt. Sie ist auch die Bahn, welche von allen bis jetzt berechneten am schiefsten gegen die Gesichtslinie liegt.

Die Messungen von γ Virginis, welche Herr *Herschel* in diesem Jahre (1833) machte, weichen beträchtlich von der Ephemeride im Supplement zum Naut. Alm. 1833 ab, und veranlafste ihn eine Bahnberechnung aus allen jetzt vorhandenen Beobachtungen (mit Ausschlufs der Messungen des Staatsraths *v. Struve*, welche Herr *Herschel* nicht mit den andern Beobachtungen vereinigen konnte) zu unternehmen, mit der die Beobachtungen gut stimmen.

Die Bahn von η Coronae nähert sich mehr der Kreisform, als irgend eine der bisher berechneten. Die Bahn liegt so, dafs wir die grofse Axe unverkürzt sehen.

5.

Fifth Series of Observations with a Twenty-feet Reflector; containing the places, descriptions, and measures of 2007 Double Stars (reduced to the beginning of 1830) of which 1304 have not been previously described. By Sir *J. F. W. Herschel*. London 1833. 4to. (81 Seiten) aus dem 6ten Bande der Memoirs of the R. A. S. besonders abgedruckt.

Die Beobachtungen welche diesem Cataloge zum Grunde liegen sind aus 1830 und 1831. Herr *Herschel* glaubt bei diesem Verzeichnisse welches nicht allein mehr Doppelsterne als irgend eines seiner früheren enthält, sondern auch mehr von solchen Doppelsternen, die sich durch ihre kleine Entfernung (von 1¼" bis ½") oder durch die aufserordentliche Lichtschwäche des einen Sterns auszeichnen, der Frage begegnen zu müssen, ob er sich durch irgend eine optische Täuschung hätte verleiten lassen, und wie es möglich gewesen sey, mit so mäfsigen Vergröfserungen, als die welche er bei diesen Beobachtungen mit seinem 20füfsigen Reflector gebraucht hat (180, 240, 320, sehr selten 480), diese Sterne zu trennen?

Dem ersten Einwurf begegnet er durch die Uebereinstimmung seiner Beobachtungen mit denen des Herrn Staatsraths *v. Struve*, welche ohne vorhergehende Mittheilung und ohne dafs ein Beobachter die Resultate des andern kannte, gemacht, doch in den schwierigsten Fällen eine sehr nahe Uebereinstimmung gegeben haben. Er gesteht dafs der Reflector mitunter doppelte Bilder von einfachen Sternen geben könne, aber theils lassen sich diese doppelten Bilder jedesmal mit Gewifsheit erkennen, theils wäre es, wenn ein nicht geübter Beobachter auch dadurch getäuscht würde, nicht wohl möglich, dafs diese illusorischen Bilder immer dieselbe Winkellage gegen das wahre Bild bei verschiedenen unabhängigen Beobachtern annähmen. Er führt dann die Uebereinstimmung seiner Positionswinkel schwieriger Sterne die noch nicht gegeben waren, und die er deshalb Herrn *v. Struve* mittheilte, mit den in Dorpat beobachteten an, welche in der Antwort gegeben wurden.

Als Gegenstände die einer besonderen Beachtung werth sind, führt Herr *Herschel* unter andern ι Ursae an, bei dem er einen schwachen Begleiter 13r Gröfse (Entfernung etwa 14") entdeckt hat, den weder sein Vater, noch *Struve* gesehen haben. Solche Sterne sind auch α² Caneri, α² Capricorni, β Aquarii, γ Hydrae, κ Gemin u. a. Herr *Herschel* meint, dafs diese kleinen Sterne möglicherweise mit reflectirtem Lichte leuchten könnten, eine Aeufserung die, soviel ich weifs, zum ersten male hier aus dem Munde eines grofsen Astronomen kommend, die Möglichkeit der Fixsterntrabanten meines Vorgängers auf der Mannheimer Sternwarte *Christian Mayer*, einräumt. Mit Recht bemerkt Herr *Herschel* noch bei dieser Gelegenheit, dafs man niemals die Untersuchung eines Gegenstandes aus dem Grunde aufgeben müsse, weil dieser Gegenstand schon oft mit den besten Fernröhren betrachtet sey.

Digitized by Google

In der Verbindung der Doppelsterne mit Nebelflecken findet er einen Umstand von hohem physischen Interesse, und sieht darin einen Schritt weiter, um sich der Kenntnifs der geheimnifsvollen Natur der Nebelflecke zu nähern. Er führt bei dieser Gelegenheit den Doppelstern Nr. 2827 an (AR. $18^h\ 7'$, Polardistanz $109°\ 55'$). Dieser Doppelstern wird von zwei ganz beträchtlichen Sternen der 9ten und 10ten Gröfse gebildet, die nicht weniger als 15″ auseinander sind. Sie stehen sehr nahe in den Brennpuncten des elliptischen Umrisses eines Nebelflecks, der recht hell, und dessen gröfsere Axe ungefähr 50″ ist. Herr *Herschel* führt noch einige Beispiele von ähnlichen Verbindungen der Doppelsterne mit Nebelflecken an, und meint diese Verbindung dürfe nicht blofs dem Zufalle zugeschrieben werden.

Von farbigen Sternen kommen viele in diesem Verzeichnisse vor. Herr *Herschel* macht auf folgende aufmerksam:

		AR.	Poldist.	Entfern.	
		h ′	° ′	″	
(9, 9)	*h* 2244	4 47	20 53	100	beide Sterne sehr roth.
(9, 9. 10)	Σ 1459	10 30	50 44	10	beide Sterne gelb.
(6, 9)	Sh. 190	14 48	110 39	15	einer gelb, einer orange.
(9, 10, 13)	*h* 2772	15 10	44 31	10	beide röthlich

Alle diese gehören zu den verhältnifsmäfsig seltenen Fällen wo nebeneinanderstehende Sterne nach derselben Richtung von *Weifs* abweichen. Die Abweichung ist aber in allen Fällen gegen das rothe Ende des Spectrums, und Herr *Herschel* kann sich aus seiner eigenen, jetzt so sehr erweiterten Erfahrung keines Falles erinnern, wo ein Stern (der nicht in der unmittelbaren Nachbarschaft eines gröfseren rothen, orangefarbenen oder gelben steht) die leichteste Vermuthung erregt hätte, dafs seine Färbung sich zu Grün oder Blau neige. Herrn *Herschel* erscheinen alle Sterne weifs, deren Farbe sich nicht gegen gelb oder roth neigt, — vorausgesetzt dafs keine Lampe oder brennendes Licht in der Nähe sey.

Herr *Herschel* rämmt es ein, dafs in Spiegeltelescopen die Farbe des Metalls, welches als eine Zusammensetzung wobei Kupfer vorkommt, nie ganz weifs ist, den rothen und gelben Strahlen ein kleines Uebergewicht gebe. Aber dieses Uebergewicht ist bei nicht angelaufenen Spiegeln nie so grofs als das Uebergewicht welche den grünen Strahlen in Achromaten durch die Farbe des Crownglases gegeben wird *). Es scheint ihm daswegen sehr wahrscheinlich, dafs wenn ein Doppelstern aus zwei Sternen zusammengesetzt ist, bei denen die entgegengesetzten Enden des Spectrums vorherrschen, der blaue oder grüne Stern nur das Ansehen dieser Farbe, durch den Contrast mit dem röthlichen in seiner Nachbarschaft erhält.

Als Prüfungsobjecte am Himmel um zugleich das Licht und die Präcision eines Fernrohrs unter starken Vergröfserungen auf die Probe zu stellen, schlägt Herr *Herschel* folgende vor, die sich leicht auffinden lassen, ohne dafs dabei eine Verwechselung eintreten könnte:

1) den kleinen Doppelstern *h* 2948 bei β^1 und β^2 Capricorni (AR. $20^h\ 11'$, Polardistanz $105°\ 19'$. Er bildet ein stumpfwinkliches Dreieck mit β^1 und β^2 Capricorni. Position von $\beta^1 = 63°{,}4$, von $\beta^2 = 296°{,}0$. Den einen Stern giebt Herr *Herschel* die 17te dem andern die 18te Gröfse. Entfernung 3″.
2) Den kleinen Doppelstern *h* 3023 bei β Equulei AR. $21^h\ 14'$. Polardistanz $83°\ 54'$. Der eine von den beiden Begleitern ist doppelt, Entfernung 2″. Der eine Stern 14ter, der andere 15ter Gröfse.

Ein Fernrohr welches den Doppelstern bei β Capricorni deutlich als solchen zeigt, fügt Herr *Herschel* hinzu, ist zu den schwierigsten Untersuchungen geeignet, die ein gewöhnlicher Beobachter ihm auferlegen kann, und kein Fernrohr wird die Trabanten des Uranus (wenigstens bei seiner niedrigen Stellung in der Ecliptik) zeigen, welche diese Prüfung nicht besteht.

Herr *Herschel* bemerkt schliefslich dafs die Schätzung der Gröfsen in diesem Catalogo unbestimmter und schwankender als bei den vorigen Verzeichnissen ist, und dafs man, wenn die jetzigen Gröfsen wesentlich von den früheren unterschieden sind, sich an die früheren zu halten habe. Bis zur 10ten Gröfse glaubt Herr *Herschel* jetzt die Sterne ebenso wie früher zu schätzen, aber für kleinere Sterne ist er eine Classe hinauf gekommen. Den Stern, den er früher von 12ter Gröfse schätzte, würde er jetzt von 11ter schätzen.

Vieles was er noch über Spiegeltelescope zu sagen hat, verspart er für eine eigene Abhandlung.

*) In den späteren Fraunhoferschen Fernröhren ist das Crownglas ohne alle grüne Färbung, auch zeichnen sie sich durch die Weifse der Bilder aus.

S.

Wahrnehmungen beim Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturnringes 1833.

Mittl. Brsl. Zeit.	Vergröfserung.	
		April 21. 4füfs. Frauenh., 37 Linien Oeffnung.
8 h	64	Der Ring des Saturn zeigte sich als eine äufserst feine Linie, bey dieser Vergröfserung aber kaum zu bemerken.
	96	Besser und deutlicher.
	144	Am besten, dann
	216	zeigte den Ring nicht mehr scharf ganz begränzt.
		Anm. Bey den drei stärksten Vergröfserungen zeigte sich der Ringschatten ziemlich deutlich.

Mittl. Brsl. Zt.	Vergröfs.	
h .		4½füfs. Fraunhofer, 43 Linien Oeffnung.
8 30		Hier zeigte sich, wie noch bey keiner frühoren Gelegenheit dessen bedeutende Ueberlegenheit über den vorigen kleineren Fraunhofer.
	48	Zeigte schon den Ring mit Präcision.
	72	Schon besser, so wie auch den Ringschatten
	108	Alles noch deutlicher, so wie die 4 etwas helleren Stellen der Ansen, wo die Gesichtslinien von der Erde Tangenten der inneren Ringränder sind.

Digitized by Google

9h 0' 162 zeigte solches alles am deutlichsten; die westliche Anse etwas heller; einen äufserst schmalen hellen Streifen mitten über der Saturnsscheibe als Lichtverstärkung durch den Ring; auch westwärts von letzterem aufser dem sehr deutlichen (VI) *Besselsc*hen Trabanten noch zwei kleine innere. Es waren aber schlechterdings keine auffallend sich auszeichnende Punkte am Ringe zu gewehren, an welchem man eine Rotation desselben, oder des Gegentheil zu bemerken würde hoffen können.

243 wies zwar die kleineren Trabanten, den Ringschatten und besonders die helle Ring-Projection auf der Saturns-Scheibe noch deutlicher (besonders das Ocular, welches eigentlich zum 4füfs. Fraunhofer gehört hat) allein die Ansen weit weniger gut begränzt.

April 22. 4füfsiger Fraunhofer.

12 96 Zwischen Wolkenspalten erblickte man vom Saturnringe nur noch eine sehr schwache Spur.

144 Letzterer erschien etwas deutlicher, aber doch äusserst schmal.

April 23.

Der Himmel blieb völlig bewölkt.

April 24. 4½füfs. Freunh., forthin ausschliefsl.

10 30 162 Dreimal zwischen engen Wolkenspalten blinkte Saturn hervor. Vom Ringe erschien in diesen Momenten nur eine Andeutung, eine ungemein feine Linie ohne ausgezeichnete Puncte, abwechselnd ostwärts und westwärts wie ein scharf begränzter aber ganz feiner Strahl aufschiefsend.

11 Der Himmel hüllte sich wieder in ganz dichte Wolken.

April 25.

12 162 Als plötzlich, fast nicht mehr vermuthet, der Himmel sich wieder aufgehellt hatte, zeigte sich am Saturn noch der Ring auf beiden Seiten als eine sehr feine und haarscharfe Linie, von der Saturnscheibe an in die feinsten Spitzen auslaufend, ohne Unterbrechung, Absätze oder besonders helle Punkte. Wegen des blendenden Lichts der Planetenscheibe, auf welcher auch der Ringschatten sehr deutlich; so wie auch eine schwache Spur des Ringliehtes wahrzunehmen war, zeigten sich die Ansen am deutlichsten gleich beym ersten Blick ins Fernrohr, und zwar bey jeder Wiederholung.

12 15 108 zeigte ebenfalls, fast mit gleicher Deutlichkeit, die beiden Ringspitzen, und, wie bey voriger Vergröfserung, auch ostwärts einen der kleinern Trabanten.

12 25 243 (Ocular vom 4füfs. Freunh.) Die Scheibe erschien mit dem Schatten sehr deutlich, von den Ansen aber war keine Spur zu sehen.

12 30 162 zeigte, wieder aufgesetzt, den Ring mit grofser Präcision, wie vorher, ja fast noch deutlicher. Zuweilen erschien die westliche Anse etwas bemerkbarer. — Wolken.

April 26.

10 30 162 Bei gewaltigem Sturm heiterte sich der Himmel eine halbe Stunde lang völlig auf; der Sturm aber erschütterte das Fernrohr unaufhörlich, so dafs Saturn immer in demselben hin und her zitterte. Nur drei Mal war der Tubus für Augenblicke ruhig; und da zeigte sich denn auch noch eine äufserst schwache Spur von den Ansen des Ringes, der Schatten desselben aber ungemein deutlich.

10 45 162 Die östliche Anse glänzte in etwas metterem Lichte, aber ganz gleichförmig von der Scheibe bis zur Spitze; bey der westlichen Anse hingegen waren die äufsersten zwei Drittel etwas glänzender als das innere Drittel, welches wahrscheinlich wegen des Gegensatzes, fast gar nicht wahrgenommen werden konnte. Alles leider nur Wahrnehmungen des Augenblicks.

11h Dichtes Gewölk hinderte hierauf jede weitere genauere Untersuchung.

April 27.

10 30 } 162 } zeigten bey völlig aufgeheitertem Himmel, aber in
11 15 } 243 } der Nachbarschaft des Mondes, durchaus nicht
108 } die kleinste Spur vom Ringe mehr, wohl aber sehr deutlich den Ringschatten, und westwärts vom *Besselsc*hen Trabanten noch einen der kleineren.

May 5.

10 45 162 Unter dem Ringschatten erschien auf der Saturnsscheibe auch der Ring als eine äufserst zarte aber dunkele Linie. Auch war es zuweilen, als zeigte sich der südliche Rand des Ringschattens als eine feine Doppellinie.

11 — 243 zeigte dies alles ebenfalls; allein wenigar scharf begränzt.

May 12.

12 15 162 Der Ring des Saturn zeigte sich auf der Scheibe als ein Streif, der weit dunklerer als der Schatten desselben ist.

May 30.

9 4 162 Beim Saturn zeigte sich der *Besselsc*he Trabant schon sehr deutlich, und mufste daher schon vor geraumer Zeit eingetreten seyn. Oestlicher stand noch ein kleinerer Trabant. Der Ringschatten zeigte sich bey zunehmender Dunkelheit immer deutlicher, auch glaube ich eine Spur von der dunkelen Projection des Ringes selbst noch wahrgenommen zu haben.

Juny 10.

10 45 162 Saturn zeigte noch keine Spur vom Ringe.

Juni 11.

10 45 162 } Saturn zeigte auch heute noch keine Spur vom Ringe;
72 } die Ränder der Planetenscheibe waren jedoch nicht sehr scharf. Die obere Luft schien neblig zu werden.

Juni 12. Regen.

Juni 13.

10 30 162 Beym Saturn zeigte sich zuerst wieder eine ungemein schwache Spur vom Ringe, so schwach, dafs wahrscheinlich 24 Stunden früher, wenn der Himmel auch günstig gewesen wäre, sich noch nichts davon gezeigt haben kann. Der Ring erschien auf der linken (westlichen) Seite als ein äufserst schmaler, keineswegs scharf begränzter Streif, aber in ununterbrochener Linie bis zur Planetenscheibe. Auf der andaren (östlichen) Seite konnte man vom Ringe zunächst der Saturnscheibe nichts erspähen. Gegen das Ende hin erschien aber etwas davon in Form eines kleinen sehr länglichen Trabanten.

Juni 14 u. 15. Regen und trübe Witterung.

Juni 16.

10 45 162 Der Ring zeigte sich heute auf beiden Seiten des Saturn in zusammenhängender Linie, wenn auch nicht scharf, doch deutlich.

10 50 108 Der Ring war viel besser und schärfer zu sehen, aber nie mit der Präcision, wie im April beym Verschwinden. Die linke (westliche) Seite zeigte sich fortwährend in die Augen fallend schärfer und deutlicher als die andere Seite. Besonders helle Stellen des Ringes oder Punkte waren nicht wahrzunehmen.

Juni 17.

10 15 108 Der Ring zeigte sich noch deutlicher als gestern, westlich (links) immer heller als auf der anderen Seite, aber nie so scharf, als im April vor dem Verschwinden.

Breslau. Königl. Universitäts-Sternwarte.

v. Boguslawski.

Altona 1833. December 28.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 253.

Ueber das System westlicher Abweichungen der Magnetnadel in Asien.

Von *Georg v. Fuse.*

(Gelesen in der K. Akad. der Wissenschaften zu St. Petersburg den $\frac{11}{23}$ September 1833.)

Zur Bestimmung der hier angesetzten magnetischen Abweichungen brauchte ich durchgehends eine kleine Boussole mit einer Nadel von 5—6 Zoll Länge, in deren Mitte eine Kapsel aus Carniol zum Aufsetzen auf eine Stahlspitze angebracht war. Dazu gehörte noch ein Stativ, das genau in die Fugen des Passageninstrumentstatives paßte und auf dem die Boussole zwey feste Lagen, um 180° verschieden, erhalten konnte. Die Ablesungen geschahen am Limbus des Stativs vom Passageninstrument von 15′ Theilung, hatten also bis auf 1′ Genauigkeit. Die Boussole erhielt durch die obenbeschriebene Einrichtung einen doppelten Collimationsfehler, den einen gab der gläserne Kasten, den anderen sein Stativ ab; die Richtung einer jeden der Nadelpole war daher wie immer durch vier Ablesungen angegeben.

Trotz der Kleinheit und Unvollkommenheit dieses Apparats hatte ich doch Gelegenheit an ihm eine Genauigkeit zu bemerken, die wirklich überraschend ist (ich bemerke hiebey, daß die Hauptsache beym Manipuliren darin besteht, daß man die Nadelspitzen vor jeder Ablesung mehreremal in den Meridian des Kastens einspielen lasse, oder sich stets von ihrer freyen Schwahung überzeuge). So erhielt ich während meines Aufenthalts zu Peeking folgende Resultate:

December 1830	Abw.	$\left\{\begin{array}{l}+\ 1°\ 38'\end{array}\right.$
May 1831	Abw.	$\left\{\begin{array}{l}+\ 1\ \ 55\\+\ 1\ \ 53\end{array}\right.$
Juny 1831	Abw.	$\left\{\begin{array}{l}+\ 1\ \ 48\\+\ 1\ \ 47{,}5\end{array}\right.$

Resultate, die verbunden mit den gleichzeitigen Beobachtungen über die Neigung der Magnetnadel, eine ganz richtige Ansicht von der Wirkung der monatlichen Bewegung des Magnetpols zu Peeking geben können, wie *Kupfer* im Bulletin scientifique Nr. 3 Jahr 1831 gezeigt hat. Die Beobachtungen der magnetischen Abweichung sind von mir zu drey verschiedenen Epochen angestellt worden, zuerst in den Jahren 1830 und 31 in der Mongoley und dann im Jahre 1832 in Südostsibirien. Sie mögen blos einen ungefähren Begriff von der Beschaffenheit des östlichen Asiatischen Declinations-Systems abgeben, da sie, verbunden mit *Ermans* Bestimmungen an der Lena, noch nicht auf dieselbe Epoche reducirt sind, oder keine Correctionen, weder der monatlichen noch der jährlichen und stündlichen Aenderungen wegen, erhalten haben. — Die ersteren können einen bedeutenden Einfluß üben, da sie sich z. B. in Peeking, vom December bis May auf 16′ belaufen, der Einfluß der andern ist von geringerem Belang, die stündliche Aenderung steigt in diesen Gegenden bis auf $\pm$ 3′.

Die Breiten der Oerter sind alle nach meinen Bestimmungen angesetzt, so wie einige der Längen, namentlich die von den Karauls Uststretensk und Mogoitu in Daurien und von Keedarinsk am Tschikosflusse, mit den darauf bezogenen Längen, so wie die in der Mongoley; die endliche Berechnung der absoluten Längen übriger Oerter ist durch Umstände bis jetzt verzögert worden.

Magnetische Abweichung in der Mongoley, Nord-China und Südost-Sibirien.

Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Abweich. + westl. −östl.	Epoche neuer Styl.
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Irkuzk	121 55 57	52 17 16,5	−1 25 22	1830. 6 Aug.
Stepnoja am Baykal	123 59 55,5	52 10 14,2	−1 8 26	1830. 24 Aug.
Chunsal	124 6 0	48 13 0	−1 6 0	1830. 23 Sept.
Urga	124 21 0	47 55 30	−1 16 3	1831. 4 Sept.
Chologur	127 45 0	45 59 42	+0 48 7	1830. 17 Oct.
Ergi	128 30 0	45 31 42	+1 7 5	1830. 23 Oct.
Baletzai	129 49 0	44 20 52	+0 58 6	1830. 30 Oct.
Sharabudneguna	130 52 0	43 13 30	+0 46 1	1830. 5 Nov.
Dsbandsjakéu	131 37 0	40 49 15	+1 13 0	1830. 22 Nov.
Peeking	134 5 21	39 54 11	+1 38	1830. 30 Dec.
			+1 54	1831. 16 May bis 3 Jun.
			+1 48	1831. 14 Jun. bis 3 Jul.
Sendshi	128 4 6	44 44 40	+0 29 6	1831. 16 Aug.
Olon Obo	125 41 0	46 21 4	+0 1 7	1831. 27 Aug.
Troizkossansk	124 12 0	50 21 25	−0 2 7	1831. 6 Oct.
			−0 5 4	—— 15 ——
			+0 3 2	—— 21 ——
			±0 0 0	—— 26 ——

Digitized by Google

Magnetische Abweichung in Südost-Sibirien.

	Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Abweich. +westl. −östl.	Epoche neuer Styl.
		° ′ ″	° ′ ″	° ′	
	Werchneudinsk	125 24 46	51 49 40,7	−0 24,2	1832 6April
	Selenginsk	124 18 30	51 5 52,3	−1 12,8	—— 11Apr.
	Pogrommy(Sauerquelle)	128 25	52 30 12,8	−0 t,3	—— 16Apr.
	Tschita	130 56 27	52 -1 15,3	+1 12,7	—— 20Apr.
	Nertschinsk(Stadt)	134 12 21	51 55 34	+2 52,9	—— 25Apr.
	Bgw. Nertschinsk	137 0 50	51 18 35,5	+4 6 26″	—— 4May
Arguni	Argunskog Ostrog	137 12 0	51 38 0	+3 44,0	—— 14May
Arguni	Ustj-Orow	138 18 0	52 7 30	+2 57,0	—— 18May
Arguni	Urjussina	137 19 0	52 48 0	+4 4,1	—— 21May
Amur	Uststretensk	139 15 27	53 19 43,3	+4 21,1	—— 24May
Amur	Umutna(Fluſs)	140 10 30?	53 21 36	+3 40	—— 28May
Amur	5 Werst höher d.Oldoiflusses	140 48 22,5	53 29 50,4	+3 45,6	—— 29May
Schilka	5 Werst tiefer des Ljopinafl.	138 12 45,0	53 27 3,7	+3 27,1	—— 7Juny
Schilka	Gorbiea Fest.	136 51 30	53 6 3,8	+2 54,0	—— 11Juny
Schilka	Stretensk	135 22 27	52 14 45,4	+2 51,6	—— 17Juny
	Ahasaitui	135 46 45	49 34 36,4	+2 53,9	—— 29Juny
	Altagan	135 5 9	50 28 21,9	+1 49,8	—— 30Juny
	Tschindant	133 19 58,5	50 34 18	+2 t4.3	—— 2July
		133 20 0	50 34 18	+2 14,3	—— 2July
	Altansk	129 33 22,5	49 28 0	+0 47,7	—— 8July
	Mendschinskoy	126 16 45	49 25 52.5	+0 12,0	—— 15July
	Dschidinskoy	125 35 1,5	49 58 0	−0 11,5	—— 17July
	Charazaisk	122 12 4,5	50 28 51,0	−2 27,5	—— 28July
	Turka (warme Quellen)	125 47 31	52 56 46,4	−1 9,5	—— 15Aug.
	Küitung	127 48 0	54 14 42,4	−0 23,1	—— 20Aug.
	Tunka	120 42 0	51 45 5,2	−2 55,5	—— 8Sept.

Eine zufolge dieser Tabelle entworfene Karte leitete mich zu folgenden Resultaten:

1) Die Richtungen der Isogonen des westlichen asiatischen Systems folgen hauptsächlich denen der terrestrischen Meridiane.

2) Alle scheinen unter verschiedenen Breitengraden eine Wendung nach SSO. zu haben, nachdem sie vorher SSW. strichen, so fällt die Wendung der Linien −3°, −2° und −1° in die Breite 52°, die der Linien 0° und +1° in die Breite 42° und die von +2°+3°+4° und +3° sehr zusammenstimmend ebenfalls in die Breite 52°.

3) Nähern sich bey den gedachten Wendungen sämmtliche Isogonen einander, was besonders bey den letztbezeichneten der Fall ist, wo die Winkel der Wendungen am schärfsten werden und daher auch die Isogonen am bedeutendsten nach S. und N. hin divergiren, und wo

4) ein von der Isogone +4° eingeschlossenes System abnehmender Abweichungen unter dem von *Erman* berührten System zunehmender Declinationen sich unter 55° Breite gelagert hat. Wie weit sich dieses nach Süden erstreckt, ist unbekannt, vielleicht füllen südwärts hin mehrere solcher isolirter Systeme die Mitte des grofsen gegen Neuholland hin streichenden Systems ein.

Dasselbe geschlossene System scheint *Gmelin* durchschnitten zu haben, da er vor Krasnojarsk in westliche Abweichungen trat, in Nishneudinsk ein Maximum erreichte, dann nach einer Abnahme in Irkuzk, Selenginsk und Kjachta das 2te Maximum in Nertschinsk beobachtete.

Ob nun die Nulllinie des hier betrachteten Asiatischen Systems westlicher Abweichungen wirklich in sich zusammenläuft, oder sich mit der grofsen Europäisch-asiatischen Linie ohne Abweichung und in welcher Gestalt vereinigt, zu einem wahrscheinlichen Schlufs darüber können uns die, im Bereiche dieses Systems vorhandenen neueren und älteren Beobachtungen leiten.

Was den ersten Umstand anbetrifft, so scheinen mir erstlich die von mir beobachteten Wendungen der Isogonen unter 52° Breite darauf hinzudeuten. Zwischen den Parallelen von Jakuzk und Peeking betragen schon die Maxima der auf die Erdmeridiane senkrechten Ordinaten der Curven, durchgängig mehr als 5 Längengrade.

Von der andern Seite sehen wir ferner die Linie des Ochotskischen Meeres eine Wendung nach West unter 50° Breite machen und so dem westlichen Zweige wie entgegenkommen. Auch berechtigt uns zur Annahme einer Vereinigung der beyden Zweige die rückkehrende Gestaltung der Isogonen des westlichen Systems. Endlich, nähme man die Nulllinien von Kjachta identisch mit der von Nishnij-Nowgorod an *), so müfste, da die Europäisch-asiatische Linie zwey grofse Systeme, das östliche des Asiatischen Continents und das westliche des Südoceans, trennt, ein gewisser Uebergang von einem westlichen Systeme ins andere stattfinden, ein Uebergang, der unnatürlich und schwer zu begreifen wäre.

Die oben angeführten Gründe wird noch stärker eine Zusammenstellung der um den Aequator zwischen den Meridianen 70—120° von Ferro, in der letzten Zeit angestellten Beobachtungen bestätigen, und gröfsere Einsicht in die Verhältnisse der beyden Asiatischen Systeme zu einander ertheilen.

Aus *Hansteen's* fragmentarischen Bemerkungen über die Veränderungen des Erdmagnetismus (siehe *Poggendorfs* Annalen Jahrg. 1831. 3tes Stück) fanden sich für 1830 folgende

*) d. h. liefse die vom Ochozker Meere als isolirten Zweig zum Südpole streichen.

Digitized by Google

Abweichungen im Indischen Meere und dem chinesischen Archipelagus.

Cap Guardafui	+ 6 20	Surabaja	— 0 17
Socotora	+ 4 20	Macao	— 5 40?
Goa	— 3 50	Manilla	— 0 7
Cap Gomorin	— 3 0	Waygion	— 1 44
Ceylon Punta de Calle	— 3 8	Bouro	— 0 52
Sumatra Achen Fort	— 3 7	Amboina	— 0 51
Batavia	— 0 42	Hafen Dory	— 1 36
		Pistart	— 10 54

Man ersieht daraus, dafs der Reisende hier dreymal Linien ohne Abweichung und scheinbar zwey Systeme berührt; doch sind es eigentlich drey abgesonderte für sich bestehende. Das erste ist das grofse westliche System des Südoceans, welches *Rümcker* im Jahre 1821 besuchte; er hielt sich in den hier betrachteten Gegenden fast beständig unter 37°—40° südlicher Breite und sah die Abweichung ungefähr bis zum Längengrade 150° von 30° an, ihrem Maximum, abnehmen, und hier in eine östliche übergehen. Das andere, ein östliches, ist dasselbe, welches vom Sibirischen Nordpol her herabstreicht, und das dritte gehört dem Ost-Oceane an. Die erste Berührung einer Linie von 0° geschieht zwischen Guardafui und Goa in der Länge 83° und Breite + 14°, dies ist die Linie, die vom Carpisee gerade südwärts herabstreicht; Goa, Gomorin, Punta de Calle und Achen Fort liegen fast in derselben Isogone von — 3°, nun streicht man bey Surabaja in Java zum zweyten Male an dieser Linie vorbey, um sie zu verlassen und bis Manilla hin wiederum das asiatische östliche System, nur hier einen schmalen Zweig desselben zu durchschneiden; wo hier das Maximum und wie grofs es ist, ist schwer zu bestimmen, da die beträchtliche Declination in Macao von fast — 6° *) einer zu grofs angenommenen jährlichen Aenderung zugeschrieben werden kann. Diese erwähnte Linie 0° bey Manilla ist nun die vereinigte von Kjachta und dem Ochotskischen Meere, und da die Vereinigung unter diesen Breiten schon geschehen ist, so tritt man aus ihr unmittelbar ins östliche System des Ost-Oceans wie die ferner angesetzten Oerter es anzeigen; die Linie aber streicht Neuholland zu, um sich wahrscheinlich in unbekannter Breite mit dem grofsen westlichen magnetischen Meridiane zu vereinigen. Durch diese Ansicht erhält das asiatische östliche System die Form einer offenen Lilie mit kurzem gebogenen Stengel, und ähnelt im Ganzen seiner Lage und äufsern Gestalt nach dem asiatischen Continente. Merkwürdig, dafs der Lage und inneren Form nach hier gerade ein entgegengesetzter Fall wie beym östlichen Systeme im Ost-Oceane, dessen *Erman* erwähnt, eintritt. Dort setzen diesem Systeme Gränzen zwey Isogonen der gröfsten Abweichung von — 10°, die sich kreuzen und ein dem Mittelpuncte zu abnehmendes System einschliefsen, hier sind die kreuzenden Linien von 0° Abweichung und begränzen ein System zum Pole hin zunehmender Abweichungen; die Richtung der spitzen Ecke der ersten geht nach Nord, die der anderen nach Süd.

Die eben geführte Untersuchung hat erwiesen, dafs 1) die Linie, die das System von Irkutzk, Nertschinsk und Peking in sich schliefst, wirklich zusammenlaufe; und nachdem sie ihren Lauf nach Süden fortgesetzt, sich 2) mit der Europäisch-asiatischen Linie 0° in oder unter Neuholland vereinige. Eine Zusammenstellung älterer Beobachtungen wird Aufschlüsse über die Aenderungen der Formen des Systems und ihre damaligen Verhältnisse gegeneinander geben, auch überdem die Richtigkeit dieser Ansicht bekräftigen.

Gmelin fand 1735 zu Nertschinsk die Abweichung + 3°, ich fand sie 1832 eben so grofs; man ersieht aber leicht, dafs dies die Folge des Durchgangs zweier verschiedener Zweige der Isogone + 3° durch Nertschinsk ist; die Apertur dieser Zweige betrug damals wie jetzt 17°—20°, um so viel hatte sich also das System unter dieser Breite in 97 Jahren nach Osten bewegt; der Zweig, der jetzt durch Nertschinsk geht, mufs identisch mit dem, der vor so viel Jahren durch Nishnijudinsk ging, seyn.

Eine gleich grofse Progression zeigt *Hansteen* durch die Beobachtungen *la Peyrouse's* im Jahre 1787 an den Küsten Korea's, sie beträgt nähmlich für 43 Jahre weniger als 10°. Weit langsamer erscheint sie uns am Scheitel des Systems in den Breiten von Jakutzk.

Werfen wir nun rückwärts einen Blick auf den südlichsten Theil des Systems im chinesischen Archipelagus unterm Aequator in verschiedenen älteren Epochen.

Das Jahr 1800 stellt schon merkliche Anomalien dar. Man sieht die Linie vom Karpisee hart an den Küsten Hindostans, der Insel Ceylon und bey Sumatra streichen, dann geht sie durch Batavia und über Surabaja hinweg, und läuft südwärts hin zur Vereinigung mit der östlichen Linie.

(Liefse man sie durch Amboina nach Manilla streichen, so wäre dies den Beobachtungen ebenso entsprechend, doch ist die Hypothese, dafs diese Linie dem Südpole zustrebe, gewifs richtig, überdem hat, wie oben gezeigt worden, *Rümcker* in neueren Zeiten dieselbe unter Neuholland durchschnitten.)

Weiter sieht man wiederum bey Manilla die Abweichung verschwinden, Macao im östlichen asiatischen Systeme

*). Wahrscheinlicher hat sie — 3° betragen.

liegen, es steigen die fast vereinigten Linien von Kjachta und dem Ochozkischen Meere, zu Amboina hinab, wo schon ein sehr schmales westliches System sich beurkundet.

Das Jahr 1750 zeigt uns die Europäisch-asiatische Linie 0° durch Hindostan fast längs Sumatra schweifend, sie geht nahe bey Batavia vorbey nnd läfst Surabaja tief unter sich, so dafs die erwähnte Vereinigung schon über Neuholland geschehen konnte, ferner streicht die Linie von Kjachta noch fortwährend bey Manilla vorbey, doch hat schon Macao eine westliche Abweichung, die südwärts um den Aequator gelegene Gegend zeigt nun entschieden einen schmalen Streifen westlicher Abweichungen zwischen zwey östlichen Systemen belegen. Verfolgt man diese Betrachtungen weiter, so wird man stets ein westliches System dem asiatischen Festlande zu vordringen, durch Manilla und den 150ten Längengrad von Ferro unterm Aequatur immer zwey Linien ohne Abweichung (die von Kjachta und Ochotskischen Meer) durchgehen und den Streifen des westlichen Systems gradatim zunehmen sehen.

Diese Betrachtungen leiten zu folgenden Schlüssen: Die Länge eines der westlichen Systeme hat sich seit dem 17ten Jahrhundert, oder seit die Phänomene des Erdmagnetismus den menschlichen Geist beschäftigen, unter dem Festlande Asiens in ihrer Lage und Richtung völlig nnbeweglich gehalten. Es offenbart sich ein Schwinden des Systems, doch nur seines südlichen Theils, ein schmaler Streifen westlicher Abweichungen, der sonst im Chinesichen Meere und Archipelagus bemerkbar war, ist jetzt ganz verschwunden, da hingegen der durch den Parallel von Nertschinsk gehende Theil seine Form seit den letzten hundert Jahren nicht sichtbar geändert hat. Wie dort mit der gröfsten Formenänderung die geringste Aenderung der Lage, so ist hier umgekehrt die geringste Formenänderung mit der stärksten Progressionen-Bewegung verbunden. So wie dies System mit der Zeit abnahm, verbreitete sich das benachbarte östliche immer mehr nach Süden, dies zeigt uns die anfänglich längs den West- und Südküsten des asiatischen Festlandes streichende zuletzt ins Indische Meer hinabgestiegene Linie des Caspisees.

Es ist schwierig sich eine Rechenschaft von der Gestaltung in kommenden Zeiten dieses kleinen, doch in vieler Hinsicht merkwürdigen Gebiethes westlicher Abweichungen zu geben. *Hansteens* Hypothese eines vollständigen Verschwindens gründet sich auf Analogie, doch dieselbe Analogie gestattet nicht ihre Annahme, denn seitdem dieses System beobachtet worden, hat sich in seiner kleinen Axe oder in der gröfsten Apertur unter 50° Breite keine Verkürzung oder Verengung geäufsert, die Linie ohne Abweichung stand zu Anfang des vorigen Jahrhunderts von der Isogone + 3° eben so weit ab wie jetzt, um etwas geringeres als 10° entfernt, beyde haben sich um gleiche Anzahl Grade ostwärts bewegt.

Sehr wünschenswerth ist es, dafs spätere Beobachter es nicht unterlassen diese Gegenden zu durchforschen; für jetzt könnten Beobachtungen in Südost-China und im Parallele unter Neuholland angestellt einigen Aufschlufs über das hier Vorgetragene ertheilen.

Beobachtungen der Neigung der Magnetnadel von *G. v. Fuss.*

Zur Anstellung von Versuchen über die Inclination der Magnetnadel war ich mit einem vortrefflichen Instrumente von *Gambey* versehen, das von der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften nahmentlich zu dieser Expedition war gemacht worden. Dieses brauchte ich auch fast durchgängig bis vor das Bergwerk Nertschinsk, wo der Bruch einer der Schrauhen, die die Stützsäulen am Vernierbrette halten, es in einen Zustand versetzte, der es unbrauchbar machte. Durch die Gefälligkeit des Oberaufsehers jener Bergwerke, Herrn *Tatarinoff*, erhielt ich nun zum ferneren Gebrauch ein hier gearbeitetes mittelmäfsiges Instrument, dasselbe welches früher dem Herrn Baron *v. Schilling* gehört hatte und jetzt im Bergwerke deponirt ist. Den folgenden Beobachtungen mufs man daher nicht denselben Werth beilegen wie den früheren.

Die Epoche der Beobachtungen ist als ein wichtiges Element, besonders jetzt, wo man sich so allgemein mit der Erforschung der Variationen der magnetischen Coordinaten beschäftigt, hier auch beygesetzt.

Neigung der Magnetnadel in Rufsland, Sibirien, der Mongoley und Nord-China.

Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Neigung.	Epoche neuer Styl.
	° ′ ″	° ′ ″	° ′	
VorWladimir	58 4 56	56 7 38	68 7 17A	11 Juny 1830
Kasan	66 47 42	55 47 50	68 25,5A 68 25,9B	18 —— ——
Perm	74 6 15	58 1 13	69 54,1B	22 —— ——
Jekaterinburg	78 14 21	56 50 14	69 18,6B	26 —— ——
Tjumén	82 47	57 4	70 2,3A	28 —— ——
Tobolsk	85 45 43	58 11 43	70 58,2A 71 3,4B	29 —— ——

Digitized by Google

Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Neigung.	Epoche neuer Styl.
	° ′ ″	° ′ ″	° ′	
Omsk		54 59 13	68 58,1	4 Jul. 1830
Tomsk	102 48 6	56 29 39	70 51,3 A	11 — —
Irkuzk	121 55 57	62 17 16	68 15,0 A 68 15,4 B	29 — —
Liftwinischnaja am Baykal	122 10	51 53	67 58,1 B	18 Aug. —
Stepnaja	123 69 65	52 10 14	68 10,5 A	22 — —
Kolessowaja an der Selenga	124 11 37	52 6 38	68 9,6 B	29 — —
*Baingoh	123 3 0	48 52 0	65 14,2 A	19 Sept. —
Chunzahl	124 6 0	48 13 0	64 29,4 B	23 — —
Urga	124 21 0	47 55 30	64 3,2 A 64 2,5 B	29 — —
Nalaicha	124 53 0	47 47 0	63 38,9 A	3 Oct. —
Giltegentai	126 10 0	46 54 0	63 12,5 B	7 — —
Schibétu	126 56 0	46 29 0	62 34,05B	12 — —
Zsulgétu	127 24 0	46 16 0	62 38,2 A	15 — —
Chologur	127 45 0	45 59 42	61 54,12B	18 — —
Durbanderetu	128 20 0	45 48 0	61 46,5 A	21 — —
Ergi	128 30 0	45 31 42	61 22,35B	24 — —
Charatuin Sudshi	129 6 0	44 50 0	61 3,05A	27 — —
Batchai	129 49 0	44 20 52	60 18,22B	29 — —
Kulchuduck	130 39 0	43 29 0	59 14,15B	3 Nov. —
Scharahudurguna	130 52 0	43 13 30	59 2,8 A	5 — —
Zackildack	131 1 0	42 48 0	58 25,0 A	8 — —
Zsamein-ussu	131 20 0	41 46 0	57 23,66B	12 — —
Dshan-dsja-kévu	131 37 0	40 49 15	56 17,4 A	23 — —
Peeking	134 5 21	39 54 11	54 52.1	Decbr. 1830
			54 50,7	April 1831**
			54 45,6	May 1831
			54 48,9	Juny 1831
Zagan Balgassu	131 23 0	41 17 5	56 40,6 A	27 July 1831
Tulghá	131 23 0	41 33 0	57 3,7 A	29 — —
Sudshi	130 30 0	42 28 0	58 4,7 A	3 Aug. —
Mingan	128 42 0	43 3 0	68 48,7 A	6 — —
Zsamein Chuduck	128 30 0	43 37 0	59 22,5 A	8 — —
Kutull	128 17 0	43 58 0	60 13,0 A	10 — —

Name des Orts.	Länge von Ferro.	Breite nördlich.	Neigung.	Epoche neuer Styl.
	° ′ ″	° ′ ″	° ′	
Gaschun	128 58 15	44 23 0	60 16,9 A	13 Aug. 1831
Sendshi	128 4 36	44 44 40	60 42,5 A	15 — —
Kukuderissu	127 21 0	45 8 0	61 11,8 A	18 — —
Uizayn	126 56 0	45 34 0	61 44,4 A	20 — —
Mogóitu	126 32 0	45 50 0	61 49,1 A	22 — —
Chapchâktu	126 14 0	46 2 0	62 23,5 A	24 — —
Bain Chara	125 35 0	46 31 0	62 59,2	28 — —
Chaschâtu	124 45 0	47 20 0	63 20,9	31 — —
Urga	124 21 0	47 55 30	64 4,7 A	3 Sept. —
Chorüimtu			64 40,4 A	7 — —
Scharagoh			64 56,8	10 — —
Troizkossawsk	124 12 0	50 21 25	66 24,0 A) 66 22,1 B) 66 25,1 A)	8 Oct. — 19 — — 29 — —
Irkuzk	121 56 67	52 17 17	68 19,8A.B) 68 19,4A.B)	im Februar u. März 1832
Possolsk Kloster am Baykalsee	123 29 0	52 1 8	68 1,6	1 April —
Werchneudinsk	125 24 46	51 49 41	68 6,5	5 — —
Selenginsk	124 18 30	51 5 52	67 53,8	11 — —
Kurbinsk	126 30 0	52 0 0	67 58,6	14 — —
Pogrornnoy	126 38 0	52 30 13	68 7,8	16 — —
Tschita	129 9 5	52 1 15	67 42,45	20 — —
Stadt Nertschinsk	134 12 21	51 55 34	67 11,45	24 — —
Bergwerk Nertschinsk	137 0 50	61 18 35	66 33,45 *	4 May —
Zuruchaitu	136 26 40	50 23 19	66 12,6	11 — —
Argunskog	137 20 13	51 37 0	66 54,1	15 — —
Urjupina	137 50 0	52 47 0	67 52,6	20 — —
Shegdatschinskoy	138 56 50	53 16 0	68 10,8	23 — —
Uststretensk	139 15 27	63 19 43	68 11,2	26 — —
Gorbiza	136 51 30	58 6 4	68 21,6	11 Juny —
Stretensk	135 22 27	52 14 45	67 38,5	17 — —
Abagaitu	135 46 45	49 34 36	64 48,3	28 — —
Tschindant	133 2 57	50 34 21	66 32,4	2 July —
Dschindant	133 19 57	50 34 21	66 32,4	2 — —
Akschinsk	131 13 52	50 15	66 39,6	5 — —
Altansk	129 33 22	49 28	65 20,5	8 — —
Mendshinskoy	126 17 0	49 25 52	65 31,1	13 — —
Charazaisk	122 12 4	50 28 51	66 56,5	28 July 1832

* Die Mehrzahl der folgenden Längen und Breiten in der Mongolay ist ein Resultat der Verbindung meiner Bestimmung mit denen der Marschronta von Timkowsky.

** Im April und May ist die Methode der willkührlichen Azimuthe angewandt worden.

Die letzte Neigung in Troizkossawsk so wie auch in Irkuzk sind ebenfalls durch indirecte Methode gefunden worden.

* Diese Neigung gab ein *Gambey*scher Inclinator, dem Bergwerke gehörig.

Sternbedeckung.

In Werchneudinsk beobachtete ich den $\frac{22\,\text{July}}{3\,\text{August}}$ 1832 bey sehr reinem Himmel den Eintritt ξ^3 Librae in den dunkeln Mondrand um $8^h\,31'\,43''0$ M.Z. Abends. Sowohl den Moment der Bedeckung als auch die Zeitbestimmung halte ich für sehr sicher angegeben. Die Polhöhe des Beobachtungsortes ist $= 51°\,49'\,48''4$.

St. Petersburg den $\frac{14}{26}$ September 1833.

G. v. Fuss.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber.

Kremsmünster 1833. Jun. 25.

Ich habe die Ehre Ihnen hiemit die Beobachtungen des *Biela*'schen Cometen zu übersenden, die ich am Aequatoriale der hiesigen Sternwarte mit einem Kreismicrometer, von 1381.74 Bogensecunden Halbmesser gemacht habe. Da ich die Orte der Vergleichsterne am Meridiankreise zu bestimmen suchte, ungünstige Witterung aber mich lange daran hinderte, ferner der kleinen Rectascensionsdifferenzen der Sterne wegen mehrere Beobachtungstage nothwendig waren, so zog sich die Reduction der Beobachtungen des Cometen in die Länge. Die Sterne bezeichne ich in der Ordnung, in welcher der Comet mit ihnen verglichen wurde, mit *a, b, c....* Jeder Stern wurde von mir und meinem Collegen Herrn Prof. *W. Danner*, abwechselnd am Meridiankreise beobachtet, also zweimahl, einige auch dreimahl genommen, und es gelang uns alle, *c* ausgenommen, zu bestimmen, woran wir durch die zunehmende Tageslänge gehindert wurden, und dessen Position ich aus *Bessel's* Zonenbeobachtungen nahm. Ich setze die Resultate der Beobachtungen der Vergleichsterne hieher, als einen kleinen Beitrag zur Beurtheilung der Leistungen des Kreises. Die Refraction wurde nach *Bessel* Tab. regiom. gerechnet.

1833.	Stern.	AR. app.	Decl. app.	Fädenz.
		h ′ ″	° ′ ″	
Mai 8	a	11 39 47,75	— 7 56 58,7	5
9	—	47,82	57,5	4
12	b	40 1,78	8 27 2,8	5
13	—	1,57	3,4	5
4	d	42 14,39	28 21,3	5
5	—	14,47	18,7	5
2	e	32,75	20 52,5	5
3	—	33,01	50,8	5
5	f	46 4,80	47 14,4	5
7	—	4,56	18,3	5

1833.	Stern.	AR. app.	Decl. app.	Fädenzahl.
		h ′ ″	° ′ ″	
Mai 8	g	11 46 21,27	— 8 28 59,3	5
9	—	21,42	58,1	3
2	h	48 13,84	9 47 39,0	5
3	—	13,98	37,9	5
8	i	49 16,58	13 49,2	5
12	—	16,46	45,3	5
März 24	k	50 38,34	32 57,4	5
29	—	37,98	59,3	5
April 6	—	38,16	33 0,7	4
Mai 8	l	52 11,68	29 48,5	5
9	—	11,41	29 47,3	5
5	m	54 7,13	47 4,2	5
7	—	6,87	7,6	5
2	n	13,68	43 18,7	5
3	—	13,92	16,9	4
März 24	o	27,59	49 24,3	5
29	—	27,45	25,2	5
April 6	—	27,53	25,6	5
März 24	p	12 4 23,15	11 51 43,6	5
29	—	23,24	43,4	5

Die Reduction dieser gefundenen Positionen auf die mittleren Orte 1832,00 geschah nach *Bessels* Reductionsformel (Berl. astr. Jahrb. 158 und Hülfstafel 196). Das arithm. Mittel der für jeden Stern erhaltenen Resultate führe ich hier an. Jene Vergleichsterne, die ich in *Bessels* Zonenbeobachtungen aufgefunden, habe ich damit verglichen, und die Ergebnisse in den Columnen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ angeführt, welche Gröfsen an die aus den Beobachtungen abgeleiteten mittleren Orte algebraisch angebracht *Bessels* Bestimmungen geben. Zugleich setze ich die mittlere Position des Sternes c hinzu, wie sie aus den Zonenbeobachtungen folgt.

Für 1832,00

Stern.	Mittlere AR.	Mittlere Decl.	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	*Bessels* Zone.	
	h ′ ″	° ′ ″	″	″		h ′ ″
a	11 39 43,94	— 7 56 30,1	+ 0,23	— 1,4	224	11 39 58,94
b	57,88	8 26 35,2	+ 0,05	— 0,9	224	11 40 12,70
c	40 35,61	7 54 41,9	———	———	224	11 40 50,36
d	42 10,56	8 27 52,0	+ 0,09	— 1,1	224	11 42 25,40
e	42 28,98	8 20 23,7	+ 0,03	— 0,9	224	11 42 43,70
f	46 0,78	8 46 48,3	+ 0,23	+ 0,4	224	11 46 17,76
g	46 17,47	8 28 30,7	+ 0,10	+ 2,1	224	11 46 32,30
h	48 9,98	9 47 10,3	———	———	———	———
i	49 12,64	9 13 19,2	+ 0,12	+ 5,5	224	11 49 27,49
k	50 88,09	9 32 32,0	+ 0,73	+ 5,9	238	11 50 59,20
l	52 7,64	9 29 24,7	+ 0,38	+ 7,2	238	11 52 32,40
m	54 8,06	9 46 37,8	———	———	———	———
n	54 9,87	9 42 49,7	———	———	———	———
o	54 23,44	9 48 58,3	+ 0,37	+ 4,3	238	11 54 48,20
p	12 4 19,10	11 51 17,7	— 0,08	— 0,9	240	12 4 43,64

Digitized by Google

Die Sterne *h*, *m*, *n*, die ich in *Bessels* Zonenbeobachtungen nicht aufgefunden, schätzte ich von der 8—9ten Gröfse. Aus diesen mittl. Orten wurden die scheinbaren zur Zeit der Beobachtung nach der oben erwähnten Formel gesucht. Die Vergleichung des Cometen mit den letztern gab nun Folgendes:

1832.	Mittl. Zeit zu Kremsmünster.	Des Cometen scheinbare AR.	Declin.	Unterschied des Cometen und Sterns in AR.	in Decl.	Vergleichsterne und Zahl der Vergleichungen.
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″	
Nov. 20	16 54 51	11 40 6,72	— 7 58 58,2	+ 0 21,54	— 2 23,0	*a* (4) u. (3)
		7,39	6,9	+ 0 8,17	+28 33,3	*b* (3) u. (2)
		7,63	59 12,8	— 0 29,21	— 4 25,8	*c* (4) u. (3)
21	17 3 29	11 44 31,64	— 8 48 39,2	+ 2 19,83	—20 42,1	*d* (5) u. (5)
		32,00	18,9	+ 2 1,75	—27 50,0	*e* (3) u. (3)
		31,55	51,1	— 1 30,52	— 1 57,7	*f* (5) u. (5)
		31,24	14,8	— 1 47,47	—19 39,0	*g* (2) u. (2)
22	16 43 2	11 48 48,45	— 9 31 25,6	+ 0 37,21	+15 49,5	*h* (5) u. (5)
		47,84	35,4	— 0 26,06	—18 11,2	*i* (4) u. (4)
		52,61	50,3	— 1 46,75	+ 0 46,7	*k* (3) u. (3)
		48,73	—	— 3 20,15	———	*l* (2)
23	16 36 19	11 53 1,53	—10 14 13,8	— 1 2,80	—27 31,2	*m* (5) u. (5)
		1,63	30,6	— 1 23,03	—25 27,5	*o* (5) u. (5)
		1,34	16,3	— 1 9,78	—31 21,7	*n* (5) u. (5)
26	17 27 42	12 5 37,02	—12 19 52,9	+ 1 16,62	—28 30,9	*p* (2) u. (2)

Der Comet erschien sehr lichtschwach, ohne erkennbaren Kern; die Beobachtungen waren daher schwierig, und lassen wohl manches zu wünschen übrig. In Hinsicht der Beobachtung Nov. 26 mufs ich noch bemerken, dafs sie unter sehr ungünstigen Umständen, bei starker Morgendämmerung gemacht wurde. Der Himmel war in der Gegend des Cometen früher gedeckt; er öffnete sich auf kurze Zeit, so dafs die angeführten Vergleichungen gemacht werden konnten.

(Der Beschlufs folgt.)

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains *Thomsen*, vom Dänischen See-Etat, Ritters vom Dannebrog.

Copenhagen 1833. Decbr. 17.

Ich theile Ihnen die Längenbestimmungen mit, welche ich in Westindien mit einem vortrefflichen Chronometer von *Kessels* Nr. 1254 vor einigen Jahren gemacht habe.

Der Gang dieses Chronometers läfst sich aus folgender Uebersicht beurtheilen:

1827. Nov. 26	+ 3,96	73 Tage correspondirende Höhen, und Stand in Copenhagen.
1828. Jun. 2	+ 3,35	Vergleichung mit Herrn *Langs* Pendeluhr.
Jun. 30	+ 3,35	ebenso.
Febr. 8	+ 3,06	ebenso.
April 19	+ 3,05	ebenso.
Mai 16	+ 2,74	ebenso
Jun. 22	+ 2,58	ebenso
Jul. 11	+ 2,11	ebenso
Aug. 12	+ 2,58	gute Beobb. im Canal bei Dungeneſs.

Die Längenbestimmungen sind folgende, alle von St. Thomas gerechnet:

1) Fort Royal Martinique

1827 Dec. 2 15′ 14″,52 östlich
— 3 — 14,59
— 15 — 14,90

Mittel 15′ 14″,7 östlich.

Diese Längenbestimmung beruht auf Vergleichungen mit den 7 Chronometern des französischen Admiralschiffes, deren Inspector Herr Lieutenant *Dégéne* war.

2) Barbados Bridgetown, das Haus des Obersten Sir *Charles Smith*. Correspondirende Höhen

1827 Dec. 8 21′ 8″,7 östlich.

Digitized by Google

3) Trinidad — the Mole. Correspondirende Höhen

1828 März 13 13′ 52″,9 östlich.

Nimmt man nun St. Thomas 4h 19′ 39″2 westlich von Greenwich, so folgt daraus

1) Fort Royal Martinique	4h 4′ 24,5	Westl. v. Greenw.
2) Bridgetown	3 58 30,5	
3) Trinidad	4 5 46,3	

Thomsen.

Vermischte Nachrichten.

Herr Dr. *Olbers* bemerkt bei Herrn *Rigauds* Supplement zu *Bradley's* Werken in Bezug auf *Harriots* Mse.:

„*Rigaud* ist ein vortrefflicher Referent aus solchen alten Manuscripten, von diplomatischer Genauigkeit und sehr gesunder Critik. *Harriots* Ansprüche, auf die erste, oder auch nur eine sehr frühe, Entdeckung der Jupiterstrabanten sind nun völlig beseitigt. Ob aber *Harriot*, oder *Joh. Fabricius* die Sonnenflecken zuerst gesehen hat? das wird wohl so lange zweifelhaft bleiben, bis ein anderer *Rigaud* in Petersburg uns darüber Auskunft giebt, wenn es anders möglich ist Auskunft darüber zu geben."

Der vortreffliche junge Astronom und Mathematiker Dr. *Peters* (welcher bei seiner Doctorpromotion in Königsberg von *Bessel* und *Jacobi* den ersten Character erhielt) ist bei der Hamburger Sternwarte als Assistent bei der Direction angestellt. Als erster Astronom an dieser Sternwarte ist der bisherige Navigationslehrer Herr *Rümcker* ernannt. Da nun diese Sternwarte, wie schon in diesen Blättern angezeigt ward, durch patriotische Bürger Hamburgs mit vortrefflichen Instrumenten ausgerüstet ist, und unter der Leitung zweier so ausgezeichneten Astronomen steht, so dürfen wir mit Recht unsere Erwartungen von den Resultaten, welche diese Vereinigung liefern wird, etwas hoch spannen.

Die Bücherenzeigen in Nr. 251 sind von dem Herausgeber dieser Blätter. Er wird künftig jedes astronomische Werk von Bedeutung anzeigen, oder von andern Astronomen Anzeigen geben. Diejenigen Werke, welche er nicht gesehen hat, wird er vorläufig nur ihrem Titel nach anführen, mit dem Vorbehalte noch näherer Kenntnifs des Werkes darauf zurück zu kommen.

Wenn unter künftigen Anzeigen von Büchern kein Name steht, so sind sie entweder von dem Herausgeber selbst, oder er macht sich doch für ihren Inhalt verantwortlich. Der letzte Fall kann eintreten, wenn einer seiner astronomischen Freunde ihm Anzeigen senden sollte, welche der Einsender nicht unter seinem Namen bekannt gemacht zu haben wünscht, und welche der Herausgeber vertreten zu können glaubt.

S.

Druckfehler.

In Nr. 249 lies pag. 149 und im Inhalt: *Bianchi* statt *Bianchini*.
— — 252 — — 204 Zeile 31 von oben wird statt war.
— — — — — 206 — 5 von unten Hornsby statt Horrowby.

Inhalt.

(zu Nr. 251.)

Letter to Professor *Airy* at Cambridge, by *F. W. Bessel*. p. 181.

Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Herausgeber über die Wiederkehr des *Pons*schen Cometen im Jahr 1832. p. 185.

Schreiben des Herrn Professors *Santini* Directors der Sternwarte in Padua an den Herausgeber. p. 195.

(zu Nr. 252.)

Schreiben des Herrn *Bianchi* an den Herausgeber. (Beschluss.) p. 197.

Anzeige von Büchern. p. 201.

Wahrnehmungen beim Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturnringes. p. 209.

(zu Nr. 253.)

Ueber das System westlicher Abweichungen der Magnetnadel in Asien, von *Georg v. Fuss*. p. 213.

Beobachtungen der Neigung der Magnetnadel von demselben, p. 219.

Sternbedeckung von demselben. p. 221.

Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber. p. 223.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains *Thomsen*, vom Dänischen See-Etat, Ritter vom Dannebrog. p. 225.

Vermischte Nachrichten und Druckfehler. p. 227.

Altona 1834. Januar 8.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 254.

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*.

Der Prismenkreis, dessen Erfindung wir Hrn. Dr. *v. Steinheil* verdanken, ist von Herrn Etatsrath *Schumacher*, (Astr. Nachr. Nr. 247) so günstig beurtheilt worden, dafs die allgemeine Aufmerksamkeit auf ihn gerichtet sein mufs. Wirklich war von dem Talente des Erfinders für mechanische Einrichtungen, nur etwas Sinnreiches zu erwarten, während seine Kenntnifs der Astronomie die Bürgschaft für die Anwendbarkeit leistete. Ich habe weder die Absicht, ein vollgültiges Urtheil zu verstärken, noch eine, durch diesen Erfolg schon gerechtfertigte Erwartung geltend zu machen; allein da beide dem Instrumente Eingang verheifsen, so glaube ich einigen Lesern der Astr. Nachr. eine Mühe zu ersparen, wenn ich die theoretische Betrachtung des Instrumentes, welche ich vorgenommen habe um dasselbe selbst genauer kennen zu lernen, hier mittheile. Ich werde zuerst das Instrument unberichtigt annehmen und den Einfluss der Fehler auf die Messungen untersuchen; dann werde ich die Mittel zur Berichtigung, welche zum Theil auf dem Vorigen beruhen, aufsuchen.

1.

Ich werde die Glaskörper, durch welche die Strahlen gebrochen und reflectirt werden, zwar als Prismen, jedoch nicht als gleichschenklichte, ansehen; die Axen derselben als nicht parallel mit der Axe des Instruments; die Absehenslinie des Fernrohrs als nicht senkrecht auf diese Axe. Die aufzulösende Aufgabe ist dann: „die Erfindung des Win„kels zweier Strahlen, welche sich durch ihren Durchgang „durch die Prismen, bei irgend einer Stellung derselben, „in der Absehenslinie des Fernrohrs vereinigen." — Ich werde sie in zwei Theile theilen, indem ich zuerst eins der Prismen allein betrachte.

Um die Richtungen der verschiedenen, hier in Betracht kommenden Linien anschaulich darstellen zu können, werde ich den Mittelpunkt des Instruments mit einer Kugel von willkührlichem Halbmesser umgeben annehmen, und eine Richtung, durch den Punkt der Kugel, durch welchen der der Richtung parallele Radius geht, bezeichnen. Die Richtung der Absehenslinie des Fernrohrs, jedoch umgekehrt, vom Objective nach dem Fadennetze genommen, werde ich, auf der Kugel, durch f bezeichnen; die ursprüngliche Richtung des Strahls, welcher nach seinem Durchgange durch das Prisma in die Absehenslinie gelangt, gleichfalls umgekehrt genommen, durch f'; die Richtungen der Perpendikel auf die 3 Ebenen des Prismas durch p, P, p'. Der Punkt p gehört zu der dem Fernrohre zugewandten brechenden Ebene, p' zu der dem Objecte zugewandten, P zu der spiegelnden; p und p' liegen auf den Seiten der Luft, P liegt auf der Seite des Glases.

Die Bedingungen, welchen der Strahl (den man, willkührlich, entweder von dem Fernrohre nach dem Objecte, oder von dem Objecte nach dem Fernrohre gehend annehmen kann) bei seinem Durchgange durch das Prisma folgt, lassen sich durch die Punkte der Kugel f, p, P, p', f' und durch zwei neue Punkte q und q', welche die Richtungen darstellen, die er im Innern des Prismas erhält, leicht angeben. Nach dem Gesetze der Brechungen ist nämlich nothwendig:

I. dafs f, p, q in einem gröfsten Kreise liegen, und dafs
$$\sin pq = k \sin fp$$
ist, wo k das Brechungsverhältnis für den Uebergang eines Strahls von Luft in Glas bedeutet;

II. dafs f', p', q' in einem gröfsten Kreise liegen, und dafs
$$\sin p'q' = k \sin f'p'$$
ist. Das Gesetz der Spiegelung fordert ferner

III. dafs q, P, q' in einem gröfsten Kreise liegen, und dafs $qP = Pq'$ ist.

Diese Bedingungen enthalten die Relation zwischen den Richtungen des Strahls vor seinem Eintritte in das Prisma und nach dem Austritte aus demselben; es ist aber noch nöthig, sie auf den festen gröfsten Kreis der Kugel zu beziehen, der den eingetheilten Kreis des Instruments darstellt. Die Richtung der Drehungsaxe des Instrumentes bestimmt die Pole dieses gröfsten Kreises, deren auf der Seite

Digitized by Google

der Eintheilungen liegenden, ich durch a, so wie den gröfsten Kreis selbst durch A bezeichnen werde. Die Entfernungen der Punkte f und f' von a werde ich durch $af = 90° - \beta$, $af' = 90° - \beta'$ bezeichnen; die Winkel um a, von einem willkührlichen Anfangspunkte O angezählt, durch $Oaf = \alpha$, $Oaf' = \alpha'$. Aufser diesem gröfsten Kreise A werde ich noch einen zweiten (B) in die Betrachtung ziehen, den auf die Axe des Prismas senkrechten, durch die Punkte p, P, p' gehenden, dessen Pole durch die Richtung der Axe des Prismas gegeben werden. Denjenigen dieser Pole, welcher sich auf derselben Seite von A befindet, auf welcher a liegt, werde ich durch b bezeichnen; die Entfernungen bf und bf' durch $90° - b$ und $90° - b'$; die Winkel abf und abf' durch a und a'. Auf den gröfsten Kreis B bezogen, werden die Oerter der Punkte p, P, p' durch $abp = P - m$; $abP = P$; $abp' = P + m'$ bezeichnet werden, so dafs m und m' die Winkel der brechenden Ebenen des Prismas mit der spiegelnden bedeuten.

Diesen Bezeichnungen gemäfs hat man, durch das sphärische Dreieck fbp:

$$\sin fp \sin bpf = \cos b \sin(P - m - a)$$
$$\sin fp \cos bpf = \sin b;$$

indem f, p, q in einem gröfsten Kreise liegen, ist

$$bpf + bpq = 180°,$$

und man erlangt dadurch für das Dreieck pbq die Gleichungen

$$\sin pq \sin bpf = \sin bq \sin pbq$$
$$\sin pq \cos bpf = -\cos bq;$$

multiplicirt man die ersten beiden Gleichungen mit k, so wird der links vom Gleichheitszeichen stehende Theil derselben, der obigen 1sten Bedingung zufolge, dem ähnlichen Theile der letzten beiden Gleichungen gleich, und man erhält, als Resultat der beiden Bedingungen (I):

$$\sin bq \sin pbq = k \cos b \sin(P - m - a)$$
$$\cos bq = -k \sin b.$$

Eben so ergeben die beiden Bedingungen (II):

$$\sin bq' \sin q'bp' = k \cos b' \sin(a' - P - m')$$
$$\cos bq' = -k \sin b'$$

Endlich erfordern die beiden Bedingungen (III), dafs $bq + bq' = 180°$ ist, und dafs $qbP = m - pbq$ und $Pbq' = m' - q'bp'$ einander gleich sind. Schreibt man u für $qbP = Pbq'$, so erhält man also, aus allen drei Bedingungen zusammengenommen:

$$\cos bq = -\cos bq' = -k \sin b = k \sin b'$$

oder

$$b' = -b$$

und ferner

$$[1]\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\sqrt{[1 - kk \sin b^2]} \sin(m - u) = k \cos b \sin(P - m - a)\\ \sqrt{[1 - kk \sin b^2]} \sin(m' - u) = k \cos b \sin(a' - P - m')\end{cases}$$

Die Elimination von u aus diesen beiden Gleichungen giebt die Relation der beiden Richtungen f und f' zueinander; allein um diese auf den festen gröfsten Kreis A zu beziehen, ist noch nöthig, dafs a, a' und b durch α, β; α', β' ausgedrückt werden. Dieses erhält man durch die Dreiecke abf und abf', welche, wenn man ab durch i, Oab durch n bezeichnet:

$$\cos b \cos a = \sin\beta \sin i - \cos\beta \cos i \cos(\alpha - n)$$
$$\cos b \sin a = -\cos\beta \sin(\alpha - n)$$
$$\sin b = \sin\beta \cos i + \cos\beta \sin i \cos(\alpha - n)$$

$$\cos b \cos a' = \sin\beta' \sin i - \cos\beta' \cos i \cos(\alpha' - n)$$
$$\cos b \sin a' = -\cos\beta' \sin(\alpha' - n)$$
$$\sin b = -\sin\beta' \cos i - \cos\beta' \sin i \cos(\alpha' - n)$$

ergeben. Wenn man dieses in [1] setzt, dabei aber, abgekürzt,

$$\frac{k}{\sqrt{[1 - kk \sin b^2]}}$$

durch k' bezeichnet, so erhält man die Relation zwischen den Richtungen f und f' in der gewünschten Form

$$[2]\ldots\ldots\begin{cases}\sin\beta \cos i + \cos\beta \sin i \cos(\alpha - n) = -\sin\beta' \cos i - \cos\beta' \sin i \cos(\alpha' - n)\\ \frac{1}{k'} \sin(m - u) = \sin(P - m)[\sin\beta \sin i - \cos\beta \cos i \cos(\alpha - n)] + \cos(P - m) \cos\beta \sin(\alpha - n)\\ \frac{1}{k'} \sin(m' - u) = -\sin(P + m')[\sin\beta' \sin i - \cos\beta' \cos i \cos(\alpha' - n)] - \cos(P + m') \cos\beta' \sin(\alpha' - n)\end{cases}$$

2.

Diejenige Anwendung dieser Gleichungen, von welcher hier die Rede ist, setzt voraus, dafs β, β' i kleine Gröfsen sind, oder dafs das Instrument näherungsweise berichtigt ist. Vernachlässigt man die 3te Ordnung dieser Gröfsen, so verwandeln die eben gefundenen Gleichungen sich in:

Digitized by Google

$$\beta+\beta' = -2i\cos\left(\frac{\alpha'+\alpha}{2}-n\right)\cos\frac{\alpha'-\alpha}{2}$$

$$\frac{1}{k'}\sin(m-u) = -\sin(P-m+n-\alpha)+\tfrac{1}{2}ii\sin(P-m)\cos(\alpha-n)+\tfrac{1}{2}\beta\beta\sin(P-m+n-\alpha)+i\beta\sin(P-m)$$

$$\frac{1}{k'}\sin(m'-u) = \sin(P+m'+n-\alpha')+\tfrac{1}{2}ii\sin(P+m')\cos(\alpha'-n)-\tfrac{1}{2}\beta'\beta'\sin(P'+m'+n-\alpha')-i\beta'\sin(P+m')$$

Ziehet man die 2te Gleichung von der 3ten ab, und vernachlässigt man auch $(m'-m)^3$ und $k'-k$, so erhält man dadurch:

[3]..... $\frac{1}{k}(m'-m)\cos\left(\frac{m'+m}{2}-u\right)$
$= \sin(P-m+n-\alpha)+\sin(P+m'+n-\alpha')$
$-\tfrac{1}{2}ii[\sin(P-m)\cos(\alpha-n)+\sin(P+m')\cos(\alpha'-n)]$
$-\tfrac{1}{2}\beta\beta\sin(P-m+n-\alpha)$
$-\tfrac{1}{2}\beta'\beta'\sin(P+m'+n-\alpha')$
$-i\beta\sin(P-m)-i\beta'\sin(P+m)$,

eine Gleichung, welche, wenn sie in den Quadraten der in ihr vorkommenden kleinen Gröfsen richtig sein soll, u bis zu der ersten Ordnung dieser Gröfsen incl. bekannt voraussetzt. Diese Annäherung an den Werth von u erlangt man durch die Summe der beiden ersten Glieder der Gleichungen, welche

$$2\sin\left(\frac{m'+m}{2}-u\right) = k[\sin(P+m'+n-\alpha')-\sin(P-m+n-\alpha)]$$

ergiebt.

Aus der vorher entwickelten Gleichung geht hervor, dafs $\sin(P-m+n-\alpha)$ und $-\sin(P+m'+n-\alpha')$ bis auf eine kleine Gröfse von der Ordnung $(m'-m)$, ii, $\beta\beta$, $i\beta$ einander gleich sind: die Summe der ihnen zugehörigen Winkel

$$2(P+n)+m'-m-(\alpha+\alpha')$$

ist also, bis auf eine Gröfse dieser Ordnung, entweder 0 oder 360°; hieraus entstehen zwei Fälle, deren Bedeutung vor der weiteren Verfolgung der Rechnung aufgesucht werden mufs.

Die Entfernung des Punktes P (welcher durch den brechenden Winkel des Prismas versinnlicht wird) von dem Anfangspunkte O der Winkel, in demselben Sinne genommen, in welchem die Winkel fortschreiten, ist, bis auf eine Gröfse von der Ordnung ii, $= Oab+abP = P+n-180°$; andrerseits ist dieselbe Entfernung entweder $= \frac{1}{2}(\alpha+\alpha)$ oder $\frac{1}{2}(\alpha+\alpha')-180°$, und das erste findet statt, wenn der brechende Winkel des Prismas zwischen α und α', das andere, wenn er zwischen α' und α liegt, den Uebergang von dem ersteren zu dem letzteren beidemahl in der Richtung in welcher die Winkel fortschreiten, und, wenn das folgende α kleiner ist als das vorhergehende, jenes über den Anfangspunkt der Winkel hinausgezählt angenommen. Liegt also der brechende Winkel des Prismas zwischen α und α', so ist, bis auf die oben näher angegebenen kleinen Gröfsen, $\frac{1}{2}(\alpha+\alpha') = P+n-180°$; liegt er zwischen α' und α, so ist $\frac{1}{2}(\alpha+\alpha') = P+n$.

Beide Fälle können bei der Anwendung des Instrumentes vorkommen, wie daraus hervorgeht, dafs man die Absehenslinie des Fernrohrs und die Richtung, in welcher sich der in derselben erscheinende Punkt wirklich befindet, miteinander verwechseln kann. Indem die Eintheilung des Instruments, auf welcher die Winkel α und α' gezählt werden, von der Linken zur Rechten fortschreitet, setzt der erste Fall voraus, dafs die spiegelnde Ebene des Prismas, durch welches der Durchgang eines Strahls betrachtet werden soll, sich auf der rechten Seite des vor dem Fernrohre angenommenen Beobachters befindet; der zweite Fall das Entgegengesetzte. Wenn das Prisma das auf dem Kreise des Instrumentes feste ist, und wenn dieser Kreis so gedrehet wird, dafs der Anfangspunkt der Theilungen auf seinem äufseren Rande, sich in der Nähe des Fernrohrs befindet, so ist der erste Fall vorhanden; wenn er dagegen so gedrehet ist, dafs der 180ste Grad der Theilungen in die Nähe des Fernrohrs gelangt, so ist der zweite Fall eingetreten. Allein der Gebrauch des Instrumentes findet nur innerhalb gewisser Grenzen von α statt, welche ich, ehe ich weiter gehe, näher angeben werde.

Wenn man das Prisma als ein gleichschenkliches Dreieck und die Axe desselben als mit der Axe des Instruments zusammenfallend ansieht, ferner den Anfangspunkt der Winkel so annimmt, dafs der brechende Winkel des Prismas einen Quadranten auf ihn folgt, endlich den Kreis, auf dem das Prisma fest ist, so drehet; dafs der nach dem Anfangspunkte der Winkel gehende Radius der Absehenslinie des Fernrohrs parallel wird, so ist diese Absehenslinie offenbar der spiegelnden Ebene des Prismas parallel, und ein in der Absehenslinie erscheinender Gegenstand befindet sich zugleich wirklich in derselben. Diese Lage des Kreises kann man, durch Drehung nach beiden Seiten verändern. Allein eine Drehung, durch welche auf der negativen Seite des Anfangspunktes liegende Punkte der Theilung der Absehenslinie entsprechend werden, bringt, wenn sie eine gewisse Gröfse erlangt, den Winkel des Prismas zwischen der

Digitized by Google

dem Fernrohre zugewandten brechenden und der spiegelnden Ebene, vor das Objectivglas des Fernrohrs, und erzeugt dann einen Lichtverlust, welcher anfängt, sobald ein Theil des Objectivglases verdeckt ist und daher der Drehung des Kreises nach dieser Seite eine, jedoch nicht genau anzugebende, Grenze setzt; mehrere Grade auf der negativen Seite des Anfangspunctes der Winkel sind aber noch frei vom Lichtverluste. Eine Drehung nach der entgegengesetzten Seite erlangt dagegen ihre Gränze da, wo das Prisma aufhört Strahlen zu reflectiren, also bei einem Winkel, welcher von dem Brechungsverhältnisse des Glases, woraus das Prisma gemacht ist, abhängt; bei einem, in dieser Beziehung untersuchten Exemplare des Instruments fällt diese Grenze etwa auf $\alpha = 50°$. In dem ersten Falle liegt also die eine Grenze einige Grade jenseits des Anfangspunktes der Winkel, die andere bei $\alpha = 50°$; in dem zweiten Falle, welcher aus der Verwechselung des in das Prisma einfallenden Strahls mit dem ausgehenden, und umgekehrt, entsteht, sind die Grenzen $180° - 50° = 130°$ und $180°$ + einige Grade.

3.

Es ist indessen nur nöthig, einen der Fälle durch die Rechnung zu verfolgen, indem der andere dadurch aus ihm entsteht, dafs die Richtung der Absehenslinie und die Richtung des Objectes miteinander vertauscht werden. Ich werde den ersten vornehmen, in welchem

$$2(P+n) + (m'-m) - (\alpha'+\alpha) - 360°$$

ein kleiner Winkel ist.

Die Gleichung zwischen β und β' verwandelt sich, wenn man

$$\frac{\alpha+\alpha'}{2} - n = P - 180°$$

setzt, in

$$\beta'+\beta = 2i \cos P \cos\frac{\alpha'-\alpha}{2}.$$

Der Fehler dieser Formel ist von der Ordnung $i(m'-m)$, also, wenn $m'-m$ als eine Gröfse der ersten Ordnung betrachtet wird, von der zweiten. Dieser Fehler erlangt jedoch auf die Gleichung zwischen α und α' nur einen Einfluss der dritten Ordnung, weshalb es, in Beziehung auf diese Gleichung, erlaubt ist, ihn zu begehen; für β' selbst hat die schärfere Angabe, so viel ich sehe, kein Interesse; auch ist $m'-m$, wenn das Prisma so sorgfältig gearbeitet ist, wie bei den mit der Aufschrift: *Steinheil und Ertel* versehenen Instrumenten, so klein, dafs die vernachlässigte Gröfse unmerklich wird. Ich werde es daher bei der angegebenen Gleichung zwischen β und β' bewenden lassen.

Wenn man, dieser Gleichung zufolge,

$$\frac{\beta'-\beta}{2} + i \cos P \cos\frac{\alpha'-\alpha}{2} \text{ für } \beta'$$

$$-\frac{\beta'-\beta}{2} + i \cos P \cos\frac{\alpha'-\alpha}{2} \text{ für } \beta$$

schreibt, so reducirt man die Glieder der zweiten Ordnung der Gleichung [3] leicht auf:

$$i \cos P \cos\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2} - \mu\right)\left[i \sin P + (\beta'-\beta)\sin\frac{\alpha'-\alpha}{2}\right],$$

wo μ, zur Abkürzung, für $\frac{1}{2}(m'+m)$ geschrieben ist. Die Summe der beiden Sinus, welche in derselben Gleichung unmittelbar auf das Gleichheitszeichen folgen, ist

$$= 2\sin\left[P+n+\frac{m'-m}{2}-\frac{\alpha'+\alpha}{2}\right]\cos\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2}-\mu\right),$$

und zur Erklärung von $\mu - u$ hat man:

$$\sin(\mu-u) = k\cos\left[P+n+\frac{m'-m}{2}-\frac{\alpha'+\alpha}{2}\right]\sin\left(\mu-\frac{\alpha'-\alpha}{2}\right),$$

also, da der Cosinus $= -1$ gesetzt werden kann,

$$\sin(\mu-u) = k\sin\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2}-\mu\right).$$

Führt man nun eine abgekürzte Bezeichnung ein, nämlich

$$\varphi x \text{ für } \frac{1}{k}\frac{\cos x'}{\cos x}$$

wobei x' aus der Gleichung

$$\sin x' = k \sin x$$

hervorgegangen ist und stets in demselben Quadranten genommen wird, in welchem x liegt, so erhält man aus der Gleichung [3]

$$[4]\ldots(m'-m)\,\varphi\left[\frac{\alpha'-\alpha}{2}-\mu\right]$$
$$= 360° - 2(P+n) - (m'-m) + \alpha' + \alpha$$
$$- ii \sin P \cos P - i(\beta'-\beta)\cos P \sin\frac{\alpha'-\alpha}{2}.$$

Diese Gleichung erhält einen einfacheren Ausdruck, wenn man die darin vorkommenden Winkel α und α' von demjenigen Punkte der Eintheilung des äufseren Randes des Instruments anrechnet, welcher dem Index dieser Eintheilung entspricht, indem das Bild eines in der Absehenslinie des Fernrohres befindlichen Gegenstandes, auch durch das Prisma in dieselbe gebracht wird. Man hat nämlich für diesen Fall $\alpha = 0$, und indem der Gegenstand selbst sich in der Absehenslinie befindet, $\alpha' = 180°$, wodurch man erhält:

$$\beta'+\beta = 0$$
$$(m'-m)\,\varphi(90°-\mu) = 360° - 2(P+n) - (m'-m) + 180°$$
$$- ii \sin P \cos P + 2i\beta \cos P.$$

Digitized by Google

Ziehet man diese letzte Gleichung von [4] ab, so erlangt man

$$\alpha'+\alpha = 180^\circ+(m'-m)\left[\varphi\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2}-\mu\right)-\varphi(90^\circ-\mu)\right] + 2i\beta\cos P+i(\beta'-\beta)\cos P\sin\frac{\alpha'-\alpha}{2};$$

verbindet man dieses mit

$$\beta'+\beta = 2i\cos P\cos\frac{\alpha'-\alpha}{2},$$

und setzt man, in den kleinen Gliedern der Gleichung, $180^\circ-\alpha$ für α', so findet man die vollständig entwickelten Gleichungen für den I Fall:

$$[5]..\begin{cases}\alpha'+\alpha = 180^\circ+(m'-m)[\varphi(90^\circ-\alpha-\mu)-\varphi(90^\circ-\mu)] \\ \qquad +2i\beta\cos P(1-\cos\alpha)+ii\cos P^2\sin 2\alpha \\ \beta'+\beta = 2i\cos P\sin\alpha.\end{cases}$$

Die Gleichungen für den zweiten Fall erhält man, aus den eben gegebenen, wenn man α, β und α', β' miteinander verwechselt; allein indem die Winkel nun von der Richtung, welche vorher dem Objecte zugehörte, nach der vorher der Absehenslinie zugehörigen, in demselben Sinne fortgezählt werden, in welchem vorher von der letzteren nach der ersteren gezählt wurde, ist jene um 360° gröfser anzunehmen als vorher. Man hat also, um die Gleichung für den ersten Fall auf den zweiten zu übertragen, α für α' und $\alpha'-360^\circ$ für α zu schreiben. Hierdurch erhält man für den II Fall:

$$[5]^*...\begin{cases}\alpha'+\alpha = 540^\circ+(m'-m)[\varphi(-90^\circ+\alpha-\mu)-\varphi(90^\circ-\mu)] \\ \qquad +2i\beta\cos P(1+\cos\alpha)+ii\cos P^2\sin 2\alpha \\ \beta'+\beta = -2i\cos P\sin\alpha.\end{cases}$$

Die hier vorausgesetzte Bestimmung des Anfangspunktes der Winkel verlangt, dafs man einen Gegenstand zugleich direct und durch das erste Prisma in die Absehenslinie des Fernrohrs bringe; der Punkt der Theilung auf dem äufseren Rande des Instruments, welchen der Index anzeigt, indem dieses stattfindet, ist der gesuchte Anfangspunkt. Man findet ihn leicht, wenn man das auf der Alhidade feste Prisma abnimmt, um über das auf dem Kreise feste, mit dem halben Objective hinwegsehen zu können, während die andere Hälfte des Objectives das ihr durch das Prisma zugehende Bild zeigt. Allein da man auch den Träger des Fernrohres so weit in die Höhe schieben kann, dafs man über beide Prismen hinwegsieht, so kann man auch dadurch zu demselben Ziele gelangen; wenn man dieses will, so ist nöthig, das Instrument fest aufzulegen, damit die Richtung des Fernrohres sich nicht verändere, während man es wieder herunterschieht, um den vorher in die Absehenslinie gebrachten Gegenstand auch durch das Prisma sehen und durch Drehung des Kreises gleichfalls in dieselbe bringen zu können. Der die Winkel angebende Index des äufseren, eingetheilten Randes, kann, durch vorhandene Berichtigungsschrauben, so gestellt werden, dafs er dem Anfangspunkte der Eintheilungen unmittelbar, d. h. ohne Zurechnung eines Indexfehlers entspricht. Uebrigens ist, bei der Kleinheit der von α abhängigen Glieder, eine beiläufige Bestimmung des Anfangspunktes hinreichend.

4.

So wie die Gleichungen [5] und [5]* den Durchgang eines Strahls durch das auf dem Kreise des Instrumentes feste Prisma bestimmen, leisten ähnliche Gleichungen dasselbe für das auf dem Alhidadenkreise befestigte und mit demselben bewegliche. Aufser den Unterschieden, welche durch die, von der vorigen verschieden anzunehmende Construction des Prismas und durch anders zu bezeichnende Werthe von P, n, i entstehen, sind die für das zweite Prisma geltenden Gleichungen, nur dadurch von den vorigen verschieden, dafs die Winkel α und α', welche sich jetzt auf einen, auf dem Alhidadenkreise willkührlich anzunehmenden Anfangspunkt beziehen, auf den vorigen Anfangspunkt reducirt werden müssen. Wenn man den Punkt der Eintheilung auf dem inneren Rande des Kreises, welchen der Index des Alhidadenkreises anzeigt, durch δ bezeichnet, der Anfangspunkt dieser Theilung aber mit dem Punkte h der Theilung auf dem äufseren Rande übereinstimmt, so ist der Ort des Index des Alhidadenkreises auf der letzteren Theilung $= h+\delta$; wenn daher der Index der letzteren α angiebt, so ist seine, der Ordnung der Theilungen nach gemessene Entfernung von dem Index des Alhidadenkreises $= \alpha-h-\delta$. Es müssen also die in der Gleichung [4] vorkommenden Winkel um $h+\delta$ vermindert werden, indem sie sich auf den Index des Alhidadenkreises beziehen sollen. Ich werde nun für α und β die vorige Bezeichnung beibehalten, für α' und β' aber α_1' und β_1' schreiben, wodurch diese neue Richtung diejenige wird, von welcher Strahlen, durch das zweite Prisma, gleichfalls in die Absehenslinie des Fernrohrs gebracht werden. Für dieses Prisma schreibe ich m_1', m_1, P_1, n_1, i_1 statt der vorigen, ähnlichen Zeichen.

Man hat also für das zweite Prisma, vorausgesetzt dafs es sich im ersten Falle befindet,

$$\beta_1'+\beta = 2i_1\cos P_1\cos\frac{\alpha_1'-\alpha}{2}$$

und statt der Gleichung [4]

$$[6].....(m_1'-m_1)\,\varphi\left(\frac{\alpha_1'-\alpha}{2}-\mu\right) = 360^\circ-2(P_1+n_1)-(m_1'-m_1)+\alpha_1'+\alpha-2h-2\delta - i_1i_1\sin P_1\cos P_1-i_1(\beta_1'-\beta)\cos P_1\sin\frac{\alpha_1'-\alpha}{2}.$$

Digitized by Google

Um diese Gleichung zu vereinfachen, werde ich $P_1+\pi_1+h$ durch dasselbe Mittel, welches in gleicher Absicht, im 3ten Art. angewandt worden ist, fortschaffen. Ich nehme, nachdem der Kreis des Instruments so gestellt worden ist, dafs $\alpha = 0$ ist, die Alhidade so gedrehet an, dafs beide Prismen die Bilder eines entfernten Gegenstandes, in der Absehenslinie des Fernrohres, zur Deckung bringen, und warde den Punkt der Eintheilung, welchen der Index der Alhidade dann anzeigt, durch c bezeichnen. Diese Deckung der Bilder kann auf zwei Arten hervorgebracht werden, dadurch nämlich, dafs beide Prismen ihre brechenden Winkel nach einer Richtung, oder nach entgegengesetzten Richtungen wenden; ich werde hier die letzte Art annehmen. Man hat also $\alpha = 0$ und $\alpha_1' = \alpha'$, nnd da dieses letztere $= 180°$ ist, $\alpha_1' = 180°$. Das Prisma der Alhidade befindet sich im zweiten Falle, weshalb man in der Gleichung [6], der Erklärung im 3ten Art. zufolge, 0 für α_1' und $180°-360° = -180°$ für α zu schreiben hat, und

$$(m_1'-m_1)\varphi(90°-\mu) = 180°-2(P_1+\pi_1)-(m_1'-m_1)-2h-2c - i_1 i_1 \sin P_1 \cos P_1 + 2i_1\beta\cos P_1$$

erhält. Ziehet man diese Gleichung von [6] ab, so ergiebt sich

$$\alpha_1'+\alpha = -180°+2(\delta-c)+(m_1'-m_1)\left[\varphi\left(\frac{\alpha_1'-\alpha}{2}-\mu\right)-\varphi(90-\mu)\right] + 2i_1\beta\cos P_1 + i_1(\beta_1'-\beta)\cos P_1 \sin\frac{\alpha_1'-\alpha}{2};$$

verbindet man dieses mit

$$\beta_1'+\beta = 2i_1\cos P_1\cos\frac{\alpha_1'-\alpha}{2}$$

nnd setzt man, in den kleinen Gliedern, $\alpha_1' = -180°+2(\delta-c)\alpha$ so wie, zur Abkürznng, d für $\delta - c$, so erhält man die ganz entwickelten Gleichungen, für den Durchgang eines Strahls durch das Prisma der Alhidade, im I Falle:

$$[7]\ldots\ldots\begin{cases}\alpha_1'+\alpha = -180°+2(\delta-c)+(m_1'-m_1)[\varphi(-90°-\alpha+\delta-\mu)-\varphi(90°-\mu)] \\ \qquad +2i_1\beta\cos P_1(1+\cos(\alpha-d))+i_1 i_1\cos P_1^2\sin 2(\alpha-d) \\ \beta_1'+\beta = -2i_1\cos P_1\sin(\alpha-d)\end{cases}$$

Für den II Fall erhält man hieraus, indem man α für α_1' und $\alpha_1'-360°$ für α setzt

$$[7]^*\ldots\ldots\begin{cases}\alpha_1'+\alpha = 180°+2(\delta-c)+(m_1'-m_1)[\varphi(90°+\alpha-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)] \\ \qquad +2i_1\beta\cos P_1(1-\cos(\alpha-d))+i_1 i_1\cos P_1^2\sin 2(\alpha-d) \\ \beta_1'+\beta = 2i_1\cos P_1\sin(\alpha-d).\end{cases}$$

5.

Aus den vier Gleichungen [5], [5]*, [7], [7]* geht der Ausdruck des Winkels hervor, welchen beide, durch α', β' und α_1', β_1' bestimmte Richtungen einschliefsen, desselben Winkels also, den man mit dem Instrumente beobachtet. Bezeichnet man ihn durch D, so ist

$$\cos D = \sin\beta'\sin\beta_1' + \cos\beta'\cos\beta_1'\cos(\alpha_1'-\alpha')$$

woraus, in Gröfsen der zweiten Ordnung richtig,

$$D = \pm[\alpha_1'-\alpha'+\tfrac{1}{2}(\beta_1'-\beta')^2\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}(\alpha_1'-\alpha') - \tfrac{1}{2}(\beta_1+\beta')^2\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\alpha_1'-\alpha')]$$

folgt.

Diese Formel werde ich in der Voraussetzung entwickeln, dafs die brechenden Winkel beider Prismen gegeneinander gewandt sind, oder dafs, wenn das eine Prisma sich in dem einen Falle befindet, das andere in dem anderen ist. Ist das Prisma auf dem Kreise in dem Falle I, das auf der Alhidade in dem Falle II, so sind die Gleichungen [5] und [7]* anzuwenden. Ich werde jedoch das Resultat derselben dadurch abkürzen, dafs ich schreibe:

γ für $i\cos P$; γ_1 für $i_1\cos P_1$

M für $(m'-m)[\varphi(90°-\alpha-\mu)-\varphi(90°-\mu)] - (m_1'-m_1)[\varphi(90°+\alpha-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$

ξ für $2\beta[\gamma-\gamma\cos\alpha-\gamma_1+\gamma_1\cos(\alpha-d)] + \gamma\gamma\sin 2\alpha - \gamma_1\gamma_1\sin 2(\alpha-d)$

η für $\gamma\sin\alpha-\gamma_1\sin(\alpha-d)$

ζ für $\beta-\gamma\sin\alpha-\gamma_1\sin(\alpha-d)$

Hierdurch erhält man, aus den angeführten beiden Gleichungen:

$$\alpha_1'-\alpha' = 2(\delta-c)-M-\xi$$
$$\beta_1'-\beta' = -2\eta$$
$$\beta_1'+\beta' = -2\zeta$$

wodurch

$$[8]\ldots D = 2(\delta-c)-M-\xi+2\eta\eta\operatorname{cotg} d - 2\zeta\zeta\operatorname{tang} d$$

wird.

Ist dagegen das Prisma auf dem Kreise in dem Falle II, das auf der Alhidade in dem Falle I, so dafs die Gleichungen [5]* und [7] anzuwenden sind, so erhält man, indem man die Bezeichnungen

Digitized by Google

M' für $(m'-m)\,[\varphi(-90°+\alpha-\mu)-\varphi(90°-\mu)]-(m_{,}'-m_{,})\,[\varphi(-90°-\alpha+d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$
ξ' für $2\beta\,[\gamma+\gamma\cos\alpha-\gamma_{,}\cos(\alpha-d)]+\gamma\gamma\sin 2\alpha-\gamma_{,}\gamma_{,}\sin 2(\alpha-d)$

und η und ζ wie vorher anwendet:

$$\alpha'-\alpha_{,}' = 720°-2(\delta-c)+M'+\xi'$$
$$\beta_{,}'-\beta' = -2\eta$$
$$\beta_{,}'+\beta' = -2\zeta;$$

wodurch

$$[8]^{a}\ldots D = 720°-2(\delta-c)+M'+\xi'-2\eta\eta\,\mathrm{cotg}\,d+2\zeta^{2}\zeta\,\mathrm{tang}\,d$$

wird.

6.

Durch die beiden Formeln [8] und [8]ª kann beurtheilt werden, in wiefern die verschiedenen Arten das Instrument anzuwenden, das Resultat von den angenommenen Unvollkommenheiten der Prismen und der Berichtigungen abhängig ergeben.

Herr Dr. *von Steinheil* empfiehlt (Astr. Nachr. Nr. 247) zwei Beobachtungsarten, welche beide den Indexfehler c als bekannt voraussetzen. Ich nehme an, dafs derselbe auf die Art gefunden ist, welche ich im 4ten Art. beschrieben habe, d. h. bei der Stellung des Kreises auf $\alpha = 0$.

Die eine Beobachtungsart giebt den gesuchten Winkel durch das arithmetische Mittel aus zwei Messungen, deren eine angestellt wird wenn $\alpha = 0$ ist, die andere wenn es $= d$ ist. Für die erste dieser Messungen ist

$$M = -(m_{,}'-m_{,})\,[\varphi(90°-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi = -2\beta\gamma_{,}(1-\cos d)+\gamma_{,}\gamma_{,}\sin 2d$$
$$\eta = \gamma_{,}\sin d$$
$$\zeta = \beta+\gamma_{,}\sin d;$$

für die andere:

$$M = (m'-m)\,[\varphi(90°-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi = 2\beta\gamma(1-\cos d)+\gamma\gamma\sin 2d$$
$$\eta = \gamma\sin d$$
$$\zeta = \beta-\gamma\sin d.$$

Setzt man Beides in die Formel [8] und nimmt man das arithmetische Mittel der beiden daraus hervorgehenden Ausdrücke, so ist dieses der Ausdruck des aus der hier untersuchten Beobachtungsart hervorgehenden Winkels, nämlich:

$$[9]\ldots D = 2d-\left[\frac{(m'-m)-(m_{,}'-m_{,})}{2}\right][\varphi(90°-d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$+\beta(\gamma_{,}-\gamma)(1-\cos d)$$
$$-\mathrm{tang}\,d\,[(\beta+\gamma_{,}\sin d)^{2}+(\beta-\gamma\sin d)^{2}]$$

Die andere Beobachtungsart setzt nur Eine Messung voraus, welche gemacht wird, indem man den Kreis auf $\alpha = \frac{1}{2}d$ stellt. In diesem Falle ist

$$M = [(m'-m)-(m_{,}'-m_{,})]\,[\varphi(90°-\tfrac{1}{2}d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi = -2\beta(\gamma_{,}-\gamma)(1-\cos\tfrac{1}{2}d)+(\gamma_{,}\gamma_{,}+\gamma\gamma)\sin d$$
$$\eta = (\gamma_{,}+\gamma)\sin\tfrac{1}{2}d$$
$$\zeta = \beta+(\gamma_{,}-\gamma)\sin\tfrac{1}{2}d$$

und der Ausdruck des beobachteten Winkels wird, aus der Formel [8]:

$$[10]\,D = 2d-[(m'-m)-(m_{,}'-m_{,})][\varphi(90°-\tfrac{1}{2}d-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$+2\beta(\gamma_{,}-\gamma)(1-\cos\tfrac{1}{2}d)-(\gamma_{,}\gamma_{,}+\gamma\gamma)\sin d$$
$$+(\gamma_{,}+\gamma)^{2}\cos d\,\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}d$$
$$-2[\beta+(\gamma_{,}-\gamma)\sin\tfrac{1}{2}d]^{2}\,\mathrm{tang}\,d.$$

Diese beiden Formeln zeigen, in wiefern die Winkel, welche man nach der einen oder anderen dieser Beobachtungsarten mifst, von angenommenen Unvollkommenheiten in der Construction der Prismen unabhängig sind. Sie sind davon frei, wenn $m'-m = m_{,}'-m_{,}$ ist. Um dieses zu bewirken, hat Herr *von Steinheil* beide Prismen in einem Stücke schleifen lassen und sie so auf das Instrument gesetzt, dafs sie ähnlich liegen, wenn die brechenden Winkel beider nach derselben Richtung gewandt sind. Damit man indessen ohne Weiteres übersehen könne, wie grofsen Einflufs auf den Winkel einer Ungleichheit der Prismen, $x = (m'-m)-(m_{,}'-m_{,})$, erhält, werde ich hier eine Tafel für die Werthe von

$$x\,[\varphi(90°-\gamma-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$

mittheilen, welche unter den Annahmen $k = 0{,}665$, $\mu = 45°$ berechnet worden ist:

γ	
0°	$0{,}0000\cdot x$
5	$-0{,}1021\cdot x$
10	$-0{,}1798\cdot x$
15	$-0{,}2392\cdot x$
20	$-0{,}2844\cdot x$
25	$-0{,}3185\cdot x$
30	$-0{,}3432\cdot x$
35	$-0{,}3601\cdot x$
40	$-0{,}3698\cdot x$
45	$-0{,}3730\cdot x$
50	$-0{,}3698\cdot x$

Es geht aus dieser Tafel hervor, dafs die erste Beobachtungsart das Resultat weniger von x abhängig ergiebt als die zweite; für $d = 45°$, oder $D = 90°$ z. B. ist der Einflufs von x auf den Winkel, nach der ersten $= +0{,}1865x$, nach der zweiten $= +0{,}3027\,x$.

Herr Etatsrath *Schumacher* zieht diesen beiden Beobachtungsarten eine dritte vor, welche die Bestimmung des Indexfehlers nicht voraussetzt. Nachdem nämlich eine

Digitized by Google

Messung, bei der Stellung des Kreises auf $\alpha = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}D$ gemacht ist, macht man noch eine zweite, indem man den Kreis auf $\alpha = 180° - \frac{1}{2}D$ stellt, wodurch der Winkel auf der entgegengesetzten Seite des Anfangspunktes gemessen, also vom Indexfehler befreiet wird. Die erste dieser Messungen ist bereits durch die Formel [10] untersucht worden; die andere erfordert, dafs, in [8]*, $180° - \frac{1}{2}D$ statt α gesetzt, und für den Punkt der Theilung, welchen der Index der Alhidade nun zeigt, ein neues Zeichen ($\delta_,$) eingeführt werde. Hierdurch wird, wenn man vorläufig keine Rücksicht auf die kleinen Glieder der Gleichung [8]* nimmt, $\delta_, - c = 360° - \frac{1}{2}D$, welches also der in dieser Gleichung vorkommende Werth von d ist. Man erhält also für diese Anwendung derselben:

$$M' = [(m'-m)-(m_,'-m_,)][\varphi(90°-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi' = -2\beta(\gamma_,-\gamma)(1-\cos\tfrac{1}{2}D) - (\gamma_,\gamma_,+\gamma\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\eta = -(\gamma_,+\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\zeta = \beta-(\gamma_,-\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D$$

und, indem man diese Ausdrücke in [8]* setzt,

$$D = 720°-2\delta_,+2c+[(m'-m)-(m_,'-m_,)][\varphi(90°-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]-2\beta(\gamma_,-\gamma)(1-\cos\tfrac{1}{2}D)-(\gamma_,\gamma_,+\gamma\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$+(\gamma_,+\gamma)^2\cos\tfrac{1}{2}D\,tg\,\tfrac{1}{2}D-2[\beta-(\gamma_,-\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D]^2\,tg\,\tfrac{1}{2}D.$$

Addirt man hierzu die Formel [10], nämlich,

$$D = 2\delta-2c-[(m'-m)-(m_,'-m_,)][\varphi(90-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]+2\beta(\gamma_,-\gamma)(1-\cos\tfrac{1}{2}D)-(\gamma_,\gamma_,+\gamma\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$+(\gamma_,+\gamma)^2\cos\tfrac{1}{2}D\,tang\,\tfrac{1}{2}D-2[\beta+(\gamma_,-\gamma)\sin\tfrac{1}{2}D]^2\,tang\,\tfrac{1}{2}D$$

und halbirt man die Summe, so erhält man, nach einer leichten Zusammenziehung:

$$[11]\ldots.D = \delta+360°-\delta_,-tg\,\tfrac{1}{2}D[(\gamma_,+\gamma)^2\sin\tfrac{1}{2}D^2+(\gamma_,-\gamma)^2\cos\tfrac{1}{2}D^2+(\gamma_,-\gamma)^2\sin\tfrac{1}{2}D\,tg\,\tfrac{1}{2}D]-2\beta\beta\,tg\,\tfrac{1}{2}D$$

Diese dritte Beobachtungsart hat, wie der Ausdruck ihres Resultats zeigt, den wesentlichen Vorzug vor den beiden ersten, dafs sie unabhängig von der Voraussetzung der Gleichheit beider Prismen, zum Resultate führt. Will man den beiden ersten Beobachtungsarten denselben Vortheil aneignen, so mufs man sie in beiden Lagen der Prismen, d. h. wenn α sowohl in der Nähe von 0, als von 180° ist (Art. 2), gleich oft anwenden und aus allen so erhaltenen Messungen eines Winkels das Mittel nehmen. Die dritte Beobachtungsart ist jedoch beträchtlich vortheilhafter, da sie auch dem Ablesungsfehler der Theilungen weniger Einfluss auf das Resultat verstattet und dieses von einer Unvollkommenheit der Bestimmung des Indexfehlers ganz befreiet.

Dieselben Vortheile kann man auch erlangen, wenn man zwei Messungen miteinander verbindet, bei welchen $\alpha = 0$ und $\alpha = 180°$ ist. Für die erste derselben ist:

$$M = -(m_,'-m_,)[\varphi(90°-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi = -2\beta\gamma_,(1-\cos\tfrac{1}{2}D)+\gamma_,\gamma_,\sin D$$
$$\eta = \gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\zeta = \beta+\gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D$$

und nach der Formel [8]:

$$D = 2\delta-2c+(m_,'-m_,)[\varphi(90-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$+2\beta\gamma_,(1-\cos\tfrac{1}{2}D)$$
$$-2(\beta+\gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D)^2\,tg\,\tfrac{1}{2}D;$$

für die andere ist:

$$M' = -(m_,'-m_,)[\varphi(90°-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi' = -2\beta\gamma_,(1-\cos\tfrac{1}{2}D)-\gamma_,\gamma_,\sin D$$
$$\eta = -\gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\zeta = \beta-\gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D$$

und die Formel [8]* ergiebt:

$$D = 720°-2\delta_,+2c-(m_,'-m_,)[\varphi(90°-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$-2\beta\gamma_,(1-\cos\tfrac{1}{2}D)$$
$$-2(\beta-\gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D)^2\,tg\,\tfrac{1}{2}D.$$

Die Summe beider Formeln giebt den Ausdruck:

$$[12]\ldots.D = \delta+360°-\delta_,$$
$$-2\gamma_,\gamma_,\sin\tfrac{1}{2}D^2\,tang\,\tfrac{1}{2}D-2\beta\beta\,tang\,\tfrac{1}{2}D$$

Auch erlangt man dieselben Vortheile, wenn man zwei Messungen miteinander verbindet, bei welchen $\alpha = \frac{1}{2}D$ und $= 180° - \frac{1}{2}D$ ist. Für die erste derselben hat man die oben schon angeführten Ausdrücke für M, ξ, η, ζ, woraus, nach [8],

$$D = 2\delta-2c-(m'-m)[\varphi(90°-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$-\beta\gamma(1-\cos\tfrac{1}{2}D)$$
$$-2[\beta-\gamma\sin\tfrac{1}{2}D)^2\,tang\,\tfrac{1}{2}D$$

hervorgeht. Für die andere ist

$$M' = (m'-m)[\varphi(90°-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$\xi' = 2\beta\gamma(1-\cos\tfrac{1}{2}D)-\gamma\gamma\sin D$$
$$\eta = -\gamma\sin\tfrac{1}{2}D$$
$$\zeta = \beta+\gamma\sin\tfrac{1}{2}D$$

und

$$D = 720°-2\delta_,+2c+(m'-m)[\varphi(90°-\tfrac{1}{2}D-\mu)-\varphi(90°-\mu)]$$
$$+2\beta\gamma(1-\cos\tfrac{1}{2}D)$$
$$-2(\beta+\gamma\sin\tfrac{1}{2}D)^2\,tang\,\tfrac{1}{2}D.$$

Die halbe Summe beider ergiebt:

$$[13]\ldots.D = \delta+360°-\delta_,$$
$$-2\gamma\gamma\sin\tfrac{1}{2}D^2\,tang\,\tfrac{1}{2}D-2\beta\beta\,tang\,\tfrac{1}{2}D.$$

(Der Beschlufs folgt.)

Digitized by Google

BEILAGE
ZU
№ 254. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Neuestes Verzeichniſs der optischen Apparate, welche von *G. S. Plössl*, Optiker und Mechaniker in Wien, am Wienflusse, nächst der Ketten-Fahrbrücke, am Eck der Heumühlgasse, Nr. 816, für beigesetzte Preise in Conventionsmünze oder Augsburger Courant verfertiget werden.

Practisches Fortschreiten der Optik und des Künstlers, so wie fortgesetzte Erfahrungen über die Wünsche der Abnehmer, haben neuerdings Zusätze und einige Veränderungen in diesem Verzeichnisse veranlaſst. Besonders hat die ausgezeichnet günstige Würdigung der dialytischen Einrichtung bei gröſseren Fernröhren, durch die competentesten Sachverständigen des Inn- und Auslandes; den Künstler bestimmt, die Standperspective künftig nur dialytisch zu verfertigen, indem die Abnehmer sowohl an Schärfe der Wirkung und bequemen Kürze des Tubus, als auch im Preise gewinnen. Nur auf besonderes Verlangen werden daher noch derlei Instrumente der älteren Einrichtung um die hier wiederholten älteren Preise geliefert. Im October 1833.

1. Augengläser, rund oder oval, convex oder concav, mit Fassung von feinem Stahl oder Büffelhorn. 1 fl 36 kr.
2. Derlei in feinerer Fassung. 2—3 fl.
3. Derlei in Fassung von gehämmertem feinen Silber. 4 fl. 48 kr.
4. Derlei in Fassung von Schildkröte, mit silbernen Spangen und Schernieren. 5 fl. 30 kr.
5. Derlei in Fassung von Schildkröte, mit derlei Spangen und silbernen Schernieren. 6 fl.

1. Doppellorgnette mit Fassung von Büffelhorn. 1 fl. 36 kr.
2. Derlei mit Fassung von Elfenbein und Horn. 2 fl.
3. Derlei von feinem Stahle, die Glastheile zum Zusammenlegen. 2 fl.
4. Derlei von gehämmertem feinen Silber. 3 fl. 40 kr.
5. Derlei mit Fassung von Elfenbein und Silber, mit Springfedern. 4 fl.
6. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen. 4 fl.
7. Derlei mit Fassung von Schildkröte und Silber, mit Springfedern. 6 fl.
8. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen. 5 fl.
9. Derlei mit Fassung von Perlmutter und Silber, mit Springfedern. 6 fl.
10. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen. 5 fl.
11. Einfache Lorgnetten in Büffelhorn gefaſst. 1 fl. 12 kr.
12. Derlei in Schildkröte. 4 fl.
13. Derlei in Perlmutter und Silber. 4 fl.
14. Ringstecher von Büffelhorn. 40 kr.
15. Derlei von Silber. 2 fl.
16. Lesegläser, in Fischbein gefaſst. 3—8 fl.

Die genannten Gegenstände werden auf besondere Bestellung auch in Goldfassung geliefert, so wie periskopische und isochromatische Brillen.

1. Theaterperspectiv, ganz silberplattirt, mit einer Auszugröhre, achromatischem Objective von 12—18‴ Oeffnung und 3mal. Vergröſserung, in Schieberfutteral von Maroquin. 5—10 fl.
2. Derlei goldplattirt. 7—13 fl.
3. Derlei von Elfenbein mit silberplattirter Auszugröhre, Objective von 16—22‴ Oeffnung und 3mal. Vergröſserung, in Schieberfutteral von Maroquin. 8—14 fl.
4. Derlei mit goldplattirter Auszugröhre, in Scharnierfutteral von Maroquin. 11—18 fl.
5. Theaterperspectiv von Elfenbein mit einer silberplattirten Auszugröhre, Objectiv-Oeffnung von 15—21‴ und zwei Oculeren zum Verschieben, wovon eines zum Theatergebrauche von 3mal. Vergröſs., das andere zum Gebrauche im Freien mit 6mal. Vergr., in Scharnierfutteral von Maroquin. 14-22 fl.
6. Derlei mit goldplattirter Auszugröhre. 16—25 fl.
7. Dialyt. Theaterpersp. mit schwarzlakirter Röhre und zwei messingenen Auszugsröhren, von 18—22‴ Oeffnung, in Scharnierfutteral von Maroquin. 10—14 fl.
8. Kleiner Feldstecher, ganz silberplattirt, mit einer Auszugröhre, achromatischem Objective von 1″ Oeffnung und drei Ocularen zum Verschieben, von 4-, 8- und 12mal. Vergröſserung, in Schieberfutteral von Maroquin. 15 fl.
9. Derlei ganz goldplattirt, in Scharnierfutteral von Maroq. 18 fl.
10. Derlei von Messing mit Deckeln, in einem ladernen Beutelchen. 15 fl.
11. Derlei von Messing, mit drei Auszugröhren, in ledernem Beutelchen. 16 fl.
12. Derlei mit angeschraubtem Einschraubringe, in ledernem Beutelchen. 18—19 fl.
13. Grofser Feldstecher von Messing, mit drei Auszugröhren, achromat. Objective von 19‴ Oeffnung u. vier verschiebbaren Ocularen von 4-, 8-, 13- u. 20mal. Vergröſs., nebst angeschraubtem Einschraubringe, in ledernem Beutelchen. 30 fl.

Ueber Feldstecher siehe Zeitschr. Bd. VIII. S. 189, Astr. Nachr. Nr. 188. Beilage S. 381.

1. Auszugfernrohr von 14″ Länge, mit hölzerner polirter Röhre, drei messingenen Auszugröhren, achromat. Objective von 9‴ Brennweite u. 1″ Oeffnung, in Futt. von Maroquin. 18 fl.
2. Derlei von 18″ Länge, Objective von 13″ Brennweite und 13‴ Oeffnung. 22 fl.
3. Derlei von 24″ Länge, Objective von 16″ Brennweite und 16‴ Oeffnung. 28 fl.
4. Derlei von 30″ Länge, Objective von 20″ Brennweite und 19‴ Oeffnung. 37 fl.

Digitized by Google

5. Dasselbe mit penkrat. Auszuge nach Dr. *Kitchiner*, wodurch die Vergröfs. bis an $\frac{3}{4}$ allmähl. gesteigert werden kann. 40 fl. (Zeitschr. Bd. IV, S. 501.)
6. Derlei von 36″ Länge, mit vier Auszugröhren, Objective von 25″ Brennweite und 24‴ Oeffnung. 60 fl.
7. Dasselbe mit pankratischem Auszuge, wie oben. 63 fl.
8. Kalblederne oder juchtene Futterale für obige Zugfernröhre, mit Riemen zum Umhängen, statt des Schiaberfutterales, nach der Gröfse mehr: 2—4 fl.

Alle vorgenannten Auszugfernröhre werden, auf besondere Bestellung, mit silberplattirten Auszugröhren um dieselben Preise geliefert.

9. Stockfernrohr, ganz von Metall und lakirt, das Fernrohr selbst von 20″ Länge mit Objective von 1″ Oeffnung. 18 fl.
10. Astronomische Ocular-Aufsätze zu obigen Zugfernröhren, zum Auswechseln gegen die letzte Auszugröhre, mit einem Sonnenglase; nach der Gröfse 4—6 fl.
11. Einschraubringe für diese Zugfernröhre, um sie an Bäume, Pfosten, Fensterstöcken u.s.w. zu befestigen; nach der Gröfse 3–6 fl.
12. Glasmikrometer, mit Fassung, in die Oculare dieser Zugperspective einzuschieben, mit Theilung der Wiener Linie in 10—20 Theile. 4 fl.
13. Leichtes tragbares Pyramidalstativ für diese Zugfernröhre und Feldstecher, zum Zusammenlegen und höher und niedriger Stellen eingerichtet, von polirtem Nufsbaumholz mit messingenen Scharnieren; nach der Gröfse 4—6 fl.
14. Derlei kleinere, in Form und zum Gebrauche als Spazierstock, für die Feldstecher. 5 fl.

1. Fernrohr auf Stativ aus messingener Säule mit Dreifufs zum Zusammenlegen; mit horizontaler und verticalee Bewegung; messingenem Tubus von 34″ Länge; Objective von 25″ Brennweite und 24‴ Oeffnung; einem irdischen Oculare von 34mal., zwei astron. von 45 u. 75mal. Vergröfserung, und einem Sonnenglase; in pol. Kasten von Nufsbaumholz mit Schlofs 100 fl.
2. Derlei mit Tubus von 40″ Länge; Objective von 30″ Brennweite und 28‴ Oeffnung; einem irdischen Oculare von 42mal. u. drei astronom. von 48-, 70- u. 100mal, Vergröfserung, nebst Sonnenglas; in polirtem hölzernen Kasten mit Schlofs. 155 fl.
3. Derlei mit Tubus von 45″ Länge; Objective von 36″ Brennweite und 32‴ Oeffnung; einem irdischen Oculare von 48mal. und drei astron. von 55-, 85- u. 127mal. Vergröfserung, mit zwei Sonnengläsern; in polirtem hölzernen Kasten mit Schlofs 200 fl.
4. Derlei mit Tubus von 52″ Länge, mit horizontaler und verticaler sanfter Bewegung durch Triebwerk; Objective von 42″ Brennweite und 36‴ Oeffnung; zwei irdischen Ocularen von 48- u. 70mal., vier astronom. Ocularen von 50-, 80-, 110- u. 140mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern; in polirtem hölzernen Kasten mit Schlofs. 320 fl.
5. Derlei mit Pyramidalstativ, unmittelbar auf dem Boden stehend, Rohr und Fufs von Mahegoniholz, ebenso um 320 fl.
6. Tubus mit Pyramidalstativ, unmittelbar auf dem Boden stehend, Rohr und Fufs von Mahagoniholz, mit horizontaler und verticaler sanfter Bewegung. Das achromatische Objectiv hat 46″ Brennweite und 40‴ Oeffnung; zwei irdische Oculare von 50- u. 80mal., vier astronom. von 55-, 85-, 125- und 160mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern und achromat. Sucher. Die Oculare in hölzernem polirten Kästchen mit Schlofs. 450 fl.
7. Derlei mit Objective von 54″ Brennweite und 44‴ Oeffnung; zwei irdischen Ocularen von 55- u. 90mal., fünf astron. Ocularen von 50-, 80-, 110-, 180- u. 240mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern, Ringmikrometer und achromat. Sucher. Die Oculare, Mikrometer und Sonnengläser in hölzernem polirtem Kästchen mit Schlofs. 600 fl.
8. Derlei mit Objective von 60″ Brennweite und 48‴ Oeffnung; zwei irdischen Ocularen von 60- u. 100mal. Vergröfserung, fünf astron. Oculare von 60-, 90-, 130-, 180- u. 270mal. Vergröfserung; zwei Sonnengläser, Ringmikrometer und achromatischem Sucher. Die Oculare, Mikrometer und Sonnengläser in hölzernem polirten Kästchen mit Schlofs. 800 fl.
9. Pankratische Ocular-Aufsätze, nach Dr. *Kitchiner*, zu den obigen Fernröhren jeder Gattung; nach der Gröfse 10—12 fl. (Zeitschr. Bd. IV. S. 501.)

Dialytische Fernröhre.

(Astr. Nachr. Nr. 249. S 237. Wien Zeitschr für Konst, Literatur u.s w. 1832. Nr. 108 u. 109.)

10. Fernrohr von Messing, auf Stative aus messingener Säule mit Dreifufs zum Zusammenlegen, mit horizontaler u. verticaler Bewegung. Tubus von 28″ Länge, Objective von 26‴ Oeffnung und 22″ Brennweite; zwei irdische Oculare von 40- u. 60mal. Vergröfserung, zwei astronom. Oculare von 45—70mal. Vergröfserung, nebst Sonnenglas, in polirtem Kasten von Nufsbaumholz mit Schlofs. 140 fl.
11. Derlei mit Tubus von 35″ Länge, von 33‴ Objectivöffnung und 29″ Brennweite; zwei irdischen Ocularen von 53- und 70mal., und drei astron. von 45-, 72- u. 105mal. Vergröfserung, nebst Sonnenglas, in polirtem Kasten von Nufsbaumholz mit Schlofs. 230 fl.
12. Derlei mit Tubus von 40″ Länge mit horizontaler und verticaler sanfter Bewegung durch Triebwerk; Objectivöffnung von 37‴; Brennweite von 34″; zwei irdischen Ocularen von 56- u. 80mal., und vier astronom. von 50-, 80-, 111- u. 135mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern, in polirtem Kasten von Nufsbaumholz mit Schlofs. 310 fl.
13. Derlei auf Pyramidalstative, unmittelbar auf dem Boden stehend, mit Tubus und Fufs von Mahagoniholz. 310 fl.
14. Fernrohr auf Pyramidalstativ von Mahagoniholz, unmittelbar auf dem Boden stehend, mit horizontaler und verticaler sanfter Bewegung durch Triebwerk. Tubus von Mahagoniholz von 44″ Länge; Objectivöffnung 41‴ und Brennweite 38″; zwei irdischen Ocularen von 60- u. 90mal., vier astron. von 55-, 80-, 120- u. 160mal. Vergröfserung, nebst zwei Sonnengläsern und achromatischem Sucher. Die Oculare in polirtem Kästchen von Nufsbaumholz mit Schlofs. 430 fl.
15. Derlei mit Tubus von 48″ Länge; Objectivöffnung von 45‴, und 42″ Brennweite; zwei irdischen Ocularen von 65- und 100mal., fünf astron. von 55-, 80-, 120-, 160- u. 230mal. Vergröfserung. Nebst 2 Sonnengläsern, Ringmikrometer u. achromat. Sucher, im pol. Kästchen v. Nufsbaumholz m. Schlofs. 570 fl.
16. Derlei mit Tubus von 51″ Länge, Objectivöffnung von 48‴, Brennweite 45″; zwei irdischen Ocularen von 65- u. 110mal.,

Digitized by Google

fünf astronom. von 60-, 90-, 130-, 180- u 270mal. Vergrößerung, nebst zwei Sonnengläsern, Ringmikrometer u achromat. Sucher. Die Oculare, Sonnengläser und der Ringmikrometer in polirtem Kästchen von Nufsbaumholz. 760 fl;

17. Vorrichtung mit Prisma u. Correctionsschrauben an diese Fernröhre, um hochstehende Gestirne bequem zu beobachten. 15 fl.
18. Cometensucher mit hölzerner polirter Röhre, einem achromat. Objective von 26″ Brennweite und 3¼″ Oeffnung, und einem astronom. Oculare von 10mal. Vergrößerung bei einem Sehefelde von 5 — 6 Graden. 70 fl.
19. Derlei Cometensucher, auf messingenem Stative parallactisch aufgestellt, mit Stunden- und Declinations-Kreise von 4½″ Durchmesser, von 5 zu 5 Minuten auf Silber getheilt, nebst einem zweiten Oculare von 16mal. Vergrößerung. 380 fl.
20. Obige Fernröhre Nr. 4 oder 5, dann die dialytischen Nr. 12 oder 13 parallactisch aufgestellt; einem Stunden- u. Declinations-Aufsuchungskreise von 5½ Zoll im Durchmesser, von Minute zu Minute auf Silber getheilt, mit allen nöthigen Correctionen versehen. 550 fl.
21. Ringmikrometer zu obigen Fernröhren Nr. 4 oder 5. 12 fl.
22. Dynameter zur Messung der Vergrößerung von Fernröhren, nach *Ramsden*. 9 fl.

Dialytische Fernröhre von größeren Dimensionen und parallactische Aufstellung derselben, Mikrometer aller Art, und andere Einrichtungen nach besonderer Verabredung.

---

1. Loupe nach *Wilson*, mit einer Linse, in messingener Fassung. 1 fl. 24 kr.
2. Derlei aplanatisch aus zwei achromat. Linsen. 5 fl.
3. Derlei mit zwei Linsen, mit Deckeln. 2 fl. 48 kr.
4. Einfache Loupe, in Büffelhorn gefafst. 1 fl. 12 kr.
5. Derlei doppelte. 2 fl.
6. Derlei dreifache. 2 fl. 48 kr.
7. Loupe, in Büffelhorn gefafst, mit gläsernen *Lieberkühn*schen Spiegel. 2 fl.
8. Aplanetische Loupe, aus zwei achromat. Linsen zusammengesetzt, von 1—2″ im Durchmesser, von 3—6mal Vergrößerung, in Messing gefafst, in Futteral von Marroquin. 5—9 fl.

(Zeitschr Bd. VIII. S. 189. Astr Nachr. Nr. 188 Beilage S. 381.)

9. Derlei aus zwei achromat. Linsen von ½ — 1″ im Durchmesser, zum Auseinanderschieben, um sie auch einzeln zu gebrauchen (wie Doppelloupen), von 6—9mal. Vergrößerung, in Elfenbein gefafst. 5 fl.
10. Botanisches Handmikroskop mit drei Linsen, mit *Lieberkühn*schen Spiegeln auf messingenem Griffe, Objectnadel, Messerchen u. Nadel mit elfenbeinernen Heften u. Pincette, dann zwei Objectschieber mit Probeobjecten; in Futteral von Maroq. 12 fl.
11. Derlei mit elfenbeinernem Griffe, einer Linse mit *Lieberkühn*schem Spiegel, einer Loupe u. Objectnadel; in Futteral von Meroquin. 5 fl.
12. Derlei mit schildkrötenem Griffe. 6 fl.
13. Pincette, Messerchen und Nadel dazu. 1 fl.

---

1. Großes zusammengesetztes Mikroskop, dessen Körper durch Triebwerk gegen den feststehenden Objecttisch bewegt wird, auf messingenem, zusammen zu legenden Dreifufse; mit drei Ocularen aus einfacher Linse und Collectivglase bestehend, zum Aufstecken, und sechs achromat., aplanetischen Linsen, über einander zu schrauben. Der Objecttisch mit vorne offener Federklammer für Objectträger und Glastafeln aller Art, mit Drücker zum Oeffnen von unten, und zwei diagonal stehenden Stellschrauben zur Führung des Objectes durch alle Puncte des Sehefeldes. Einem gläsernen concaven Reflexionsspiegel mit doppelter Bewegung zur transparenten Beleuchtung; der schwarzen Rückseite desselben, und einem sphärischen Beleuchtungsprisma (nach *Selligue*) mit Bewegung, zur Beleuchtung opaker Objecte. Einer grofsen Lichtverstärkungslinse auf besonderem Fufse, zur Verstärkung der Beleuchtung bei stärkeren Vergrößerungen sowohl transparenter als opaker Objecte. Einem concaven Glase, in Messing gefafst, zum Drehen, für Flüssigkeiten; einem Insectenglase in messingener Fassung, dann einer Objectnadel zum Aufstecken. Dazu noch: Eine messingene *Wilson*sche Loupe; eine messingene Pincette; sechs Objectenschieber mit 24 Probenbjecten; zwei auf Glas getheilte Mikrometer mit Theilungen der Wiener Duodecimallinie in 30 und 60 Theile, oder des Millimeters in 20 und 50 Theile, in elfenbeinerner Capsel, nebst messingenem Ringe dazu zum Einlegen in den Objecttisch. Alles in einem hölzernen polirten Kasten mit Schlofs, beiläufig 18″ lang, 9″ breit und 4″ hoch, mit Sammet gefüttert. Die Vergrößerungen gehen von 18 Mal bis zu 500 Mal lineer, oder 324 Mal bis 250000 Mal der Fläche, mit vollständiger Klarheit und Schärfe; zusammen um 185 fl.

Ein solches Mikroskop mit der Vorrichtung zum Messen der Objective bis auf 0,00001 Wiener Zoll linear, mittelst Mikrometerschraube nach *Fraunhofer*. 275 fl.

Ein viertes Ocular zu diesem Mikroskope, um die Vergrößerung mit verhältnismäfsigem Verluste an Lichtstärke bis auf 1000 — 1500 Mal zu steigern. 10 fl.

Ein aplanatisches Ocular aus zwei achromatischen Linsen, mit schwacher Vergrößerung von 10 — 12 Mal, um besonders opake Objecte mit höchster Schärfe zu sehen. 10 fl.

Eine Vorrichtung an diesem Mikroskope, um es nach Willkühr horizontal oder in jedem Winkel schief stellen zu können; zur Bequemlichkeit, besonders beim Zeichnen. 15 fl.

Eine Vorrichtung an dem Objecttische dieses Mikroskopes, mit Mikrometerschraube zur höchst feinen Einstellung bei starken Vergrößerungen. 12 fl.

2. Kleines zusammengesetztes Mikroskop, dessen Körper durch Triebwerk gegen den feststehenden Objecttisch bewegt wird, auf messingenem, zusammen zu legenden Dreifufse; mit zwei Ocularen aus einfacher Linse und Collectivglase bestehend, zum Aufschrauben, und fünf achromatischen, aplanatischen Linsen zum Uebereinanderschrauben. Der Objecttisch mit vorne offener Federklammer für Objectträger und Glastafeln aller Art, mit Drücker zum Oeffnen von unten. Einem gläsernen concaven Reflexionsspiegel mit doppelter Bewegung zur transparenten Beleuchtung; der schwarzen Rückseite desselben, und einer Beleuchtungslinse mit Bewegung für opake Objecte. Einem concaven Objectglase für Flüssigkeiten, und zwei flachen Glastafeln für trockene Objecte. Einem Insectenglase in messingener Fassung, und einer Objectnadel zum Aufstecken. Eine

Digitized by Google

*Wilson*sche Loupe, in Messing gefaßt, und eine messingene Pincette. Zwei auf Glas getheilte Mikrometer mit Theilung der Wiener Duodecimallinie in 30 und 60 Theile linear, in elfenbeinener Capsel und messingenem Ringe zum Einlagen in den Objecttisch, und vier Objectschieber mit 16 Probeobjecten. Die Vergrößerungen gehen von 18—250 Mal linear, oder von 324—62500 Mal der Fläche. Alles in einem polirten hölzernen Kästchen mit Schloß, und mit Sammet gefüttert, beiläufig 1′ lang, 6″ breit und 3″ hoch. 90 fl.

3. Zusammengesetztes Taschen- oder Reise-Mikroskop mit einem auf dem Deckel des Kästchens aufzuschraubenden Fuße, dessen in zwei Hälften zerlegbarer und ineinander zu schraubender Körper auf einem horizontal beweglichen Arme steht; mit einem durch Triebwerk gegen die Linsen zu bewegenden Objecttische mit offener Federklemmer; zwei Ocularen und fünf achromat. Linsen zum Uebereinanderschrauben; einem beweglichen Reflexionsspiegel, dessen schwarze Rückseite nebst einer beweglichen Beleuchtungslinse zum Aufstecken, zur Beleuchtung opaker Objecte dient. Einem flachen und concaven Glase für flüssige und trockene Objecte; einer Objectnadel zum Aufstecken und eine messingene Pincette; zwei Objectenschieber mit acht Probeobjecten. Die Vergrößerungen gehen von 18–250 Mal linear, oder 324—62500 Mal der Fläche. Alles in einem polirten Kästchen, mit Sammet gefüttert und mit Schloß, beiläufig 4¼″ lang, 3¼″ breit und 1¼″ hoch. 80 fl.

4. Kleineres zusammengesetztes Reise-Mikroskop mit einem auf den Deckel des Futterals aufzuschraubenden Fuße, dessen Körper auf horizontalem beweglichen Arme stehet; mit einem durch Triebwerk gegen die Linsen beweglichen Objecttische mit offener Federklemmer; einem Ocular und drei achromat. Objectivlinsen zum Uebereinanderschrauben; einem beweglichen concaven Reflexionsspiegel für transperente Objecte, dessen schwarze Rückseite nebst einer beweglichen Beleuchtungslinse zum Aufstecken, zur Beleuchtung opaker Objecte dient. Einem flachen und concaven Glase für flüssige und trockene Objecte; einer Objectnadel zum Aufstecken und einer messingenen Pincette; zwei Objectenschieber mit acht Probeobjecten. Die drei verschiedenen Vergrößerungen sind: 25, 60 und 100 Mal linear, oder 625, 3600 und 10000 Mal der Fläche. Alles in einem mit Sammet gefütterten Futteral von Meroquin. 40 fl.

5. Einfaches Taschen- oder Reise-Mikroskop (nach *Banks*) mit einem auf den Deckel des Kästchens aufzuschraubenden Gestelle, mit Nofs zum Schiefstellen; einem durch Triebwerk gegen die Linsen zu bewegenden Objecttische mit offener Federklammer; einem beweglichen concaven Reflexionsspiegel; zwei planen und einem concaven Objectenglase, und einer Objectnadel zum Aufstecken. Dann sechs einfache, in Messing gefaßte Linsen, welche Vergrößerungen von 12—300 Mal linear oder 144—90000 Mal der Fläche geben, auf einem horizontal beweglichen Arme. Ein *Lieberkühn*scher Spiegel für die schwächeren Linsen zur Besichtigung opaker Objecte. Zwei Objectschieber mit acht Probeobjecten und einer messingenen Pincette. Alles in einem polirten hölzernen Kästchen, mit Sammet gefüttert, beiläufig 4″ lang, 3″ breit und 1¼″ hoch. 40 fl.

Linsen von Demant, Saphir und andern Edelsteinen, und Glasmassen, so wie Doppellinsen nach *Wollaston*, welche auf diese Mikroskope zu brauchen sind, werden nur auf besondere Verabredung für physikalische Museen geliefert.

Eben so werden katadioptrische Mikroskope für physikalische Museen nur nach besonderer Verabredung verfertigt.

6. Sonnen-Mikroskop mit vollständigem Apparate, mit vier achromatischen aplanatischen Linsen, zum Uebereinanderschrauben; in hölzernem polirten Kasten mit Schloße. 100 fl.
7. Eine Mikrometertheilung auf Glas von 20—60 Theilen linear der Wien. Duodecimallinie; in einer Capsel v. Elfenbein. 3-4 fl.
8. Eine derlei, mit Theilung der Wiener Linie in 100 Theile. 5 fl.
9. Eine derlei, mit Theilung der Wiener Linie in 200 Theile. 6 fl.
10. Eine derlei auf Elfenbein, die Wiener Linie in 20 Theile. 3 fl.
11. Eine derlei auf Glas, des Millimeters in 100 Theile. 8 fl.
12. Apparat zum Electrisiren, unter dem Mikroskope auf dem Objecttisch aufzuschrauben; in Futteral von Maroquin. 5 fl.
13. Sammlung von 48 Quer- und Längendurchschnitten von Pflanzenstämmen und Stängeln, mit systemat. Benennung, zum Gebrauche bei dem Unterrichte über den inneren Bau der Pflanzen, in zwölf Objectschiebern von Buchsbaumholz; in Futteral von Maroquin. 12 fl.
14. Dieselben in Objectschiebern von Ebenholz. 15 fl.
15. Sammlung von 48 organischen, für mikroskopische Besichtigung merkwürdigen Gegenständen (mit Ausschluß von Pflanzendurchschnitten), systematisch benannt, in zwölf Objectschiebern von Buchsbaumholz; in Futteral von Meroq. 12 fl.
16. Dieselben in Objectschiebern von Ebenholz. 15 fl.
17. Zwölf Objectschieber, ganz von Glas, zum Oeffnen, für sehr feine Objecte, bei starker Vergrößerung. 10 fl.

---

1. Camera lucida mit Prisma, nach *Wollaston*, mit Stative, in Futteral von Maroquin. 11 fl.
2. Derl. zum Anschrauben an das Zeichnungsbret vorgerichtet. 15 fl.
3. Derlei ohne Prisma, mit metall Planspiegel, wo der Zeichnungsstift besser zu sehen ist, mit Stativ u. Futt. v. Meroq. 15 fl.
4. Derl. zum Anschrauben an das Zeichnungsbrat vorgerichtet. 19 fl.
5. *Sömmering*scher Spiegelchen-Apparat, mit Ring und Stellschrauben, an Mikroskope und Fernröhre jeder Art und Größe anzuwenden, in Futteral von Maroquin. 6 fl.

(Zeitschr. Bd. IV. S. 1.)

6. Derlei mit Stative, um mit freiem Auge zu zeichnen; in Futteral von Maroquin. 11 fl.
7. Spiegel zur Darstellung der Interferenz des Lichtes, mit Fassung und den nöthigen Corrections Schrauben; in Futteral von Meroquin. 22 fl.
8. Lichtbeugungs-Apparat mit einem Fernrohre von 16″ Oeffnung und allen nöthigen Vorrichtungen; in einem hölzernen polirten Kästchen. 100 fl.
9. Camera obscura mit einem sphär. Prisma (nach *Chevalier*); wird nach Verschiedenheit der Einrichtung auf besondere Bestellung geliefert.
10. Optometer nach Prof. *Stampfer* (Journ. d. polytechn. Institutes, Bd. 17. S. 35) in Futteral. 15 fl.
11. Usherkästen von Tannenholz mit Scharnieren und Schliefshaken für alle genannten Instrumente zur Aufbewahrung u. Versendung, nach Verschiedenheit der Größe. 1—6 fl.

Alle übrigen, zum Unterrichte in der Optik erforderl. Apparate werden auf besondere Bestellung u. Verabredung verfertiget.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 255.

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*.

(Beschluſs).

Ich bemerke noch, daſs die drei letzten Beobachtungsarten nicht die einzigen sind, welche eine Ungleichheit beider Prismen gänzlich aus dem Resultate bringen; dieses geschieht allgemein, wenn man zwei Messungen miteinander verbindet, für deren erste der Index der Theilungen am äuſseren Rande auf einen willkürlichen Punkt α, für die zweite dann aber auf $180°-\alpha$ gestellt wird. Diese Verbindung giebt nämlich:

$$[14]\ldots. D = \delta + 360° - \delta,$$
$$- \gamma\gamma \sin 2x + \gamma,\gamma, \sin(2x - D)$$
$$+ 2[\gamma \sin x - \gamma, \sin(\alpha - \tfrac{1}{2}D]^1 \cot g\, \tfrac{1}{2}D$$
$$- 2[\gamma \sin \alpha + \gamma, \sin(\alpha - \tfrac{1}{2}D]^2 \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}D$$
$$- 2\beta\beta \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}D.$$

Indessen ist die Voraussetzung $\alpha = \frac{1}{2}D$, welche bei der *Schumacher*schen Beobachtungsart stattfindet, und deren Resultat die Formel [tt] angiebt, diejenige, welche der Anwendung des Instruments die gröfste Ausdehnung, bis zu Winkeln von 200° giebt; die Voraussetzungen $\alpha = 0$ und $\alpha = \frac{1}{2}D$, deren Resultate in den Formeln [12] und [13] angegeben sind, beschränken die Winkel auf 100°, gewähren dagegen aber die Bequemlichkeit, daſs das Fernrohr nach einem der Punkte, zwischen welchen der Winkel gemessen werden soll, gerichtet wird, während es, bei anderen Voraussetzungen von α, anderen Punkten des durch beide gelegten gröfsten Kreises entspricht. Das erstere scheint die Anwendung des Instruments zur Messung der Entfernungen des Mondes von der Sonne oder Sternen, und überhaupt die Anwendungen zur See, zu erleichtern.

7.

Aus den Formeln [5] bis [7]* geht hervor, daſs die Neigung der Prismen gegen die Ebene des Instruments ohne Einfluſs auf die Messungen ist, wenn P und $P_,$ entweder $= 90°$ oder $= 270°$ sind, oder, wenn der die Pole a und b für das erste Prisma, so wie α und β, für das zweite, verbindende gröfste Kreis, durch den, jedem derselben zugehörigen Anfangspunkt der Winkel geht; dieses findet statt, wenn die spiegelnden Ebenen der Prismen der Axe des Instruments parallel sind. Es kömmt also nicht sowohl darauf an, i und $i_,$ durch Berichtigung der Aufstellung des Prisma, $= 0$ zu machen, als es erforderlich ist, die spiegelnden Ebenen der Prismen senkrecht auf die Ebene des Kreises des Instruments zu stellen. Wenn die Prismen gleichschenklichte Dreiecke sind, so ist diese alleinige Berichtigung der spiegelnden Ebenen, nicht nur näherungsweise, sondern in aller Schärfe hinreichend. Denn setzt man, in den Gleichungen [2], $m' = m$ und $P = 90°$ oder 270°, so leisten ihnen $\beta' + \beta = 0$ und $\alpha' + \alpha - 2n = 0$ Genüge, oder die Richtungen eines Strahls vor dem Eintritte und nach dem Austritte sind von i unabhängig. Die kleine Abhängigkeit dieser Richtungen von i, welche eintritt, wenn m und m' ungleich sind, ist also der Grund, welcher einer vollständigen Berichtigung der Prismen Interesse giebt.

Indessen sind leicht anwendbare Mittel vorhanden, alle drei Ebenen jedes Prismas zu berichtigen, oder die Axe desselben so zu stellen, daſs sie der Drehungsaxe des Instruments parallel wird. Das mir am leichtesten erscheinende werde ich angehen.

Um zuerst das auf dem Kreise des Instruments feste Prisma zu berichtigen, schraubt man das zu der Alhidade gehörige ab und nimmt auch die bogenförmige Blendung hinter dem Kreisprisma weg, so daſs Strahlen von allen Seiten freien Zugang erhalten. Dann befestigt man den Handgriff des Instruments in etwa senkrechter Lage, richtet das Fernrohr etwa 90° rechts oder links von einem deutlichen Gegenstande und bringt dessen, von einer der brechenden Ebenen des Prismas unvollständig reflectirtes Bild an das Fadenkreuz des Fernrohrs; darauf drehet man den Kreis, bis das von der anderen brechenden Ebene reflectirte Bild in das Fernrohr gelangt. Erscheint auch dieses Bild am Fadenkreuze, so haben beide brechende Ebenen eine gleiche Neigung gegen die Drehungsaxe; erscheint es nicht am Fadenkreuze, so muſs dieses, durch eins der beiden, sich vor den brechenden Ebenen befindenden Schrauben-

Digitized by Google

paare hervorgebracht werden; sobald die gleiche Neigung dieser Ebenen gegen die Drehungsaxe erlangt ist, bringt man auch das von der spiegelnden Ebene des Prismas reflectirte Bild, durch fortgesetzte Drehung des Kreises, in das Fernrohr und bewirkt dessen Erscheinen am Fadenkreuze durch die Berichtigungsschrauben hinter dieser Ebene. Indem man sowohl das unvollständig, von der äufseren Seite der spiegelnden Ebene, als das vollständig von der inneren reflectirte Bild, in das Fernrohr bringen kann, erlangt man den Vortheil, einen Fehler im Parallelismus dieser Ebene mit der Drehungsaxe in doppelter Gröfse zu erkennen, und dadurch desto schärfer wegschaffen zu können. Wenn das Prisma des Kreises, auf diese Art, vollständig berichtigt ist, setzt man das der Alhidade wieder auf und drehet die Alhidade so, dafs die brechenden Winkel beider Prismen zusammenfallen. Obgleich die Blendungen des Prismas der Alhidade nicht weggenommen werden können, so ist doch auch seine vollständige Berichtigung möglich, indem ein zum Sehen des vorher benutzten Gegenstandes hinreichender Theil seines Lichtes neben der Blendung vorbei, auf das Prisma und von diesem in das Fernrohr gelangt. Man wendet daher die Berichtigungsschrauben des Alhidaden-Prismas an, um dadurch das Zusammenfallen der unvollständig reflectirten Bilder, sowohl von der einen brechenden Ebene beider Prismen, als auch von der anderen, zu erlangen, wodurch diese Ebenen selbst, und also auch die spiegelnde, zusammenfallen. Eine directe Prüfung dieses letzteren Zusammenfallens, worauf die Berichtigung, der oben gemachten Bemerkung zufolge, hauptsächlich beruhet, erhält man, indem man auch die durch die vollständige Reflexion erzeugten Bilder in das Fernrohr gelangen läfst.

Dieses Verfahren empfiehlt sich durch die Leichtigkeit seiner Ausführung und durch die Schärfe der Berichtigung, welche es gewährt, so wie auch dadurch, dafs es kein, dem Instrumente selbst fremdes Hülfsmittel voraussetzt. Es kann mit gleichem Vortheile im Freien und im Zimmer, ja selbst auf dem Verdecke eines Schiffes ausgeführt werden.

Es ist nicht wahrscheinlich, dafs das vor jeder Berührung geschützte untere Prisma, wenn es einmahl berichtigt ist, Veränderungen seiner Stellung erfahren werde; das obere, durch die Hülfe des unteren, jederzeit vollständig zu berichtigen, ist, wie ich gezeigt habe, leicht und kann durch irgand einen, etwa 90° von der Gesichtslinie entfernten Gegenstand am Himmel, wie auf der Erde, geschehen. Will man sich aber von der dauernden Berichtigung des unteren Prismas überzeugen, ohne das obere abzunehmen, so kann dieses dadurch geschehen, dafs man untersucht, ob die Drehung des Kreises, sowohl das von einer der brechenden Ebenen unvollständig, als auch das von der spiegelnden vollständig reflectirte Bild eines, etwa 90° von der Gesichtslinie entfernten Gegenstandes an das Fadenkreuz zu bringen vermag; diese Prüfung wird vollständig, wenn man sie an beiden brechenden Ebenen vornimmt, wozu erforderlich ist, dafs die Gesichtslinie einmal rechts, das anderemal links von dem Gegenstande liege. Man könnte nicht nur die Prüfung der fortwährenden Berichtigung, sondern auch die Berichtigung selbst, auf diese Art, ohne das Prisma der Alhidade zu entfernen, erhalten; allein man gelangt auf die vorher beschriebene Art leichter und schärfer zum Ziele.

Die Berichtigung der Absehenslinie des Fernrohrs kann man genau so erhalten, wie man sie, bekanntlich, bei den Spiegel-Instrumenten erhält. Da dieses Verfahren darauf beruhet, dafs der Einflufs einer Neigung β der Absehenslinie, auf einen Winkel D dem Quadrate von β proportional, nämlich, den Formeln des 6ten Artikels zufolge, $-2\beta\beta\, tang\, \frac{1}{2}D$ ist, so gewährt es bei dem Prismenkreise, mit welchem man beliebig grofse Winkel messen kann, wegen der Gröfse, die man der Tangente des halben Winkels geben kann, gröfsere Genauigkeit als bei den Spiegel-Instrumenten. Nimmt man den Winkel $= 180°$, so geht die der Ebene des Kreises parallele Linie im Fernrohre, in welcher allein man die Deckung der Bilder der Punkte hervorbringen kann (unter Voraussetzung der vorhergegangenen Berichtigung der Prismen) durch den Punkt, den das Fadenkreuz einnehmen soll. Will man diese Eigenschaft lieber zur Berichtigung der Absehenslinie benutzen, als die gewöhnliche (jedoch völlig ausreichende) Methode, so gelangt man leicht zum Ziele, indem man ein mit einem Fadenkreuze versehenes Fernrohr nach einem entfernten Gegenstande richtet, und das auf $\alpha = 45°$, $d = 90°$ gestellte Instrument zwischen das Objectiv dieses Fernrohrs und den Gegenstand hält. Wären die Prismen nicht berichtigt, so würde man, durch das eine oder andere Verfahren, nicht β, sondern das in den Formeln des 5ten Art. vorkommende ζ zum Verschwinden bringen. In dem zuletzt erwähnten Falle $\alpha = 45°$, $d = 90°$ wäre dieses $= \beta + \frac{\gamma_{,} - \gamma}{\sqrt{2}}$; in dem ähnlichen $\alpha = 135°$, $d = 270°$ würde es $\beta - \frac{\gamma_{,} - \gamma}{\sqrt{2}}$ sein. Indem das Zusammenfallen der spiegelnden Ebenen beider Prismen $\gamma_{,} + \gamma = 0$ ergiebt, bemerkt man leicht, dafs die Combination der dieses Zusammenfallen bewirkenden Operation mit der Beobachtung der Punkte im Fernrohre, in welchem die Bilder zweier, einander diametral entgegen-

Digitized by Google

gemetzten Punkte in beiden Lagen des Instrumentes zur Deckung gebracht werden können, die Mittel zur Berichtigung des Instruments vollständig enthält. Vermuthlich ist die von Herrn *von Steinheil* angedeutete Berichtigungsmethode hierauf gegründet, indem er zwei parallel aufgestellten Fernröhren, welche dasselbe leisten, was durch ein, nach einem entfernten Gegenstande gerichtetes Fernrohr geleistet wird, darin eine Rolle einräumt.

Bessel.

Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber.

Kremsmünster 1833. Jun. 25.
(Beschluss.)

Zugleich übermache ich Ihnen die Beobachtungen von Mondsternen, die im verflossenen Jahre an hiesiger Sternwarte gemacht wurden. Die Mondsbeobachtungen sind pünctlich nach *Bessels* tab. regiom. reducirt.

1832.	Gestirne.	AR. app. h ′ ″	Fädenzahl	Zeit.
Febr. 12	62 χ 3 Orion	5 53 57,06	5	″
	Mond I	6 32 43,07	5	— 0,09
	43 ζ Gemin.	6 54 9,26	5	
	56 q Gemin.	7 12 2,60	5	
13	43 ζ Gemin.	6 54 8,84	5	
	56 q Gemin.	7 12 2,56	5	
	Mond I	7 38 8,50	5	0,00
	31 θ Cancr.	8 22 1,42	5	
14	Mond I	8 42 44,13	5	— 0,07
	82 π 2 Cancr.	9 5 57,43	5	
	(74) Leon.	9 16 14,37	5	
15	82 π 2 Cancr.	9 5 57,93	5	
	(74) Leon.	9 16 14,66	4	
	Mond I	9 45 0,26	5	+ 0,10
	α Leon.	9 59 25,77	5	
16	45 Leon.	10 18 46,90	5	
	47 ρ Leon.	10 23 58,29	5	
	Mond II	10 46 26,18	5	— 0,12
März 10	130 N Tauri	5 37 38,65	5	
	Mond I	6 9 56,57	5	— 0,03
	43 ζ Gemin.	6 54 8,94	5	
11	43 ζ Gemin.	6 54 8,62	5	
	Mond I	7 13 10,96	5	— 0,20
	81 g Gemin.	7 36 23,90	5	
	16 ζ Gemin.	8 2 34,88	5	
12	81 g Gemin.	7 36 23,77	5	
	16 ζ Cancr.	8 2 34,62	5	
	Mond I	8 16 10,98	5	+ 0,02
	62 a I Cancr.	8 47 52,82	5	
Jun. 9	Mond I	14 35 15,63	5	+ 0,56
	15 ξ 2 Libr.	14 47 41,43	5	
	(54) Libr.	15 14 41,31	5	
11	49 Libr.	15 50 56,49	5	
	Mond I	16 15 35,29	5	+ 0,18
	24 m Scorpii	16 31 53,79	5	
	29 s Ophiuch.	16 52 4,00	4	
Jul. 8	49 Libr.	15 50 56,22	4	
	Mond I	15 59 37,74	1	— 0,25
	7 χ Ophiuch.	16 17 19,61	5	
	8 φ Ophiuch.	16 21 33,91	3	

1832.	Gestirn.	AR. app. h ′ ″	Fädenzahl	Zeit.
Jul. 10	40 ρ Ophiuch.	17 10 58,52	5	″
	Mond I	17 41 17,88	5	— 0,16
	13 μ Sagittar.	18 3 45,32	5	
	21 Sagittar.	18 15 22,78	5	
12	41 π Sagittar.	18 59 48,51	5	
	Mond I	19 27 2,83	5	— 0,27
	Mond II	19 29 13,23	5	— 0,27
	56 f Sagittar.	19 36 35,71	5	
	57 Sagittar.	19 42 28,35	5	
13	56 f Sagittar.	19 36 35,33	5	
	57 Sagittar.	19 42 27,86	5	
	σ Capricorn.	20 9 43,70	5	
	Mond II	20 21 7,64	5	— 0,13
Aug. 7	(323) Sagittar.	17 52 38,67	5	
	13 μ I Sagittar.	18 3 45,54	5	
	Mond I	18 17 20,02	5	— 0,26
	37 ξ 2 Sagittar.	18 47 44,86	5	
8	37 ξ 2 Sagittar.	18 47 44,74	5	
	Mond I	19 9 42,30	5	+ 0,05
	(138) Sagittar.	19 20 57,90	5	
	57 Sagittar.	19 42 28,38	4	
9	(138) Sagittar.	19 20 57,81	5	
	57 Sagittar.	19 42 28,33	5	
	Mond I	20 1 51,89	5	— 0,05
	15 υ Capricorn.	20 30 31,16	5	
11	32 i Capricorn.	21 12 55,19	5	
	(154) Aquar.	21 21 30,06	4	
	40 γ Capricorn.	21 30 48,87	5	
	Mond II	21 46 0,37	5	— 0,01
Sept. 4	21 Sagittar.	18 15 22,98	5	
	29 r Sagittar.	18 39 44,21	5	
	Mond I	18 51 1,17	5	— 0,24
	(138) Sagittar.	19 20 57,89	5	
5	(138) Sagittar.	19 20 57,77	5	
	Mond I	19 43 18,89	2	— 0,34
	7 σ Capricorn.	20 9 43,96	3	
	10 π Capricorn.	20 17 44,29	5	
6	7 σ Capricorn.	20 9 44,01		
	10 π Capricorn.	20 17 44,17		
	Mond I	20 35 5,39	5	— 0,27
Oct. 1	Mond I	18 30 21,48	3	+ 0,10
	37 ξ 2 Sagittar.	18 47 44,01	5	
	39 o Sagittar.	18 54 38,61	3	

Digitized by Google

1833.	Gestirn.	AR. app.	Fädenzahl.	Zeit.
		h ′ ″		
Octbr. 2	37 ξ 2 Sagittar.	18 47 43,94	5	
	39 o Sagittar.	18 54 38,48	5	″
	Mond l	19 23 0,69	4	— 0,13
	57 Sagittar.	19 42 27,77	5	
3	Mond l	20 15 2,11	5	— 0,02
	15 υ Capric.	20 30 30,92	5	
	23 δ Capric.	20 56 31,91	5	
5	49 δ Capric.	21 37 48,08	5	
	Mond l	21 56 31,26	5	+ 0,23
	45 D Aquar.	22 10 1,70	5	
	57 σ Aquar.	22 21 47,41	5	

Ich verglich diese Beobachtungen mit den correspondirenden auf ihrer Sternwarte angestellten (Astr. Nachr. Nr. 225 u. 240) und erhielt für die Meridian-Differenz Kremsmünster — Altona folgende Werthe:

Mond l	1832	Febr. 12	+ 16′ 50″74	Gewicht = 0,00519
		13	53,07	0,00502
		14	55,38	0,00032
		15	49,77	0,00442
		März 11	56,98	0,00424
Mond II		Febr. 16	51,23	0,00359
		Aug. 11	49,30	0,00276

Die Verbindung aller dieser Resultate gibt demnach für die Meridian-Differenz Kremsmünster — Altona den plausibelsten Werth + 16′ 52″,20 mit dem Gewichte 0,02554 und den wahrscheinlichen Fehler 6,255 s.

M. Koller.

Schreiben des Herrn *Jürgensen* an den Herausgeber.

Paris 1833. August 18.

A mon arrivée à Paris, je me suis empressé à faire ma visite aux horlogers les plus distingués, ce qui m'a procuré, l'avantage de me mettre au courant de leurs productions, les plus remarquables de cette dernière Année. Mr. *Motel*, horloger de la marine, m'a montré une montre d'observation, exécutée sur les principes des chronomètres, à laquelle il a adapté un compteur, comme celui de Mr. *Perrelet*, que vous connaissez; cependant, avec cette différence, que les deux aiguilles de secondes sont superposées, ce qui fait qu'elles n'en forment qu'une en marchant, et que, par ce moyen elles n'exigent les deux qu'un seule et même cadran de seconde. L'une de ces deux aiguilles de seconde peut être arretée indépendamment de l'autre qui continue sa marche; on a le temps de lire sur le cadran l'instant où s'est fait l'arrêt, après quoi, en la remettant en marche cette aiguille va se placer subitement où elle serait arrivée, si on ne l'eut point arretée.

Mrs. *Duchemin* et *Jacob* ont chacun présenté à la société d'encouragement un pendule compensateur d'une construction neuve. Ces deux pendules sont construits à l'instar de celui de mon père, décrit dans vos Astr. Nachr. 1823, leur disposition permettant de modifier la compensation, sans avoir besoin de démonter le pendule et sans que la marche générale de l'horloge s'en ressente. Mr. *Francoeur* a fait un rapport sur ces deux pendules compensateurs, dont les conclusions sont à l'avantage de ces nouveaux modes de compensation.

Mr. *Jacob* m'a fait voir un projet de souscription pour l'établissement de régulateurs marchant une année sans être remontés. Il s'engage à les éxécuter au prix modique de 600 fr. et se soumet à l'épreuve d'une année entière pendant laquelle la marche de l'horloge ne devra pas présenter une variation au delà d'une demie minute par mois, ce qui est plus que suffit pour l'usage civil. Ces régulateurs seront placés dans une jolie boite en acajou, de manière, à en faire un meuble agréable de cabinet.

Mr. *Perrelet* père s'occupe avec zèle à l'instruction des élèves, qui lui sont confiés du Gouvernement. Cela l'empêche d'achever pour le moment, quelques ouvrages importants qu'il avait commencé; mais il espère plus tard trouver le temps nécessaire pour les terminer.

Mr. *Henry Robert*, jeune artiste, qui a une boutique d'horlogerie au palais royal, m'a montré une horloge à laquelle il a adapté le compteur de Mr. *Perrelet* *) ainsi qu'un reveil. Ces horloges pourront vraisemblablement être d'une très-grande utilité pour les observateurs, tant par le compteur que par le reveil, en les avertissant du moment d'une observation quelconque. Elles sont à échappement à cylindre et exécutées sans luxe, afin de pouvoir les livrer à bas prix.

Je présume que vous connaissez le changement qui s'est opéré dans la maison *Bréguet*. Le père s'est entière-

*) Cependant avec la différence que le compteur que Mr. *Robert* a appliqué à son horloge ne permet pas que l'aiguille reste arretée plus d'une minute, après quoi le compteur s'arrêterait.

Digitized by Google

ment retiré des affaires, et a remis l'établissement à son fils, qui s'est associé avec Mr. *Lassieur* et Mr. *Trédos*, qui étoit chef du bureau, de sorte que la raison de la maison est actuellement: *Bréguet, Neveu et Compagnie.*

Les horlogers en France pourront maintenant, comme ceux en Angleterre, remettre leurs Chronomètres au concours, le gouvernemant français ayant pris la résolution d'en ouvrir un pour les fournitures des chronomètres, et d'acheter les meilleurs qui seront présentés au prix de 2474 fr. Je ne doute pas que cette mesure servira d'encouragement et stimulera surtout les jeunes Artistes à présenter leurs ouvrages.

Suivant la proposition de Mr. *Arago* il a été alloué au Ministre de la Marine une somme augmentative dans le budget de cette année de 30,000 Francs, afin de lui faciliter les moyens de pourvoir tous les vaisseaux de la marine de chronomètres et de cercles de reflexion.

L. U. Jürgensen.

Schreiben des Herrn *Andrew Lang* an den Herausgeber.

St. Croix 1833. May 28.

Dear Sir,

The accompanying account of my observation of the Solar Eclipse July 27. 1832 was intended to have been forwarded to you shortly after it happened. It is an exact copy from my Journal, as noted down the day it took place, and I am in hopes it may assist in the determination of the Longitude of my position, which it is so desirable should be accurately established. This I assume to be 64° 41',00 or $4^h\,18\;44^s$ in time West from Greenwich and I would flatter myself that this does not deviate 4 seconds in Time from the Truth.

Andrew Lang

Eclipse of the Sun 1832. July 27.

St. Croix. Place of observation. Lat. 17° 44' 32". Longitude assumed 64° 41'. mean time $4^h\,18^m\,44^s$ West from Greenwich.

Andr. Lang observed the Sun eclipsed by the Moon Friday morning July 27 1832.

		Mean time p. clock.	Clock slow.	Correct mean time.		
		h m s s	s			h m s
Beginning.	July 26.	19 11 24 or 25	28,3	July 26. 19 11 52,3	or 19 11 53,3	say July 26. 19 11 52,8
End		21 33 48	28,3	21 34 16,3		21 34 16,3
				Duration of the Eclipse.....		2 22 23,5

The beginning of the eclipse I consider well observed, and so I would the end, but for an unexpected appearance or delay in its conclusion, which has caused some perplexity I cannot well account for and which I did not notice at my observation of the conclusion of the Solar Eclipse of 12th February 1831.

Ten minutes previous to the conclusion of the Eclipse the morning I took my seat at the telescope, and for fear of losing the observation of the conclusion through a passing cloud, I was desirous at all events to lose no chance of obtaining an approximation to it: I therefore noted down the end of each minute that the eclipse continued to be distinctly seen. This precaution was unnecessary, for no clouds caused any interruption of the least consequence, whilst the eye became fatigued by observing, and by the great heat of the Solar Rays. I had noted down $21^h\,33^m$ pr. clock at which time the curve of the Moons Limb was distinct, but so small that I fully expected the end of the eclipse would take place during the first 30 seconds, but as near as I can judge, at about $21^h\,33^m\,33^s$ pr. clock when I expected the complete conclusion, the Remnant of the Moons limb assumed an irregular ragged line, which hung upon the Suns limb for 15 seconds longer, as if unwilling to withdraw itself. Although I was strongly and nervously affected by the great heat of the Solar Rays and the eager desire of correctly obtaining the conclusion; I cannot from this conceive that the appearance described or its continuance so long was an optical deception, for immediately after, the Suns limb appeared in its smooth circular form.

The telescope I used was an excellent 46 Inch achromatic with a triple Objectglass near 3¼ inches diameter and to this was applied an admirable Helioscope, with an inverting eye piece magnifying about fifty Times.

I observed no spots this morning on the Sun, which is singular, as I have seldom looked at this body without

Digitized by Google

perceiving several. At about $20^h\,20^m$, being very near the time of the greatest obscuration, I tried with a micrometer to measure the distance between the Moons southern limb, and the Sun's southern limb, or in other words that portion of the Suns southern limb which was not eclipsed, but this I found too difficult to manage with that degree of precision which is requisite, from the unsteadiness of the telescope and the deficiency of fixed coloured glasses to the micrometer. I obtained imperfect as is may be,

to the Right of Zero of Microm. 132
to the Left of do. of do. 527
} 659, and a revolution or 100,

being long ago found by experiments equal to 44 seconds the enlightened part is = 4′ 50″ and which I believe will be found a near approximation by one disturbed observation only.

Previous to the commencement of the eclipse I suspended out of doors a thermometer (Reaumur) exposed to the rays of the Sun. Its indications were as follows

h	m	s	h	m	s
at 19	—	31	at 20	29	24½
—	30	29	—	53	28½
—	42	29	21	11	31
—	52	28	—	18	30½
20	—	27½	—	21	31½
—	10	25	—	42	37
—	21	24			

In the shade and Observatory Fahrenheits thermometer stood
at commencement of eclipse 81° = 21¼° Reaumur
at conclusion of do. 82½ = 22½ do.

The morning was unfavourable for thermometrical experiments, as the atmosphere was rather thick and hazy, and sometimes put on that appearance, denominated a greasy look, by Sailors.

A few seconds previous to the commencement of the eclipse, there appeared a kind of whitish light, about that part of the Suns limb, where the eclipse began.

The time or deviation of the clock was most perfectly determined by the transits of Aldebaran and Rigel, both observed during the eclipse.

This has been a most trying observation from the sun being so near the Zenith. The Rays were almost overwhelming. I was obliged to use the Helioscope direct, without any Prism or Diagonal Reflector, which made it so much the more difficult to observe. The observation may possibly possess some interest.

Andrew Lang.

Transit of Mercury over the Sun 1832 May 5.

Saturday Forenoon May 5. 1832. The conclusion of the transit of Mercury over the Suns disc observed by *A. Lang.*

	Mean time pr. clock.		pr. clock.	Clock fast.	Correct mean time.
	h m s	h m s	h m s	s	h m s
Internal egress not before	May 4. 23 28 00	nor after 23 28 6	say 23 28 3	— 4½ =	May 4. 23 27 58½
External egress not before	— 4. 23 31 12	nor after 23 31 20	say 23 31 16	— do. =	— 4. 23 31 11½

Annonce d'une Esquisse orographique de l'Europe avec Commentaire, par le Capitaine d'Artillerie *O. N. Olsen.* à Copenhague.

L'intérêt général qu'une carte orographique de l'Europe pourrait avoir pour la géographie physique de cette partie du monde, a porté l'auteur de l'esquisse susnommée de recueillir tous les matériaux accessibles pour lui et d'en former une carte, ou esquisse, avec un commentaire explicatif.

Pour représenter le relief des montagnes, il s'est servi des courbes horizontales et équidistantes de 1000 pieds, et pour le terrain le plus bas, il a employé une courbe de 500 pieds de hauteur au-dessus du niveau de la mer.

Autant qu'on sache, c'est la première fois que la méthode des courbes horizontales et équidistantes a été employée dans une telle étendu, et il paroit que l'esquisse en-question est une preuve qu'elle en est propre. Elle donne aussi bien la représentation générale des grandes masses que celle des sinuosités de détail; celle-là en produisant une espèce d'ombre par l'augmentation et le resserrement des courbes dans les grandes masses, et par-là un coup d'oeil facile sur les rapports généreux de ces masses; celle-ci en donnent les différentes hauteurs des montagnes, leurs rapports absolus et relatifs, leurs plis et replis, etc., par le nombre des courbes et de leurs figures, en un mot, tout le détail dont la grandeur de l'échelle est susceptible.

Cependant pour faciliter le coup d'oeil de ceux qui sont accoutumés à voir les montagnes seulement représentées par des lignes de plus grande pente, c'est-à-dire par des hachures ordinaires; l'auteur a combiné sur une feuille particulière ces lignes avec celles des courbes horizontales, de sorte que l'une de ces méthodes peut éclaircir l'autre et donner encore plus de détail, surtout pour les points et les ondulations, qui sont assez considérables pour être représentés, mais pas assez hauts pour être marqués d'une courbe équidistante.

Digitized by Google

D'ailleurs, on s'est imeginé une division des montagnes européennes dans différents systèmes, mais seulement pour faciliter la racherche des montagnes et des hauteur sur l'esquisse et non pour former des systèmes distincts, qui sont toujnurs plus ou moins arbitraires, et que la carte même peut mieux désigner. C'est donc dans ce but qu'on a distingué ces divisions par des teintes particulières, ce qui a donné lieu à un coloris que l'auteur a nommé orographique. Mais outre celui-ci il a aussi enluminé des exemplaires d'un coloris hydrographique, qui exprime les differents bassins des fleuves européens, ainsi que d'autres exemplaires avec des teintes géognostiques, pour distingner, d'après Mr. *d'Omalius d'Halloy*, las terrains primordiaux, secondaires, tertiaires et pyroïdes.

Una explication plus détaillée sur la construction de l'esquisse, les matériaux employés, etc. etc., se trouve dans le commentaire qui accompagne l'esquisse. Mais la partie principale de ce commentaire se forme des tableaux des hauteurs et des points, qui sont écrits sur l'esquisse et qui sont un extrait de plus de vingt mille nivellements, ou cotes de hauteur, que l'auteur a eu à sa disposition at dont il s'est servi pour la construction de son esquisse.

Le prix d'une feuille seulement avec courbes horizontales est de..... 2 fr. 50 C.
Le prix d'une feuille avec hachures..... 4 „ —„
— — — — enluminée orographiquement 5 „ 50„
— — — — — hydrographiquement 4 „ 50„
— — — — — géognostiquement... 6 „ —„
— — du commentaire..... 3 „ —„

Olsen.

Der Herausgeber dieser Blätter wird mit Vergnügen die Besorgung dieser vortrefflichen Karten, wenn man sich deshalb an ihn wenden will, übernehmen.

S

Verzeichniſs der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn, jetzt in München, für nachstehende Preise verfertigt werden.

Alle in diesem Preis-Courant angesetzte Dimensionen sind im zwölftheiligen Pariser Maafse, und die Preise, franco München, ohne Emballage in Gulden und Kreuzern im 24 fl. Fufse, zu verstehen.

1. Heliometer mit messingener Säule und drei Füfsen parallactisch montirt; mit zwei Libellen, Stunden- und Declinations-Kreis von 4,6 Zollen im Durchmesser, beide mit silbernem Limbus, durch die Verniers von Minute zu Minute getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung, vier astronomische Oculare von 41, 52, 81 und 131maliger Vergröfserung, und zwei Sonnengläser. Dieser Heliometer ist in allen Stücken sehr wesentlich von allen bisherigen verschieden, er repetirt die damit gemessenen Durchmesser der Sonne und Planeten, Distanzen, Ascensions- und Declinations-Unterschiede, ist in jeder Lage vollkommen balancirt, und gibt vermittelst der Micrometer-Schraube eine halbe Secunde ohne Repetition an. 1850 fl.
2. Cometensucher mit hölzernem Rohre, messingener Säule und drei Füfsen, parallactisch montirt, mit Stunden- und Declinations-Kreis von 3,6 Zollen im Durchmesser, beide von 5 zu 5 Minuten unmittelbar getheilt. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 24 Zoll Brennweite, 34 Linien Oeffnung und zwei astronomische Oculare von 10 u. 15mal. Vergröfserung. Das Feld hat 6 Grade. 490 fl.
3. Cometensucher mit hölzernem Rohre, ohne Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 24 Zoll Brennweite, 34 Linien Oeffnung und ein astronomisches Ocular von 10mal. Vergröfserung. Das Feld hat 6 Grade. 88 fl.

   Auf Verlangen wird hierzu auch noch eine 15malige Vergröfserung geliefert. 11 fl.
4. Kleiner achromatischer Refractor von 6 Fufs Brennweite und 52 Linien Oeffnung, parallactisch montirt, mit eingetheiltem Stunden- u. Declinations-Kreise. Das Fernrohr hat einen achromatischen Sucher, zwei irdische Oculare von 82 und 120, fünf astronom. von 64, 96, 144, 216 und 324maliger Vergröfserung, einen Kreis-Micrometer und zwei Sonnengläser. 2200 fl.
5. Kleiner achromatischer Refractor von 8 Fufs Brennweite, 6 Zoll Oeffnung, parallactisch montirt, mit einem Stunden-Kreis von 9 Zoll Durchmesser von 4 zu 4 Secunden in Zeit, und einem Declinations-Kreise von 12 Zoll Durchmesser von 10 zu 10 Secunden durch die Verniers getheilt. Das Fernrohr folgt durch eine Uhr mit Centrifugal-Pendel der täglichen Bewegung der Erde, hat einen achromatischen Sucher, ein irdisches Ocular von 110 und sechs astronomische von 54, 81, 120, 182, 278 und 410maliger Vergröfserung, zwei Sonnengläser, nebst einem doppelten und einem einfachen Ring-Mikrometer. 4250 fl.
6. Grofser achromatischer Refractor von 9 Fufs 2 Zoll Brennweite und 6 Zoll 6 Linien Oeffnung parallactisch montirt, mit eingetheiltem Stunden- u. Declinations-Kreise. Das Rohr hat einen achromatischen Sucher, alle nöthigen, feinen und groben Bewegungen, ist in jeder Lage balancirt, folgt durch eine Uhr mit einem Centrifugal-Pendel der Bewegung der Erde, und hat 6 astronom. Oculare von 62, 93, 140, 210, 230 und 470meliger Vergröfserung, nebst einem repetirenden Lampen-Micrometer mit drei besonderen Ocularen etc.

   Aufser diesen neunfüfsigen Refractoren sind noch einige von 14 Fufs Brennweite und 9 Pariser Zoll Oeffnung in Arbeit. Bei Bestellung solcher gröfserer Instrumente wird man sich über den Preis vereinigen.
7. Tubus mit Pyramidal-Stativ, unmittelbar am Boden stehend. Füfse und Rohr von Mahagoniholz, mit Horizontal-Kreis und Höhen-Gradbogen durch die Verniers von Mi-

Digitized by Google

nute zu Minute getheilt, mit feiner Bewegung. Das achromatische Objectiv hat 72 Zoll Brennweite, und 52 Linien Oeffnung, zwei irdische Oculare von 82 und 120, fünf astronomische von 64, 96, 144, 216 und 324maliger Vergrößerung, einen Kreis-Micrometer, zwei Sonnengläser und achromatischen Sucher. 1500 fl.

8. Tubus mit Pyramidal-Stativ, unmittelbar am Boden stehend, Füße und Rohr von Mahagonyholz, mit Horizontal-Kreis und Höhen-Gradbogen durch die Vernier von Minute zu Minute getheilt, mit feiner Bewegung. Das achromatische Objectiv hat 60 Zoll Brennweite und 48 Linien Oeffnung, ein irdisches Ocular von 66, fünf astronomische von 54, 80, 120, 180 und 270maliger Vergrößerung, einen Kreis-Micrometer, zwei Sonnengläser und achromatischen Sucher. 1250 fl.

Vorstehende zwei unter Nr. 7 und 8 bemerkten Tuben können auf Verlangen auch mit einfacheren Stativen, ohne Eintheilung verfertigt werden, so daß dann der

Preis von Nr. 7. fl. 1200.
" " " 8. fl. 1000.

seyn wird.

9. Tubus mit Pyramidalstativ, unmittelbar am Boden stehend, Füße und Rohr von Mahagoniholz, zwei gezähnten schiefen Stangen zur sanften Bewegung des Rohres. Das achromatische Objectiv hat 60 Zoll Brennweite und 43 Linien Oeffnung; ein irdisches Ocular von 66, fünf astronomische Oculare von 54, 80, 120, 180 und 270maliger Vergrößerung, einen Kreis-Micrometer, achromatischen Sucher und zwei Sonnengläser. 870 fl.

10. Tubus von 5 Fuß 4 Zoll Länge mit hölzerner Röhre, messingenem Stativ und feiner Vertical-Bewegung. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 54 Zoll Brennweite und 43 Linien Oeffnung; zwei irdische Oculare von 60 und 90, und fünf astronomische von 48, 72, 108, 162 u. 243mal. Vergrößerung mit zwei Sonnengläsern. Der ganze Tubus in einem polirten Kasten. 692 fl.

11. Tubus von 4 Fuß 10 Zoll Länge mit messingener Röhre und Stativ mit feiner Vertical-Bewegung. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 48 Zoll Brennweite und 37 Linien Oeffnung; zwei irdische Oculare von 57 und 80, und vier astronomische von 64, 96, 144 und 216mal. Vergrößerung mit einem Sonnenglas. Der ganze Tubus in einem polirten Kasten. 422 fl.

12. Tubus von 4 Fuß 4 Zoll Länge mit messingener Röhre und Stativ mit feiner Vertical-Bewegung. Das achromatische Objectiv des Fernrohrs hat 42 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung; zwei irdische Oculare von 50 und 70, und drei astronomische von 54, 84 und 126maliger Vergrößerung, nebst einem Sonnenglas und polirten Kasten. 330 fl.

13. Tubus von 3 Fuß 4 Zoll Länge mit messingener Röhre und Stativ mit feiner Vertical-Bewegung. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 30 Zoll Brennweite und 29 Linien Oeffnung, ein irdisches Ocular von 42, und zwei astronomische von 60 und 90maliger Vergrößerung, nebst einem Sonnenglas und polirtem Kasten. 220 fl.

14. Tubus von 3 Fuß 4 Zoll Länge, mit Ausnahme der feinen Vertical-Bewegung in allen Stücken dem vorhergehenden Nr. 13 gleich. 190 fl.

15. Tubus von 2 Fuß 6 Zoll Länge mit messingener Röhre und Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 20 Zoll Brennweite und 21 Linien Oeffnung, ein irdisches Ocular von 28, und zwei astronomische von 40 und 60maliger Vergrößerung, nebst einem Sonnenglas und polirtem Kasten. 117 fl.

16. Fernrohr von 4 Fuß 8 Zoll Länge mit hölzernem Rohre ohne Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 48 Zoll Brennweite, 34 Linien Oeffnung; eine Auszugsröhre mit einem irdischen Ocular von 62 und drei astronomischen von 64, 96 und 144maliger Vergrößerung, ein Sonnenglas und Kasten. 197 fl.

17. Fernrohr von 4 Fuß 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre ohne Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 32,5 Linien Oeffnung; eine Auszugsröhre mit einem irdischen Ocular von 55 und zwei astronomischen von 84 und 126maliger Vergrößerung, ein Sonnenglas und Kasten. 160 fl.

(Der Beschluß folgt.)

Inhalt.

(zu Nr. 154.)

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. p. 229.

(zur Beilage von Nr. 154.)

Neuestes Verzeichniß der optischen Apparate, welche von *G. S. Plössl*, Optiker und Mechaniker in Wien, am Wienflusse, nächst der Ketten-Fahrbrücke, am Eck der Heumühlgasse Nr. 816, für beigesetzte Preise in Conventionsmünze oder Augsburger Courant verfertiget werden. p. 245.

(zu Nr. 255.)

Ueber die Theorie des *Steinheil*schen Prismen-Kreises. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. (Beschluß.) p. 253.

Schreiben des Herrn Astronomen *Koller* an den Herausgeber. (Beschluß.) p. 257.

Schreiben des Herrn *Jürgensen* an den Herausgeber. p. 259.

Schreiben des Herrn *Andrew Lang* an den Herausgeber. p. 261.

Annonce d'une Esquisse orographique de l'Europe avec Commentaire, par le Capitaine d'Artillerie *O. N. Olsen*, à Copenhague. p. 263.

Verzeichniß der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn jetzt in München für nachstehende Preise verfertigt werden. p. 267.

Altona 1834. Januar 23.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 256.

Betrachtungen über die Methode der Vervielfältigung der Beobachtungen.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*.

So häufige Anwendungen das von *Borda* in die astronomische Praxis eingeführte Princip der Vervielfältigung der Beobachtungen auch gefunden hat, so ist doch die nähere Angabe des Vortheils, welchen dasselbe gewährt, unerörtert geblieben; auch ist nicht untersucht worden, wader auf welche Art die nach dieser Methode gemachten Beobachtungen combinirt werden müssen, wenn sie ihr wahrscheinlichstes Resultat geben sollen, noch wie grofs das Gewicht dieses Resultats ist.

Ich werde diese Lücken jetzt auszufüllen suchen. Man mufs in der That wünschen, auch aus Beobachtungen dieser Art das wahrscheinlichste Resultat ziehen zu können; auch wird der Vortheil, welcher, in einem besonderen Falle von der Anwendung des Principes der Vervielfältigungen zu erwarten ist, nur dann richtig gewürdigt werden können, wenn vorher genau erkannt ist, was dadurch geleistet wird. Um unnöthige Weitläufigkeit in Worten zu vermeiden, werde ich nur von der Messung eines Winkels (x), zwischen zwei festen Punkten A und B reden; es hat keine Schwierigkeit das diesem Falle Angemessene auf jeden anderen zu übertragen.

1.

Bei jeder Beobachtung kommen wenigstens zwei, von einander unabhängige Fehlerursachen in Betracht, im Falle einer Winkelmessung sind dieses die Unvollkommenheiten der Einstellungen auf die Objecte, zwischen welchen der Winkel gemessen werden soll, und die Unvollkommenheiten der Theilungen und der Ablesungen derselben. Wenn man alle Beobachtungen mit einem gewissen Instrumente, nach einer gleichen Methode macht, und jede derselben von den übrigen ganz unabhängig ist, so haben alle (wenn übrigens nicht besondere Fehlerursachen für einige vorhanden sind) offenbar einen gleichen Werth und es hat gar kein Interesse, die beiden Fehlerursachen, aus deren Zusammenwirken der diesen Beobachtungen eigenthümliche wahrscheinliche Fehler entsteht, von einander zu trennen. Allein wenn die verschiedenen Beobachtungen von einander nicht unabhängig sind, wie dieses bei der Anwendung der Methode der Vervielfältigung der Fall ist, so trennen sich beide Fehlerursachen und erfordern, wenn es darauf ankömmt, die wahren Resultate einer Beobachtungsreihe zu erhalten, eine abgesonderte Berücksichtigung. Die Art, wie diese Absonderung im Folgenden gemacht ist, wird in allen ähnlichen Fällen angewandt werden können.

Ich werde den wahrscheinlichen (oder mittleren) Fehler der Einstellungen durch α, der Theilungen und Ablesungen durch β bezeichnen, gröfserer Bequemlichkeit wegen aber nicht α und β selbst, sondern $\frac{1}{\alpha\alpha} = a$ und $\frac{1}{\beta\beta} = b$ in die Rechnung einführen. Diese a und b sind die Gewichte der Operationen des Einstellens und Ablesens: die Einheit derselben ist das Gewicht einer Beobachtung, welche den wahrscheinlichen (oder mittleren) Fehler $= 1$ besitzt.

Die Messung des Winkels zwischen zwei Punkten A und B erfordert vier Operationen, welche ich, in der Ordnung, die bei der Anwendung eines Vervielfältigungs-Instrumentes stattfindet, jetzt aufzählen werde:

1. die Alhidade wird festgeklemmt; der Index derselben entspricht einem willkührlichen Punkte (u) der Theilung, welcher durch die Ablesung $= m$ gefunden wird (Gew. $= b$);
2. das Instrument wird, ohne u zu ändern, auf den Punkt A eingestellt; die Entfernung dieses Punktes von dem Anfangspunkte der Theilungen (x), wird hierdurch $= u$ (Gew. $= a$);
3. die Alhidade wird, ohne x zu ändern, gedrehet und das Instrument auf den Punkt B eingestellt; hierdurch gelangt der Index auf einen anderen Punkt der Theilung (u'), dessen Entfernung vom Anfangspunkte der Theilungen $= x + x$ ist (Gew. $= a$);
4. die Angabe des Index wird abgelesen und $= m'$ gefunden (Gew. $= b$).

Hierdurch ist eine Beobachtung vollendet und wenn das Instrument als nicht-vervielfältigendes angewandt werden

Digitized by Google

soll, hat es dabei sein Bewenden; ich werde einen Augenblick dabei verweilen.

Die vier Gleichungen, welche diesen vier Operationen entsprechen, nämlich

$$\begin{aligned} u &= m \quad \text{Gewicht} = b \\ \alpha &= u \quad \ldots\ldots\ldots a \\ \alpha + x &= u' \quad \ldots\ldots\ldots a \\ u' &= m' \quad \ldots\ldots\ldots b \end{aligned}$$

enthalten eben so viele unbekannte Gröfsen und geben das bestimmte Resultet $x = m' - m$. Um das Gewicht desselben zu finden, macht man, nach den gewöhnlichen Vorschriften der Methode der kleinsten Quadrete, aue diesen Gleichungen 4 neue:

$$\begin{aligned} A &= 2a\alpha - au - au' + ax = 0 \\ U &= -a\alpha + (a+b)u \qquad\qquad - bm = 0 \\ U' &= -a\alpha \qquad + (a+b)u' - ax - bm' = 0 \\ X &= a\alpha \qquad - au' + ax \qquad = 0 \end{aligned}$$

nnd eliminirt daraus alle unbekannten Gröfsen bie auf x; setzt man die übrigbleibende Gleichung unter die Form

$$X = px - q$$

so ist $x = \frac{q}{p}$ der gesuchte Werth von x und p ist sein Gewicht. Man findet ohne Mühe

$$X = \frac{ab}{2(a+b)}x - \frac{ab}{2(a+b)}(m' - m)$$

also das Gewicht der Bestimmung von x

$$= \frac{ab}{2(a+b)}.$$

Der diesem Gewichte entsprechende wehrscheinliche (oder mittlere) Fehler iet $= \sqrt{[2\alpha\alpha + 2\beta\beta]}$, derselbe den man unmittelbar gefunden haben würde, wenn man von dem Satze hätte ausgehen wollen, dafs eine Beobachtung, auf welche mehrere, von einander unabhängige Fehlerursachen einwirken, welche resp. die wahrecheinlichen Fehler $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ erzeugen würden, den wahrscheinlichen Fehler $\sqrt{[\alpha\alpha + \beta\beta + \gamma\gamma + \ldots]}$ beeitzt. Dieser Satz ist, auf die hier angewandte Art, sehr leicht zu heweisen.

2.

Ich habe hier eine einzelne für sich bestehende Beobachtung betrachtet, welche von allen anderen derselben Art ganz unabhängig iet. Das Wesentliche der Vervielfältigungsmethoden ist aber die Abhängigkeit jeder folgenden Beobachtung von der vorhergehenden: das u', auf welches der Index durch diese gelangt ist, vertritt bei jener die Stelle dee vorigen u. Ob die 4te Operation, die Ablesung, gemacht oder unterlassen wird, ist, in Beziehung auf die Benennung der Methode gleichgültig: eine Reihe Beobachtungen, deren jede folgende von dem der vorigen zugehörigen u' ausgeht, ist eine vervielfältigte, es mag zwischen jeder einzelnen, oder in gleichen oder ungleichen Zwischenräumen, oder nur am Anfange und am Ende abgelesen sein. Um alle diese verschiedenen Fälle unter Eine Uebersicht bringen zu können, werde ich den Ableeungen verschieden bezeichnete Gewichte beilegen; für die fehlenden werden die ihnen zugehörigen Gewichte epäter $= 0$ gesetzt, für die gemachten werden sie sämmtlich $= b$. Auf diese Art erhält man für jede Reihe von Vervielfältigungsbeobachtungen, der Aufzählung im 1sten Art. gemäfs, folgende Reihe von Gleichungen:

Gewicht $\underbrace{= a}$ $\underbrace{= a}$

$$\begin{aligned} & & & u = m \text{ Gew.} = b \\ u &= \alpha; & u' &= \alpha + x; & u' &= m' \ldots\ldots b' \\ u' &= \alpha'; & u'' &= \alpha' + x; & u'' &= m'' \ldots\ldots b'' \\ u'' &= \alpha''; & u''' &= \alpha'' + x; & u''' &= m''' \ldots\ldots b''' \end{aligned}$$

u. s. w.

$$u^{(n-1)} = \alpha^{(n-1)}; \quad u^{(n)} = \alpha^{(n-1)} + x; \quad u^{(n)} = m^{(n)} \ldots\ldots b^{(n)}$$

Mit Ausnahme des Falle wo nur m und $m^{(n)}$ abgelesen sind, ist die Angabe dieser Gleichungen gröfser als die der unbekannten Gröfsen. Die Gleichungen, aus welchen die wahrecheinlichste Bestimmung dieser Gröfsen hervorgeht, sind folgende:

$$\begin{aligned} 2a\alpha + ax &= a(u + u') \\ 2a\alpha' + ax &= a(u' + u'') \\ 2a\alpha'' + ax &= a(u'' + u''') \end{aligned}$$

u. s. w.

$$\begin{aligned} 2a\alpha^{(n-1)} + ax &= a(u^{(n-1)} + u^{(n)}) \\ (a+b)u &= a\alpha + bm \\ (2a+b)u' &= a(\alpha + \alpha' + x) + b'm' \\ (2a+b)u'' &= a(\alpha' + \alpha'' + x) + b''m'' \end{aligned}$$

u. s. w.

$$\begin{aligned} (2a+b)u^{(n-1)} &= a(\alpha^{(n-2)} + \alpha^{(n-1)} + x) + b^{(n-1)}m^{(n-1)} \\ (a+b)u^{(n)} &= a(\alpha^{(n-1)} + x) + b^{(n)}m^{(n)} \\ nax + a(\alpha + \alpha' + \ldots + \alpha^{(n-1)}) &= a(u' + u'' + \ldots + u^{(n)}) \end{aligned}$$

Wendet man die aus den n ersten Gleichungen hervorgehenden Ausdrücke von $\alpha, \alpha', \alpha'', \ldots \alpha^{(n-1)}$ an, um die übrigen von diesen Gröfsen zu befreien, und dividirt man diese, mit Ausnahme der letzten, durch $\frac{1}{2}a$, wae erlaubt ist, indem man nicht die Gewichte der Bestimmungen der verschiedenen u, eondern nur das Gewicht von x zu wissen verlangt, so erhält men:

Digitized by Google

$$\left(1+\frac{2b}{a}\right)u - u' = \frac{2b}{a}m - x$$
$$-u+\left(2+\frac{2b'}{a}\right)u' - u'' = \frac{2b'}{a}m'$$
$$-u'+\left(2+\frac{2b''}{a}\right)u'' - u''' = \frac{2b''}{a}m''$$

u. s. w.

$$-u^{(n-2)}+\left(2+\frac{2b^{(n-1)}}{a}\right)u^{(n-1)} - u^{(n)} = \frac{2b^{(n-1)}}{a}m^{(n-1)}$$
$$-u^{(n-1)}+\left(1+\frac{2b^{(n)}}{a}\right)u^{(n)} = \frac{2b^{(n)}}{a}m^{(n)}+x$$

und

$$\frac{an}{2}x - \frac{a}{2}(u^{(n)}-u) = 0.$$

Wenn die wirklich gemachten Ablesungen die Ordnungszahlen

$$0, h, i, l, \ldots\ldots m, n$$

haben, so werden

$$b,\ b^{(h)},\ b^{(i)},\ b^{(l)},\ldots\ldots b^{(m)},\ b^{(n)}$$

einander gleich, die übrigen verschwinden. Man hat dann die rechts vom Gleichheitszeichen stehende Gröfse aller Gleichungen bei welchen das letztere der Fall ist $= 0$, den Coefficienten des mittleren Gliedes derselben $= 2$. Hieraus folgert man leicht

$$u'-u = u''-u' = \ldots\ldots = u^{(h)}-u^{(h-1)} = \frac{u^{(h)}-u}{h}$$
$$u^{(h+1)}-u^{(h)} = u^{(h+2)}-u^{(h+1)} = \ldots = u^{(i)}-u^{(i-1)} = \frac{u^{(i)}-u^{(h)}}{i-h}$$

u. s. w.

Indem diese Gleichungen hierdurch erfüllt werden, kommen sie nicht weiter in Betracht; die übrigen verwandeln sich in

$$\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{h}\right)u - \frac{1}{h}u^{(h)} = \frac{2b}{a}m - x$$
$$-\frac{1}{h}u+\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{h}+\frac{1}{i-h}\right)u^{(h)}-\frac{1}{i-h}u^{(i)} = \frac{2b}{a}m^{(h)}$$
$$-\frac{1}{i-h}u^{(h)}+\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{i-h}+\frac{1}{l-i}\right)u^{(i)}-\frac{1}{l-i}u^{(l)} = \frac{2b}{a}m^{(i)}$$

u. s. w.

$$-\frac{1}{n-m}u^{(m)}+\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{n-m}\right)u^{(n)} = \frac{2b}{a}m^{(n)}+x$$

Man findet hieraus, durch eine sehr leichte Rechnung, die Ausdrücke von $u^{(n)}$ und u durch die gemachten Ablesungen und x. Dividirt man nämlich die erste Gleichung durch $\frac{2bh}{a}+1$ und addirt man den Quotienten zur zweiten, so ist die Summe frei von u; dividirt man diese Summe durch den Coefficienten von $u^{(h)}$ und durch $i-h$ und addirt man den Quotienten zur dritten Gleichung, so ist die Summe beider auch frei von $u^{(h)}$. Die Fortsetzung dieses Verfahrens bis zur letzten Gleichung führt auf die Form

$$L u^{(n)} = M + Nx.$$

Wendet man dasselbe Verfahren in umgekehrter Ordnung an, so dafs man bei der letzten Gleichung anfängt und bei der ersten endigt, so erhält man, analog bezeichnet,

$$L' u = M' + N' x.$$

Die Substitution der aus beiden Rechnungen hervorgegangenen Ausdrücke von $u^{(n)}$ und u in die Gleichung

$$\frac{an}{2}x - \frac{a}{2}(u^{(n)}-u) = 0$$

giebt endlich

$$\frac{a}{2}\left\{n-\frac{N}{L}+\frac{N'}{L'}\right\}x - \frac{a}{2}\left\{\frac{M}{L}-\frac{M'}{L'}\right\} = 0;$$

also

$$x = \frac{\frac{M}{L}-\frac{M'}{L'}}{n-\frac{N}{L}+\frac{N'}{L'}}$$

und das Gewicht dieser Bestimmung

$$= \frac{a}{2}\left\{n-\frac{N}{L}+\frac{N'}{L'}\right\}.$$

3.

Wenn die Ordnungszahlen der Beobachtungen, bei welchen abgelesen worden ist, nämlich $0, h, i, l, \ldots m, n$ eine arithmetische Progression sind, so kann man den Werth und das Gewicht von x, ohne in Weitläuftigkeiten zu gerathen, noch weiter entwickeln. Die Vervielfältigungsbeobachtungen sind meistens in diesem Falle, indem man entweder nach jeder einzelnen Beobachtung, oder nach jeder 4ten oder 5ten abzulesen pflegt.

Ich werde also

$$h = i-h = l-i = \ldots = m-n$$

annehmen, für die Ordnungszahl der letzten Beobachtung aber nh schreiben, so dafs die ganze Reihe der Beobachtungen aus n Abtheilungen, jede von h Vervielfältigungen besteht. Die allgemeineren Gleichungen im vorigen Art. verwandeln sich in diesem Falle in:

$$\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{h}\right)u - \frac{1}{h}u^{(h)} = \frac{2b}{a}m - x$$
$$-\frac{1}{h}u + \left(\frac{2b}{a}+\frac{2}{h}\right)u^{(h)}-\frac{1}{h}u^{(2h)} = \frac{2b}{a}m^{(h)}$$
$$-\frac{1}{h}u^{(h)} + \left(\frac{2b}{a}+\frac{2}{h}\right)u^{(2h)}-\frac{1}{h}u^{(3h)} = \frac{2b}{a}m^{(2h)}$$

u. s. w.

$$-\frac{1}{h}u^{(nh-h)}+\left(\frac{2b}{a}+\frac{1}{h}\right)u^{(nh)} = \frac{2b}{a}m^{(nh)}+x$$

Digitized by Google

oder wenn man sie mit h multiplicirt und k für $\frac{bh}{a}+1$ schreibt, in

$$\begin{aligned}(2k-1)u-u^{(h)} &= 2(k-1)m-hx\\ -u+2k\,u^{(h)}-u^{(2h)} &= 2(k-1)m^{(h)}\\ -u^{(h)}+2k\,u^{(2h)}-u^{(3h)} &= 2(k-1)m^{(2h)}\\ &\text{u. s. w.}\\ -u^{(nh-h)}+(2k-1)u^{(nh)} &= 2(k-1)m^{(nh)}+hx\end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen mufs der Ausdruck von $u^{(nh)}-u$ abgeleitet und in die Gleichung

$$\frac{anh}{2}x-\frac{a}{2}(u^{(nh)}-u)=0$$

gesetzt werden, welcha dann x bestimmen wird. Zieht man die erste von der letzten, die zweite von der vorletzten, u. s. w. ab, und bezeichnet man, der Abkürzung wegen $u^{(nh)}-u$ durch Δ_n, $u^{(nh-h)}-u^{(h)}$ durch Δ_{n-2} u. s. w., ferner $m^{(nh)}-m$ durch d_n, $m^{(nh-h)}-m^{(h)}$ durch d_{n-2}, u. s. w. so erhält man folgende neue Gleichungen

$$\begin{aligned}(2k-1)\Delta_n-\Delta_{n-2} &= 2(k-1)d_n+2hx\\ -\Delta_n+2k\Delta_{n-2}-\Delta_{n-4} &= 2(k-1)d_{n-2}\\ -\Delta_{n-2}+2k\Delta_{n-4}-\Delta_{n-6} &= 2(k-1)d_{n-4}\\ &\text{u. s. w.}\end{aligned}$$

Wenn n eine gerade Zahl ist, so ist die letzte dieser Gleichungen

$$-\Delta_4+2k\Delta_2 = 2(k-1)d_2;$$

wenn es eine ungerade Zahl ist, aber

$$-\Delta_3+(2k+1)\Delta_1 = 2(k-1)d_1.$$

Durch diese Verschiedenheit wird eine abgesonderte Entwickelung beider Fälle nöthig. Ich werde mit einem geradan n anfangen. Schreibt man die Gleichungen in umgekehrter Ordnung

$$\begin{aligned}2k\Delta_2-\Delta_4 &= 2(k-1)d_2\\ -\Delta_2+2k\Delta_4-\Delta_6 &= 2(k-1)d_4\\ -\Delta_4+2k\Delta_6-\Delta_8 &= 2(k-1)d_6\\ &\text{u. s. w.}\\ -\Delta_{n-2}+(2k-1)\Delta_n &= 2(k-1)d_n+2hx\end{aligned}$$

und schafft man, durch Division der ersten Gleichung durch $2k=k'$, aus der Summe dieses Quotienten und der 2ten Gleichung Δ_2 fort, so dafs man erhält

$$k''\Delta_4-\Delta_2 = 2(k-1)\left\{d_4+\frac{d_2}{k'}\right\}$$

wo k'' für $2k-\frac{1}{k'}$ geschrieben ist; ferner aus dieser und der 3ten Gleichung Δ_6, so dafs man erhält

$$k''\Delta_6-\Delta_4 = 2(k-1)\left\{d_6+\frac{d_4}{k''}+\frac{d_2}{k''k'}\right\}$$

u. s. w., und setzt man dieses bis zur letzten Gleichung fort, so ergiebt diese

$$(k^{(n)}-1)\Delta_n = 2(k-1)\left\{d_n+\frac{d_{n-2}}{k^{(n-1)}}+\frac{d_{n-4}}{k^{(n-1)}k^{(n-2)}}+\cdots+\frac{d_2}{k^{(n-1)}k^{(n-2)}\ldots k'}\right\}+2hx$$

Man erhält endlich, indem man den hieraus folgenden Ausdruck von Δ_n in die Gleichung

$$\frac{anh}{2}x-\frac{a}{2}\Delta_n=0$$

setzt,

$$0=\frac{ah}{2}\left\{n-\frac{2}{k^{(n)}-1}\right\}x-\frac{a(k-1)}{k^{(n)}-1}\left\{d_n+\frac{d_{n-2}}{k^{(n-1)}}+\frac{d_{n-4}}{k^{(n-1)}k^{(n-2)}}+\cdots+\frac{d_2}{k^{(n-1)}k^{(n-2)}\ldots k'}\right\}.$$

Hieraus ergiebt sich der Werth und das Gewicht von x; das letztere ist der Coefficient von x in dieser Gleichung. Die Reihe der eingeführten k', k'', ... ist

$$k'=2k;\quad k''=2k-\frac{1}{k'};\quad k'''=2k-\frac{1}{k''};\ \text{u. s. w.}\ldots.$$

Für ein ungerades n ist die Reihe der Gleichungen in umgekehrter Ordnung geschrieben,

$$\begin{aligned}(2k+1)\Delta_1-\Delta_3 &= 2(k-1)d_1\\ -\Delta_1+2k\Delta_3-\Delta_5 &= 2(k-1)d_3\\ -\Delta_3+2k\Delta_5-\Delta_7 &= 2(k-1)d_5\\ &\text{u. s. w.}\\ -\Delta_{n-2}+(2k-1)\Delta_n &= 2(k-1)d_n+2hx.\end{aligned}$$

Führt man hier

$$x'=2k+1;\quad x''=2k-\frac{1}{x'};\quad x'''=2k-\frac{1}{x''};\quad \text{u. s. w.}$$

in die Rechnung ein, so wird, ganz ähnlich mit dem vorher betrachteten Falle, die Endgleichung:

$$0=\frac{ah}{2}\left\{n-\frac{2}{x^{\left(\frac{n+1}{2}\right)}-1}\right\}x-\frac{a(k-1)}{x^{\left(\frac{n+1}{2}\right)}-1}\left\{d_n+\frac{d_{n-2}}{x^{\left(\frac{n-1}{2}\right)}}+\frac{d_{n-4}}{x^{\left(\frac{n-1}{2}\right)}x^{\left(\frac{n-3}{2}\right)}}+\cdots+\frac{d_1}{x^{\left(\frac{n-1}{2}\right)}x^{\left(\frac{n-3}{2}\right)}\ldots x'}\right\}.$$

4.

Ich werde jetzt die Gröfsen k', k'', k''' u. s. w. und x', x'', x''' u. s. w. unabhängig voneinander ausdrücken. Multiplicirt man die Reihe der Gleichungen:

Digitized by Google

$$k' = 2k$$
$$k'' = 2k - \frac{1}{k'}$$
$$k''' = 2k - \frac{1}{k''}$$
u. s. w.

respective mit 1, k', $k'k''$, $k'k''k'''$ u. s. w. und bezeichnet man k', $k'k''$, $k'k''k'''$,.... durch $\varphi 1$, $\varphi 2$, $\varphi 3$.... so verwandeln sie sich in

$$0 = \varphi 1 - 2k$$
$$0 = \varphi 2 - 2k\varphi 1 + 1$$
$$0 = \varphi 3 - 2k\varphi 2 + \varphi 1$$
$$0 = \varphi 4 - 2k\varphi 3 + \varphi 2$$
u. s. w.

Hieraus geht hervor, dafs $\varphi 1$, $\varphi 2$, $\varphi 3$ u. s. w. die Coefficienten einer rückkehrenden Reihe sind, und dafs man die identische Gleichung

$$\frac{1}{1-2ky+yy} = 1 + \varphi 1.y + \varphi 2.y^2 + \varphi 3.y^3 + \ldots.$$

hat. Bezeichnet man $\sqrt{(kk-1)}$ durch r, $k+r$ durch R, $k-r$ durch R', so hat man

$$\frac{1}{1-2ky+yy} = \frac{1}{(R-y)(R'-y)} = \frac{1}{2r}\left\{\frac{1}{R'-y} - \frac{1}{R-y}\right\};$$

und wenn man diesen Ausdruck nach den aufsteigenden Potenzen von y entwickelt,

$$= \frac{1}{2r}\left\{\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R}\right) + \left(\frac{2}{R'^2} - \frac{2}{R^2}\right)y + \left(\frac{1}{R'^3} - \frac{1}{R^3}\right)y^2 + \ldots\right\}$$

Bemerkt man noch, dafs $RR' = 1$ ist, so erhält man allgemein:

$$2r\varphi i = R^{i+1} - R'^{i+1}$$

und hieraus

$$k^{(i)} = \frac{\varphi i}{\varphi(i-1)} = \frac{R^{i+1} - R'^{i+1}}{R^i - R'^i}$$

Die Reihe der x, nämlich:

$$x' = 2k + 1$$
$$x'' = 2k - \frac{1}{x'}$$
$$x''' = 2k - \frac{1}{x''}$$
u. s. w.

läfst sich ebenfalls durch R und R' ausdrücken. Multiplicirt man diese Gleichungen respective mit 1, x', $x'x''$, $x'x''x'''$.... und bezeichnet man diese Producte durch 1, $\psi 1$, $\psi 2$, $\psi 3$..., so verwandeln die Gleichungen sich in:

$$0 = \psi 1 - 2k - 1$$
$$0 = \psi 2 - 2k\psi 1 + 1$$
$$0 = \psi 3 - 2k\psi 2 + \psi 1$$
$$0 = \psi 4 - 2k\psi 3 + \psi 2$$
u. s. w.

Man sieht hieraus, dafs man hat,

$$\frac{1+y}{1-2ky+yy} = 1 + \psi 1.y + \psi 2.y^2 + \psi 3.y^3 + \ldots.;$$

was links vom Gleichheitszeichen steht ist

$$= \frac{1}{2r}\left\{\frac{1+R'}{R'-y} - \frac{1+R}{R-y}\right\}$$

und wenn man $\frac{1}{R}$ für R' schreibt

$$= \frac{1+R}{2r}\left\{\frac{1}{1-Ry} - \frac{1}{R-y}\right\}.$$

Die Entwickelung dieses Ausdruckes nach den aufsteigenden Potenzen von y giebt allgemein:

$$2r\psi i = (1+R)\left\{R^i - \frac{1}{R^{i+1}}\right\} = \frac{1+R}{\sqrt{R}}\left\{R^{i+\frac{1}{2}} - R'^{i+\frac{1}{2}}\right\} = \left\{\sqrt{R} + \sqrt{R'}\right\}\left\{R^{i+\frac{1}{2}} - R'^{i+\frac{1}{2}}\right\};$$

man hat also auch

$$x^{(i)} = \frac{\psi i}{\psi(i-1)} = \frac{R^{i+\frac{1}{2}} - R'^{i+\frac{1}{2}}}{R^{i-\frac{1}{2}} - R'^{i-\frac{1}{2}}}.$$

5.

Aus dem vorigen Art. gehet hervor, dafs die richtige Combination einer Reihe von Vervielfältigungsbeobachtungen, in welcher die Ablesungen gleichmäfsig vertheilt sind, so wie auch die Berechnung des Gewichtes ihres Resultats, auf die Function

$$R^i - R'^i$$

oder

$$R^i - R^{-i}$$

zurückführt. Diese Function werde ich jetzt durch $[i]$ bezeichnen, ihre Anwendung auch nicht auf ganze Werthe von i beschränken. Nach den Formeln des 3ten Art. ist für ein gerades n, wenn man für die Reihe der k ihre Ausdrücke durch die hier eingeführte Function setzt:

$$x = \frac{\frac{2}{k}(k-1)}{n[\frac{1}{2}n+1] - (n+2)[\frac{1}{2}n]}\left\{d_n[\tfrac{1}{2}n] + d_{n-2}[\tfrac{1}{2}n-1] + \ldots. + d_4[2] + d_2[1]\right\}$$

und das Gewicht dieser Bestimmung

$$= \frac{ah}{2}\left\{\frac{n[\frac{1}{2}n+1] - (n+2)[\frac{1}{2}n]}{[\frac{1}{2}n+1] - [\frac{1}{2}n]}\right\}.$$

Digitized by Google

oder wenn man sie mit h multiplicirt und k für $\frac{bh}{a}+1$ schreibt, in

$$\begin{aligned}(2k-1)u - u^{(h)} &= 2(k-1)m - hx\\ -u + 2k\,u^{(h)} - u^{(2h)} &= 2(k-1)m^{(h)}\\ -u^{(h)} + 2k\,u^{(2h)} - u^{(3h)} &= 2(k-1)m^{(2h)}\end{aligned}$$

u. s. w.

$$-u^{(nh-h)} + (2k-1)u^{(nh)} = 2(k-1)m^{(nh)} + hx$$

Aus diesen Gleichungen mufs der Ausdruck von $u^{(nh)} - u$ abgeleitet und in die Gleichung

$$\frac{anh}{2}x - \frac{a}{2}(u^{(nh)} - u) = 0$$

gesetzt werden, welche dann x bestimmen wird. Zieht man die erste von der letzten, die zweite von der vorletzten, u. s. w. ab, und bezeichnet man, der Abkürzung wegen $u^{(nh)} - u$ durch Δ_n, $u^{(nh-h)} - u^{(h)}$ durch Δ_{n-2} u. s. w., ferner $m^{(nh)} - m$ durch d_n, $m^{(nh-h)} - m^{(h)}$ durch d_{n-2}, u. s. w. so erhält man folgende neue Gleichungen

$$\begin{aligned}(2k-1)\Delta_n - \Delta_{n-2} &= 2(k-1)d_n + 2hx\\ -\Delta_n + 2k\Delta_{n-2} - \Delta_{n-4} &= 2(k-1)d_{n-2}\\ -\Delta_{n-2} + 2k\Delta_{n-4} - \Delta_{n-6} &= 2(k-1)d_{n-4}\end{aligned}$$

u. s. w.

Wenn n eine gerade Zahl ist, so ist die letzte dieser Gleichungen

$$-\Delta_4 + 2k\Delta_2 = 2(k-1)d_2;$$

wenn es eine ungerade Zahl ist, aber

$$-\Delta_3 + (2k+1)\Delta_1 = 2(k-1)d_1.$$

Durch diese Verschiedenheit wird eine abgesonderte Entwickelung beider Fälle nöthig. Ich werde mit einem geradan n anfangen. Schreibt man die Gleichungen in umgekehrter Ordnung

$$\begin{aligned}2k\Delta_2 - \Delta_4 &= 2(k-1)d_2\\ -\Delta_2 + 2k\Delta_4 - \Delta_6 &= 2(k-1)d_4\\ -\Delta_4 + 2k\Delta_6 - \Delta_8 &= 2(k-1)d_6\end{aligned}$$

u. s. w.

$$-\Delta_{n-2} + (2k-1)\Delta_n = 2(k-1)d_n + 2hx$$

und schafft man, durch Division der ersten Gleichung durch $2k = k'$, aus der Summe dieses Quotienten und der 2ten Gleichung Δ_2 fort, so dafs man erhält

$$k''\Delta_4 - \Delta_6 = 2(k-1)\left\{d_4 + \frac{d_2}{k'}\right\}$$

wo k'' für $2k - \frac{1}{k'}$ geschrieben ist; ferner aus dieser und der 3ten Gleichung Δ_4, so dafs man erhält

$$k''\Delta_6 - \Delta_8 = 2(k-1)\left\{d_6 + \frac{d_4}{k''} + \frac{d_2}{k''k'}\right\}$$

u. s. w., und setzt man dieses bis zur letzten Gleichung fort, so ergiebt diese

$$(k^{(\frac{1}{2}n)} - 1)\Delta_n = 2(k-1)\left\{d_n + \frac{d_{n-2}}{k^{(\frac{1}{2}n-1)}} + \frac{d_{n-4}}{k^{(\frac{1}{2}n-1)}k^{(\frac{1}{2}n-2)}} + \cdots + \frac{d_2}{k^{(\frac{1}{2}n-1)}k^{(\frac{1}{2}n-2)}\cdots k'}\right\} + 2hx$$

Man erhält endlich, indem man den hieraus folgenden Ausdruck von Δ_n in die Gleichung

$$\frac{anh}{2}x - \frac{a}{2}\Delta_n = 0$$

setzt,

$$0 = \frac{ah}{2}\left\{n - \frac{2}{k^{(\frac{1}{2}n)} - 1}\right\}x - \frac{a(k-1)}{k^{(\frac{1}{2}n)} - 1}\left\{d_n + \frac{d_{n-2}}{k^{(\frac{1}{2}n-1)}} + \frac{d_{n-4}}{k^{(\frac{1}{2}n-1)}k^{(\frac{1}{2}n-2)}} + \cdots + \frac{d_2}{k^{(\frac{1}{2}n-1)}k^{(\frac{1}{2}n-2)}\cdots k'}\right\}.$$

Hieraus ergiebt sich der Werth und das Gewicht von x; das letztere ist der Coefficient von x in dieser Gleichung. Die Reihe der eingeführten k', k'', ... ist

$$k' = 2k;\quad k'' = 2k - \frac{1}{k'};\quad k''' = 2k - \frac{1}{k''};\ \text{u. s. w.}\ldots$$

Für ein ungerades n ist die Reihe der Gleichungen in umgekehrter Ordnung geschrieben,

$$\begin{aligned}(2k+1)\Delta_1 - \Delta_3 &= 2(k-1)d_1\\ -\Delta_1 + 2k\Delta_3 - \Delta_5 &= 2(k-1)d_3\\ -\Delta_3 + 2k\Delta_5 - \Delta_7 &= 2(k-1)d_5\end{aligned}$$

u. s. w.

$$-\Delta_{n-2} + (2k-1)\Delta_n = 2(k-1)d_n + 2hx.$$

Führt man hier

$$x' = 2k+1;\quad x'' = 2k - \frac{1}{x'};\quad x''' = 2k - \frac{1}{x''};\quad \text{u. s. w.}$$

in die Rechnung ein, so wird, ganz ähnlich mit dem vorher betrachteten Falle, die Endgleichung:

$$0 = \frac{ah}{2}\left\{n - \frac{2}{x^{(\frac{n+1}{2})} - 1}\right\}x - \frac{a(k-1)}{x^{(\frac{n+1}{2})} - 1}\left\{d_n + \frac{d_{n-2}}{x^{(\frac{n-1}{2})}} + \frac{d_{n-4}}{x^{(\frac{n-1}{2})}x^{(\frac{n-3}{2})}} + \cdots + \frac{d_1}{x^{(\frac{n-1}{2})}x^{(\frac{n-3}{2})}\cdots x'}\right\}.$$

4.

Ich werde jetzt die Gröfsen k', k'', k''' u. s. w. und x', x'', x''' u. s. w. unabhängig voneinander ausdrücken. Multiplicirt man die Reihe der Gleichungen:

Digitized by Google

$$k' = 2k$$
$$k'' = 2k - \frac{1}{k'}$$
$$k''' = 2k - \frac{1}{k''}$$
u. s. w.

respective mit 1, k', $k'k''$, $k'k''k'''$ u. s. w. und bezeichnet man k', $k'k''$, $k'k''k'''$,.... durch $\varphi 1$, $\varphi 2$, $\varphi 3$.... so verwandeln sie sich in

$$0 = \varphi 1 - 2k$$
$$0 = \varphi 2 - 2k\varphi 1 + 1$$
$$0 = \varphi 3 - 2k\varphi 2 + \varphi 1$$
$$0 = \varphi 4 - 2k\varphi 3 + \varphi 2$$
u. s. w.

Hieraus geht hervor, dafs $\varphi 1$, $\varphi 2$, $\varphi 3$ u. s. w. die Coefficienten einer rückkehrenden Reihe sind, und dafs man die identische Gleichung

$$\frac{1}{1-2ky+yy} = 1 + \varphi 1 . y + \varphi 2 . y^2 + \varphi 3 . y^3 + \ldots .$$

hat. Bezeichnet man $\sqrt{(kk-1)}$ durch r, $k+r$ durch R, $k-r$ durch R', so hat man

$$\frac{1}{1-2ky+yy} = \frac{1}{(R-y)(R'-y)} = \frac{1}{2r}\left\{\frac{1}{R'-y} - \frac{1}{R-y}\right\};$$

und wenn man diesen Ausdruck nach den aufsteigenden Potenzen von y entwickelt,

$$= \frac{1}{2r}\left\{\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R}\right) + \left(\frac{2}{R'^2} - \frac{2}{R^2}\right)y + \left(\frac{1}{R'^3} - \frac{1}{R^3}\right)y^2 + \ldots\right\}$$

Bemerkt man noch, dafs $RR' = 1$ ist, so erhält man allgemein:

$$2r\varphi i = R^{i+1} - R'^{i+1}$$

und hieraus

$$k^{(i)} = \frac{\varphi i}{\varphi(i-1)} = \frac{R^{i+1} - R'^{i+1}}{R^i - R'^i}$$

Die Reihe der x, nämlich:

$$x' = 2k + 1$$
$$x'' = 2k - \frac{1}{x'}$$
$$x''' = 2k - \frac{1}{x''}$$
u. s. w.

läfst sich ebenfalls durch R und R' ausdrücken. Multiplicirt man diese Gleichungen respective mit 1, x', $x'x''$, $x'x''x'''$.... und bezeichnet man diese Producte durch 1, $\psi 1$, $\psi 2$, $\psi 3$..., so verwandeln die Gleichungen sich in:

$$0 = \psi 1 - 2k - 1$$
$$0 = \psi 2 - 2k\psi 1 + 1$$
$$0 = \psi 3 - 2k\psi 2 + \psi 1$$
$$0 = \psi 4 - 2k\psi 3 + \psi 2$$
u. s. w.

Man sieht hieraus, dafs man hat,

$$\frac{1+y}{1-2ky+yy} = 1 + \psi 1 . y + \psi 2 . y^2 + \psi 3 . y^3 + \ldots ;$$

was links vom Gleichheitszeichen steht ist

$$= \frac{1}{2r}\left\{\frac{1+R'}{R'-y} - \frac{1+R}{R-y}\right\}$$

und wenn man $\frac{1}{R}$ für R' schreibt

$$= \frac{1+R}{2r}\left\{\frac{1}{1-Ry} - \frac{1}{R-y}\right\}$$

Die Entwickelung dieses Ausdruckes nach den aufsteigenden Potenzen von y giebt allgemein:

$$2r\psi i = (1+R)\left\{R^i - \frac{1}{R^{i+1}}\right\} = \frac{1+R}{\sqrt{R}}\left\{R^{i+\frac{1}{2}} - R'^{i+\frac{1}{2}}\right\} = \left\{\sqrt{R} + \sqrt{R'}\right\}\left\{R^{i+\frac{1}{2}} - R'^{i+\frac{1}{2}}\right\};$$

man hat also auch

$$x^{(i)} = \frac{\psi i}{\psi(i-1)} = \frac{R^{i+\frac{1}{2}} - R'^{i+\frac{1}{2}}}{R^{i-\frac{1}{2}} - R'^{i-\frac{1}{2}}} .$$

5.

Aus dem vorigen Art. gehet hervor, dafs die richtige Combination einer Reihe von Vervielfältigungsbeobachtungen, in welcher die Ablesungen gleichmäfsig vertheilt sind, so wie auch die Berechnung des Gewichtes ihres Resultats, auf die Function

$$R^i - R'^i$$

oder

$$R^i - R^{-i}$$

zurückführt. Diese Function werde ich jetzt durch $[i]$ bezeichnen, ihre Anwendung auch nicht auf ganze Werthe von i beschränken. Nach den Formeln des 3ten Art. ist für ein gerades n, wenn man für die Reihe der k ihre Ausdrücke durch die hier eingeführte Function setzt:

$$x = \frac{\frac{2}{h}(k-1)}{n[\frac{1}{2}n+1] - (n+2)[\frac{1}{2}n]}\left\{d_n[\tfrac{1}{2}n] + d_{n-2}[\tfrac{1}{2}n-1] + \ldots . + d_4[2] + d_2[1]\right\}$$

und das Gewicht dieser Bestimmung

$$= \frac{nh}{2}\left\{\frac{n[\frac{1}{2}n+1] - (n+2)[\frac{1}{2}n]}{[\frac{1}{2}n+1] - [\frac{1}{2}n]}\right\}.$$

Digitized by Google

Es ist offenbar, dafs der gemeinschaftliche Factor des Ausdruckes von x nichts anders sein kann, als

$$\frac{1:h}{n[\frac{1}{2}n]+(n-2)[\frac{1}{2}n-1]+\ldots+4[2]+2[1]}$$

dieses folgt aus der Nothwendigkeit, dafs für den Fall völlig genauer Beobachtungen, für welchen $d_n = nhx$, $d_{n-2} = (n-2)hx$; u. s. w. sein würde, die Formel sich in $x = x$ verwandele. Man kann aber auch diese Umformung leicht unmittelbar verificiren, indem man $n[\frac{1}{2}n+1] - (n+2)[\frac{1}{2}n]$ durch $2(k-1) = R + R' - 2 = (\sqrt{R} - \sqrt{R'})^2 = [\frac{1}{2}]^2$ dividirt. Hieraus geht eine zweite Formel für x hervor, welche nur die Berechnung der Functionen $[i]$ von $i = 1$ bis $i = \frac{1}{2}n$ voraussetzt, nämlich

$$x = \frac{1}{h} \cdot \frac{d_n[\frac{1}{2}n] + d_{n-2}[\frac{1}{2}n-1] + \ldots + d_4[2] + d_2[1]}{n[\frac{1}{2}n]+(n-2)[\frac{1}{2}n-1]+\ldots+4[2]+2[1]}.$$

Bezeichnet man den Nenner dieser Formel durch N, so hat man:

$$n[\tfrac{1}{2}n+1] - (n+2)[\tfrac{1}{2}n] = 2(k-1)N,$$

und erhält hieraus

$$[\tfrac{1}{2}n+1] - [\tfrac{1}{2}n] = \frac{2}{n}\left\{[\tfrac{1}{2}n] + (k-1)N\right\}.$$

Setzt man dieses in den Ausdruck des Gewichtes von x, so erhält es die Form:

$$\frac{\frac{1}{8}nbhhN}{[\frac{1}{2}n]+(k-1)N}$$

Für den Fall eines ungeraden n findet man die folgenden, den vorigen ganz gleichen Formeln:

$$x = \frac{\frac{2}{h}(k-1)}{n\left[\frac{n+2}{2}\right] - (n+2)\left[\frac{n}{2}\right]}\left\{d_n\left[\frac{n}{2}\right] + d_{n-2}\left[\frac{n-2}{2}\right] + \ldots + d_3[\tfrac{3}{2}] + d_1[\tfrac{1}{2}]\right\}$$

oder auch

$$x = \frac{1}{h} \cdot \frac{d_n\left[\frac{n}{2}\right] + d_{n-2}\left[\frac{n-2}{2}\right] + \ldots + d_3[\frac{3}{2}] + d_1[\frac{1}{2}]}{n\left[\frac{n}{2}\right]+(n-2)\left[\frac{n-2}{2}\right]+\ldots+3[\frac{3}{2}]+[\frac{1}{2}]};$$

Das Gewicht dieser Bestimmung

$$= \frac{ah}{2}\left\{\frac{n\left[\frac{n+2}{2}\right] - (n+2)\left[\frac{n}{2}\right]}{\left[\frac{n+2}{2}\right] - \left[\frac{n}{2}\right]}\right\},$$

oder, wenn der Nenner der zweiten Formel für x durch N bezeichnet wird,

$$\frac{\frac{1}{8}nbhhN}{\left[\frac{n}{2}\right] + (k-1)N}.$$

6.

Wollte man die Ablesungen des Instrumentes als ganz genau voraussetzen und die einzige Fehlerursache in den Einstellungen des Fernrohres auf die Punkte, zwischen welchen der Winkel gemessen werden soll, suchen, so würde $b = \infty$ und k und R gleichfalls unendlich grofs sein; die folgenden Glieder der Formel für x würden, vergleichungsweise mit dem ersten, verschwinden, und der Ausdruck von x sich auf $\frac{1}{nh} d_n$ reduciren. Wollte man dagegen die Einstellungen als völlig genau ansehen unddie Fehler nur in den Ablesungen suchen, so würden $a = \infty$, $k = 1$, $R = 1$ sein, die Functionen $R^i - R^{-i}$ würden verschwinden und Zähler und Nenner der Formeln für x würden gleichfalls verschwinden Man erhält den dieser Voraussetzung angemessenen Werth von x dadurch dafs man Zähler und Nenner in Beziehung auf R differentiirt, und statt ihrer die Differentialquotienten setzt; da $\frac{d[i]}{dR} = \frac{i}{R}\left\{R^i + R^{-i}\right\}$, also in dem hier betrachteten Falle $= 2i$ ist, so ist dieser Werth von x

$$= \frac{n d_n + (n-2) d_{n-2} + (n-4) d_{n-4} + \ldots}{nn + (n-2)^2 + (n-4)^2 + \ldots}$$

Die erste Praxis, nämlich den ganzen Bogen, welchen der Index des Instruments von der ersten Beobachtung bis zur letzten durchlaufen hat, durch die Anzahl der Beobachtungen dividirt, als wahrscheinlichsten Werth des gesuchten Winkels zu betrachten, ist die gewöhnliche; die durch Vervielfältigungsinstrumente gemachten Beobachtungen der grofsen französischen Gradmessung und vieler anderen ähnlichen Unternehmungen sind so berechnet worden. Diese Praxis ist jedoch nicht zu vertheidigen, desto weniger, da der Grund jeder Anwendung der Vervielfältigungsmethode kein anderer sein kann, als Theilungs- und Ablesungsfehler des Instruments unschädlicher zu machen, also in der Wahl der Methode selbst eine Anerkennung derselben Fehler liegt, deren angenommenes Nichtvorhandensein die Grundlage des Rechnungsverfahrens ist. Weniger inconsequent erscheint die zweite, die Summe der Quadrate der Unterschiede, bis auf welche man die Ablesungen darstellen kann, zum Minimum machende Rechnungsart; sie ist desto richtiger je gröfser die Sicherheit der Einstellungen, vergleichungsweise mit der der Ablesungen ist: also auch richtiger, wenn die durch Ablesungen entstehenden Abtheilungen der Beobachtungsreihe nur eine oder einige Vervielfältigungen enthalten, als wenn sie deren viele umfassen. Will man jedoch nicht zufrieden sein, ein der Wahrheit nahes Resultat einer Beobachtungsreihe zu erhalten, sondern sucht man das auf richtigen Principien beruhende, allein wahre,

Digitized by Google

so darf weder die eine noch die andere Praxis angewandt werden, sondern man mufs der gegenwärtig entwickelten Theorie folgen.

Indessen steht der Anwendung dieser Theorie eine Schwierigkeit im Wege, nämlich die, jedem einzelnen Falle angemessene Bestimmung von $k = 1 + \frac{hb}{a^1}$. Das Gewicht einer Ablesung ($= b$) kann zwar für jedes Instrument ein für allemahl festgesetzt werden; allein das Gewicht einer Einstellung ($= a$) hängt von der gröfseren oder geringeren Deutlichkeit der Zielpunkte und von der Ruhe oder Unruhe der Luft ab, und es wird schwerlich gelingen, die Abhängigkeit von diesen Umständen für jeden besonderen Fall vollständig, d. h. in Zahlen, zu erkennen. Dieselbe Schwierigkeit tritt übrigens allenthalben hervor, wo es darauf ankömmt, aus langen Reihen von Beobachtungen Resultate zu ziehen; diese Beobachtungen werden, wenigstens wenn veränderliche äufsere Umstände Einfluss darauf haben, nicht sämmtlich gleiches Gewicht besitzen, man kann aber, in Ermangelung eines sicheren Maafsstabes für den Einfluss dieser Umstände, nichts anderes thun, als die Ungleichheit des Gewichtes, welche daraus hervorgeht, unberücksichtigt zu lassen, und etwa diejenigen Fälle, wo sie höchst auffallend hervortritt, gänzlich auszuschliefsen.

Wenn man die in grofser Anzahl, aus den ausgezeichneteren deutschen Werkstätten hervorgegangenen Vervielfältigungsinstrumente aufmerksamer betrachtet, so bemerkt man leicht, dafs die Kraft der schönen Fernröhre, mit welchen diese Instrumente versehen zu sein pflegen, die Kraft der Eintheilungen und Ablesungen, so sehr auch diese vervollkommnet worden sind, beträchtlich übertrifft; bei den so häufig angewandten früheren, vor *Gambey* verfertigten, französischen Instrumenten ähnlicher Art, welche auch in optischer Beziehung viel unvollkommener waren, scheint dennoch das Uebergewicht der Fernröhre über die Theilungen noch gröfser gewesen zu sein. In beiden Fällen ist $\frac{b}{a}$ ein sich der Einheit nicht nähernder Bruch; in beiden also ist die wahrscheinlichste Berechnungsart derjenigen Beobachtungsreihen, in welchen mehr als zwei Ablesungen vorkommen, von der einfachen Division des ganzen, von dem Index durchlaufenen Bogens durch die Anzahl der Beobachtungen, beträchtlich und zwar desto mehr verschieden, je kleiner die Gruppen von Einstellungen sind, welche durch die Ablesungen getrennt werden. Dieses bezieht sich zwar zunächst auf Beobachtungen, bei welchen nicht fremde ungünstige Umstände hinzukommen; allein ich bemerke, dafs das Auge gegen jede Unvollkommenheit des Sehens so empfindlich ist, dafs ein Beobachter selten zu dem Entschlusse kommen wird, einen Winkel zu messen, wenn diese Unvollkommenheit eine Grenze erreicht, die beträchtlich nachtheilig zu werden drohet. Aus meiner Erfahrung glaube ich im Gegentheile folgern zu dürfen, dafs man häufig geneigt ist, einen Mangel an Eleganz der Bilder im Fernrohre, der auf die Sicherheit des Zielens keinen beträchtlichen Einfluss hat, als eine erhebliche Fehlerursache anzusehen. Ich glaube daher, dafs das, was ich über den Werth des Bruches $\frac{b}{a}$ gesagt habe, nicht sehr eng beschränkt, sondern auf alle Fälle, in welchen man Winkel zu beobachten pflegt, ausgedehnt werden darf.

7.

Um die Berechnungsart der Beobachtungsreihen, welche mit einem häufig angewandten Vervielfältigungsinstrumente gemacht worden sind, näher kennen zu lernen, habe ich mich bemühet die mittleren Fehler der Einstellungen und Ablesungen dieses Instrumentes auszumitteln. Es ist dieses ein 12zolliger Theodolit von *Pistor*, der dem Königl. Preufs. Generalstabe gehört und zu einem beträchtlichen Theile seiner Arbeiten benutzt worden ist. Die Werkstatt, in welcher dieser Theodolit verfertigt worden ist, hat auch bei diesem Instrumente ihren unbestrittenen Ruhm, vorzügliche schöne, fleifsige Arbeit zu liefern bewährt. Das Fernrohr hat 16 Zoll Brennweite, 16 Linien Oeffnung und 27malige Vergröfserung; die Theilstriche sind höchst regelmäfsig und gleich und werden, durch jeden der 4 Nonien, von 5 zu 5″ abgelesen.

Ich habe zuerst den Werth von $\alpha x + \beta\beta$, dann α abgesondert, zu bestimmen gesucht. Das erstere erlangt man ohne Schwierigkeit durch häufig wiederholte Beobachtungen eines einfachen Winkels zwischen zwei deutlichen irdischen Punkten, indem dem 1sten Art. zufolge, der mittlere Fehler den Beobachtungen dieser Art verrathen $= \sqrt{\{2xx+2\beta\beta\}}$ ist. Um ihn zu bestimmen hat Herr Lieutenant *Kulenkamp*, der dasselbe Instrument seit einigen Jahren anwendet, 55 Beobachtungen, an drei verschiedenen Winkeln, immer auf anderen Punkten der Theilung, theils auf dem Dreierkspunkte *Algeberg*, theils hier auf der Sternwarte gemacht. Die Summe der Quadrate der Unterschiede von den mittleren Werthen der drei Winkel, findet sich aus diesen Beobachtungen $= 397{,}60$, also das Quadrat des mittleren Fehlers $= 7{,}6461$ und

$$\alpha x + \beta\beta = 3{,}8231.$$

Die von β getrennte Bestimmung von α habe ich auf das Prinzip gegründet, dafs man ein stärkeres Fernrohr schärfer auf das Fadennetz eines schwächeren richten kann, als das schwächere auf das Fadennetz des stärkeren. Der Theo-

Digitized by Google

dolit wurde im Meridian des Meridiankreises aufgestellt und sein Fernrohr auf die Kreuzfäden in diesem Instrumente gerichtet; dann wurde die Lage des Meridianfernrohrs, durch mehrmals wiederholte Anwendung der Schraube eines der Mikroskope, welche, Behufs der Zonenbeobachtungen, an den Pfeilern befestigt sind, bestimmt; endlich wurde das Fernrohr des Meridiankreises auf das Fadennetz des Theodoliten gerichtet und der Unterschied seiner nunmehrigen Lage von der früheren, genau so wie vorher gemessen. Dieser Unterschied entsteht aus der Zusammenwirkung dreier Ursachen, nämlich der Unvollkommenheiten der Einstellungen, sowohl des schwächeren als des stärkeren Fernrohrs, und der Unvollkommenheit der Messung des Unterschiedes durch das Mikroskop. Die letzte Ursache kann man aber absondern, indem man die Unsicherheit jeder Einstellung des Mikroskops durch häufig wiederholte Einstellungen untersucht; die beiden ersteren kann man gleichfalls voneinander trennen, indem man die Sicherheit der Einstellung jeder der beiden Fernröhre seiner Vergrößerung proportional annimmt.

Der Unterschied der Einstellungen des kleineren Fernrohrs auf das größere und des größeren auf das kleinere ist 23 Mal gemessen worden:

+ 0″,34	+ 0″,58	+ 0″,21
− 0,10	− 0,10	+ 0,58
+ 0,21	− 0,14	− 0,82
− 1,40	+ 1,17	− 1,68
+ 0,07	+ 0,17	+ 0,03
− 0,10	+ 0,65	+ 0,10
+ 0,34	− 0,17	− 0,51
− 0,10	+ 0,82	

Die Summe der Quadrate dieser Unterschiede ist 9,3041; das Quadrat des mittleren Werthes derselben = 0,4045. Auf Rechnung der Messungen mit dem Mikroskope kömmt hiervon 0,0842, und für die Einstellungen beider Fernröhre bleibt 0,3203 übrig. Das größere Fernrohr vergrößert 280, das kleinere 27 Mal. Das Quadrat des mittleren Einstellungsfehlers des Fernrohrs des Theodoliten ist daher

$$\alpha\alpha = \frac{(280)^2}{(280)^2+(27)^2} \cdot 0{,}3203 = 0{,}3173.$$

Zieht man diesen Werth von $\alpha\alpha$ von der früher erhaltenen Gleichung ab, so bleibt

$$\beta\beta = 3{,}5058$$

übrig. Die mittleren Fehler der Einstellungen und Ablesungen des *Pistor*schen Theodoliten sind daher

$$\alpha = 0''{,}563; \quad \beta = 1''{,}872.$$

Es ist wirklich auffallend, dafs ein so kleines Fernrohr, wie das des Theodoliten ist, eine so grofse Sicherheit der Einstellung gewährt; die angeführten Beobachtungen lassen aber über die nahe Richtigkeit dieser Bestimmung keinen Zweifel. Indessen sind diese Beobachtungen an den sich völlig scharf und ruhig zeigenden Fäden des Meridiankreises gemacht, während die Anwendungen des Instrumentes zu geodätischen Zwecken oft unter weniger günstigen Umständen gemacht werden müssen, welchen ein größerer Werth von α zukömmt. Wie grofs dieser anzunehmen sei, damit er einem mittleren Zustande der äufseren Umstände entspreche, ist, wie man leicht bemerkt, eine Frage, zu deren Beantwortung die Data fehlen. Allein wenn die Regel befolgt wird, unter auffallend unvortheilhaften Umständen nicht zu beobachten, so wird, der im 6ten Art. gemachten Bemerkung gemäfs, der Werth von α, meiner Meinung nach, wenigstens nicht stark vergrößert werden dürfen; um meine Ansicht hiervon bestimmter anzugeben, füge ich hinzu, dafs ich glaube, dafs einer wirklich gemachten Beobachtungsreihe nicht leicht ein mehr als um die Hälfte vergrößerter Werth von α zukommen wird. Die willkührliche Wahl eines bestimmten Werthes, welche der Berechnung der Beobachtungen vorangehen mufs, werde ich, aus diesem Grunde, so treffen, dafs ich für $\frac{b}{a} = \frac{\alpha\alpha}{\beta\beta}$, welches, den angeführten Bestimmungen zufolge = 0,0905 ist, die runde Zahl 0,2 annehme, wodurch der mittlere Einstellungsfehler auf 0″,837 gebracht wird.

Dieser Annahme zufolge wird

$$k = 1 + \frac{h}{5}$$

und es hat nun kein Hindernifs mehr, die mit dem untersuchten Instrumente gemachten Beobachtungen, den im 5ten Art. gegebenen Formeln gemäfs zu berechnen. Um dieses anschaulich zu machen, will ich den Fall einer 20fachen Vervielfältigung eines Winkels in Zahlen entwickeln; ich werde dabei zuerst annehmen, dafs zwischen jeder einzelnen Beobachtung abgelesen ist; dann von 2 zu 2, 4 zu 4, 5 zu 5, 10 zu 10 und endlich nur am Anfange und am Ende; ich werde also nach und nach

$$h = 1, 2, 4, 5, 10, 20 \text{ und } n = 20, 10, 5, 4, 2, 1$$

setzen.

I. $h = 1$; $n = 20$; $k = 1{,}2$.

$$Nx = 504{,}53\,d_{20} + 270{,}76\,d_{18} + 145{,}31\,d_{16} + 77{,}97\,d_{14} + 41{,}83\,d_{12} + 22{,}42\,d_{10} + 11{,}97\,d_8 + 6{,}32\,d_6 + 3{,}18\,d_4 + 1{,}33\,d_2$$

$$N = 19256{,}04$$

Gewicht = 12,61; mittl. Fehler = 0,282.

II. $h = 2$; $n = 10$; $k = 1{,}4$.

$$2Nx = 76{,}317\,d_{10} + 32{,}044\,d_8 + 13{,}404\,d_6 + 5{,}486\,d_4 + 1{,}960\,d_2$$

$$N = 1125{,}81$$

Gewicht = 12,20; mittl. Fehler = 0″,286.

Digitized by Google

III. $h = 4$; $n = 5$; $k = 1{,}8$.

$4Nx = 19{,}6825\, d_3 + 5{,}8187\, d_2 + 1{,}2650\, d_1$

$N = 117{,}1336$

Gewicht $= 11{,}79$; mittl. Fehler $= 0'',291$.

IV. $h = 5$; $n = 4$; $k = 2{,}0$.

$5Nx = 13{,}8562\, d_4 + 3{,}4641\, d_2$

$N = 62{,}3529$

Gewicht $= 11{,}67$; mittl. Fehler $= 0'',293$.

V. $h = 10$; $n = 2$; $k = 3{,}0$.

$20\, x = d_2$

Gewicht $= 11{,}41$; mittl. Fehler $= 0'',296$.

Der VI Fall $h = 20$; $n = 1$; $k = 5{,}0$ ist von dem V, weder im Ausdrucke von x noch im Gewichte verschieden. Man kann hierbei noch bemerken, dafs für einen rationalen Werth von k, sowohl die Formeln für x, als auch die Ausdrücke des Gewichtes, in rationalen Zahlen angegeben werden können, z. B. für den IV Fall:

$90\, x = 4\, d_4 + d_2$ Gewicht $= \frac{450}{11} b$.

8.

Nach den Formeln des 5ten Art. können, sobald β oder b bekannt geworden ist und man für den Werth von α eine bestimmte Wahl getroffen hat, das Gewicht und der mittlere Fehler des Resultats einer Reihe von Vervielfältigungsbeobachtungen berechnet werden. Man kann aber durch eine Annäherung an diese Formeln eine leichtere Uebersicht erhalten. Das Gewicht ist nämlich:

$$\frac{ah}{2}\left\{\frac{n\left[\frac{n+2}{2}\right] - (n+2)\left[\frac{n}{2}\right]}{\left[\frac{n+2}{2}\right] - \left[\frac{n}{2}\right]}\right\}$$

oder auch

$$\frac{ah}{2}\left\{n+1 - \frac{\left[\frac{n+2}{2}\right] + \left[\frac{n}{2}\right]}{\left[\frac{n+2}{2}\right] - \left[\frac{n}{2}\right]}\right\}$$

und wenn man für $\left[\frac{n+2}{2}\right]$ und $\left[\frac{n}{2}\right]$ ihre Ausdrücke setzt,

$$\frac{ah}{2}\left\{n+1 - \frac{R+1}{R-1}\left(\frac{R^{n+1}-1}{R^{n+1}+1}\right)\right\}$$

Da R^{n+1} für eine einigermafsen zahlreiche Reihe von Beobachtungen eine grofse Zahl wird, so kann man den davon abhängigen Factor des letzten Gliedes, ohne beträchtlichen Fehler $= 1$ setzen, also den Ausdruck des Gewichtes

$$= \frac{ah}{2}\left\{n+1 - \frac{R+1}{R-1}\right\},$$

oder auch, da

$$\frac{R+1}{R-1} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$$

ist,

$$= \frac{ah}{2}\left\{n+1 - \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}\right\}$$

annehmen. Dieser Ausdruck wird für jede Anzahl der Vervielfältigungen ($= hn$) desto gröfser, je kleiner h ist, am gröfsten für $h = 1$; es ergiebt also das gröfste Gewicht, welches eine Reihe von Vervielfältigungsbeobachtungen dadurch erlangt, dafs man zwischen den einzelnen abliest, näherungsweise

$$= \frac{n}{2}\left\{n+1 - \sqrt{\left(\frac{2a}{b}+1\right)}\right\}$$

und den ihm entsprechenden mittleren Fehler von x

$$= \frac{\alpha\sqrt{2}}{\sqrt{\left\{n+1 - \sqrt{\frac{2\beta\beta}{\alpha\alpha}+1}\right\}}}$$

Das kleinste Gewicht, welches eine Ablesung am Anfange und eine am Ende ergiebt, ist nach der Formel im 5ten Art.

$$= \frac{abnn}{2(nb+a)}$$

und der mittlere Fehler von x

$$= \sqrt{\left(\frac{2\alpha\alpha + \frac{2}{n}\beta\beta}{n}\right)}$$

Aus der Vergleichung dieser Ausdrücke der mittleren Fehler, mit dem durch eine eben so grofse Anzahl nichtvervielfältigender Beobachtungen übrig gelassenen, welcher aus der Formel des 1sten Art.

$$= \sqrt{\left(\frac{2\alpha\alpha + 2\beta\beta}{n}\right)}$$

gefunden wird, geht hervor, in welchem Maafse die Vervielfältigungsbeobachtungen in jedem besonderen Falle im Vortheile sind. Für das oben angeführte Beispiel von 20 Beobachtungen mit dem 12zolligen *Pistor*schen Theodoliten. ist der kleinste mittlere Fehler des durch Vervielfältigung zu erlangenden Resultats $= 0'',282$, der gröfste $= 0'',296$ gefunden worden; beide sind beträchtlich kleiner als der mittlere Fehler des Mittels aus 20 voneinander unabhängigen Beobachtungen des einfachen Winkels, welchen die zuletzt gegebene Formel $= 0'',648$ bestimmt. Die Vervielfältigungsmethode ist also hier, bei ihrer ungünstigsten Anwendung um $0'',352$ und bei ihrer günstigsten um $0'',366$ im Vortheile. Für den ersten Fall hat dieser Vortheil einen einfachen Ausdruck, den ich, weil er eine Uebersicht gewährt, hierhersetzen will. Er ist nämlich

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{n}\right)}\left\{\sqrt{\left\{\alpha\alpha+\beta\beta\right\}} - \sqrt{\left\{\alpha\alpha+\frac{\beta\beta}{n}\right\}}\right\}$$

oder auch

$$= \frac{\beta\beta.\frac{n-1}{n}\sqrt{\frac{2}{n}}}{\sqrt{\left\{\alpha\alpha+\beta\beta\right\}} + \sqrt{\left\{\alpha\alpha+\frac{\beta\beta}{n}\right\}}}.$$

Man übersieht hierdurch sogleich, in welchem Maafse die Vervielfältigung der Beobachtung vor der wiederholten An-

Digitized by Google

stellung einzelner einen Vortheil voraus hat. Dieser Vortheil ist desto beträchtlicher, je weniger genau man auf dem Instrumente abliest; mit wachsender Genauigkeit der Theilungen und Ablesungen verkleinert er sich aber so sehr, dafs dann der Vorzug der Vervielfältigungsmethode wenig beträchtlich wird. Hätte man statt des im 7ten Art. untersuchten Instrumentes, ein anderes angewandt, welches, bei demselben Werthe von α einen nur halb so grofsen von β besäfse, so würde der Vortheil auf der Seite der Vervielfältigungen, bei 20 Beobachtungen, im mittleren Fehler nur 0″,111 betragen.

9.

Ich habe bis hieher angenommen, dafs das Resultat einer Winkelbeobachtung aus keinem anderen Grunde, als aus den beiden in Rechnung gebrachten, von der Wahrheit abweichen könne. Unter dieser Annahme liegt der Vorzug der Vervielfältigungen vor der Wiederholung einzelner Beobachtungen am Tage, allein wenn ein unbedingtes Urtheil über den Vorzug der einen oder der anderen Methode in einem gegebenen Falle, gefällt werden soll, mufs die Rechtmäfsigkeit der Annahme vorher untersucht werden.

In Beziehung auf die einfache Beobachtung eines horizontalen Winkels, kenne ich keine Fehlerursachen aufser den Unvollkommenheiten der Einstellungen und Ablesungen, diese letzteren einschliefslich der Theilungsfehler des Instrumentes genommen. In der That ist die ganze Operation völlig symmetrisch für beide Punkte, zwischen welchen der Winkel gemessen werden soll: man klemmt zuerst den Kreis fest, und bewegt die gelösete Alhidade, stets in einer Richtung, nach und nach auf beide Punkte, so dafs das Verfahren für den einen genau dasselbe wird wie für den anderen, und dadurch jeder Grund wegfällt, welcher befürchten lassen könnte, dafs der Winkel fortwährend etwas zu grofs oder etwas zu klein gemessen werde; will man sich auch gegen den Einflufs einer langsamen Drehung des Standpunktes des Instrumentes sichern, so mufs man, nachdem in der Ordnung $A\ B$ auf beide Punkte eingestellt und abgelesen ist, zum zweitenmale in der umgekehrten $B\ A$ einstellen und ablesen.

Anders verhält es sich aber mit den Vervielfältigungsbeobachtungen: hier erlangt man die gröfsere, im Vorhergehenden näher bestimmte Freiheit des Resultats von dem Ablesungsfehler, nur durch die Annahme, dafs während der beiden Bewegungen des Instruments, das was ich im 1sten Art. durch u und α bezeichnet habe, wirklich unverändert bleibe. Die Vervielfältigungsinstrumente sollen so gebauet werden, dafs Grund vorhanden ist, auf diese Unveränderlichkeit zu rechnen; die mechanischen Künstler scheinen auch vorzüglich hierauf ihre Aufmerksamkeit gerichtet zu haben. Indessen läfst sich einerseits die Möglichkeit einer kleinen Veränderung nicht läugnen, und andrerseits mufs man zugeben, dafs ein directes Prüfungsmittel der Unveränderlichkeit nicht vorhanden ist. Denn durch eine Wiederholung der Ablesung nach der Drehung des mit der Alhidade zusammengeklemmten Kreises kann man die unveränderte relative Lage beider, innerhalb einer Grenze, welche die Kraft der Ablesungen überschreitet und welche man nur durch die Methode der Vervielfältigungen zu überschreiten hofft, nicht erkennen; für die Unveränderlichkeit der Lage des Kreises während der alleinigen Drehung der Alhidade, ist noch weniger ein Prüfungsmittel vorhanden, ohne dafs man behaupten kann, dafs es hier so unnöthig wäre, als bei der ganz symmetrisch gemachten Beobachtung eines einfachen Winkels. Ich habe keinen Grund, zu glauben, dafs dergleichen Veränderungen bei den besseren Vervielfältigungsinstrumenten, z. B. den nach *Reichenbachs* Muster gebaueten Azimuthal-Theodoliten, wirklich vorhanden sind; glaube aber, dafs, wenn völlig sichere und selbst über die geringsten Kleinigkeiten entscheidende Prüfungsmittel vorhanden wären, man nicht unterlassen würde, dadurch direct zu entscheiden, ob die Federung des Metalls, oder der Spielraum der Drehungsaxe in ihrer Hülse, durchaus ohne nachtheilige Wirkung sind. In Ermangelung eines solchen Mittels, würde man sich durch den Erfolg davon überzeugen, wenn man eine Anzahl einfach gemessener Winkel auch durch Vervielfältigungen mifst und die Resultate beider Methoden nicht auf eine Art verschieden findet, die zur Annahme einer neuen, immer in einem Sinne wirkenden Fehlerursache nöthigt; auch die Summe der drei Winkel eines Dreieeks wird das Nichtvorhandensein einer solchen Ursache zeigen können. Immer aber mufs eine sehr grofse Anzahl von Beobachtungen gemacht werden, wenn sie auch über Brüche von Secunden, die hier allein zweifelhaft sein können, entscheiden soll.

Ehe diese Prüfung mit einem Instrumente vorgenommen ist, wird man, wenn man anders geneigt ist, einem Zweifel über die Unveränderlichkeit desselben während der Drehungen, einiges Gewicht beizulegen, von zwei Resultaten, welche gleiche mittlere Fehler besitzen, deren einer aber auf einfachen, der andere auf vervielfältigten Beobachtungen beruhet, dem erstereu das meiste Vertrauen schenken müssen. Allein dieser Fall kömmt in der geodätischen Praxis nicht leicht vor, vielmehr wird man, in der Zeit, die man auf die Beobachtung eines Winkels wenden kann, durch die Vervielfältigungsmethode einen kleineren mittl. Fehler

Digitized by Google

erlangen, als durch einfache Messungen. Wenn also zwischen beiden Methoden gewählt werden soll, so ist zu entscheiden, ob der Gewinn, den man durch die Anwendung der Vervielfältigungen, in der Verkleinerung der zufälligen Fehler immer hat, grofs genug ist, um die Furcht vor beständigen, aus dem Instrumente selbst hervorgehenden Fehlern zum Schweigen zu bringen. Man sieht aus dem Vorhergehenden, in welchem Maafse ein gröfseres, schärfere Ablesungen gewährendes Instrument, den Vortheil auf der Seite der Vervielfältigungen verkleinert; für ein solches Instrument kann, selbst bei einer mäfsigen Anzahl der Beobachtungen, dieser Vortheil so klein werden (z. B. Art. 8 am Ende) dafs man nicht leicht geneigt sein wird, für ihn irgend etwas von der Ueberzeugung der völligen Freiheit von beständigen Fehlern aufzuopfern. Es kömmt auch noch die Frage in Betracht, ob einzelne und vervielfältigte Beobachtungen mit gleicher Aufmerksamkeit gemacht werden; allein ihre Beantwortung ist individuell für jeden Beobachter; für mich würde sie dem Vervielfältigen vielleicht nicht günstig sein.

Indessen entziehen sich Zweifel über die Rechtmäfsigkeit der Voraussetzung der Unveränderlichkeit des Instruments während der Drehungen derselben, so wie auch die eben berührte individuelle Berücksichtigung des Beobachters, derjenigen Rechnung gänzlich, welche den Einfluss der zufälligen Beobachtungsfehler auf das Resultat, an den Tag zu legen beabsichtigt. Man kann von der Sicherheit des Resultats in der letzteren Beziehung, der Natur der Sache nach, nicht auf die in der ersteren stattfindende, als auch nicht auf die Sicherheit des Resultats, ohne Beziehung, schliefsen. Man mufs beide ganz verschiedene Seiten der Vervielfältigungsmethode der Beobachtungen im Auge behalten, wenn man, immer nur in dem besonderen Falle eines bestimmten Instruments und vielleicht auch eines bestimmten Beobachters, zwischen ihr und der Methode der einfachen Messungen eine Wahl treffen will. Das was ich in diesem Aufsatze entwickelt habe, führt die Frage dadurch auf ihre einfachste Gestalt zurück, dafs es den Gewinn, den das Princip des Vervielfältigens als solches ergiebt, an den Tag legt.

Bessel.

Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen anderen dahin gehörigen Bemerkungen.

Von den Herren *Beer* und *Mädler*.

Die von *Mayer* gegebene Regel, dafs der Erdschatten um $\frac{1}{50}$ vergröfsert werden müsse, ist seitdem durch keine direkten Untersuchungen aufs Neue geprüft, sondern nur immer bei Vorausberechnung dieser Erscheinung angewandt worden. Auch kennen wir nicht das Detail der *Mayer*schen Untersuchungen, zu denen eine genauere Kenntnifs der Mondoberfläche erforderlich zu seyn scheint, als zu seiner Zeit erlangt werden konnte.

Auch bietet sich die Gelegenheit zu diesen Untersuchungen selten, da nicht allein Anfang und Ende der Finsternifs in angemessener Höhe über dem Horizont erfolgen, sondern auch partiale, so wie überhaupt solche, die nicht nahe central sind, ausgeschlossen werden müssen, da im letztern Falle die Mondflecken Sehnen des Schattendurchschnitts beschreiben, die vom Centro sehr entfernt, und bei denen der Fehler ihrer selenographischen Lage von zu nachtheiligem Einflufs sind. Auch können selbst vorübergehende und an sich unbedeutende Witterungs-Störungen die Untersuchung vereiteln.

Bei der am 26sten Decbr. 1833 eingetretenen Mondfinsternifs vereinigten sich für Berlin alle günstigen Umstände im höchsten Grade. Die einzigen heitern Stunden des ganzen Decembers fielen in diesen Abend von 5 Uhr bis nach Mitternacht, bei leichtem Frost und mäfsigem Nordwinde. Die Grenze des wahren Schattens war, wenigstens in den der Mondmitte nähern Gegenden, um höchstens 5" im Bogen ungewifs.

Wir stellen hier nur diejenigen Mondflecke zusammen, deren Ein- und Austritt beobachtet werden konnte, und das angegebene Moment bezieht sich, wo nichts Anderes bemerkt ist, auf die Mitte des Flecks.

Sternzeit = *Tiede's* Regulator + 7",8.

	Beobachtete Eintritte.			Austritte.		
	h	′	″	h	′	″
Grimaldi 1 Rd.	3	1	15	5	39	16
2 Rd.		2	43			
Cartesius		8	47		41	15
Aristarch		5	34		46	59
Kepler		9	55		50	20
Sinus Iridum Ostcap		12	16		53	3
Sinus Iridum Westcap		16	1		56	22
Copernicus 1 Rd.		16	27,5		57	53
2 Rd.		18	21		59	44
Plato 1 Rd.		21	51,5	6	1	50
2 Rd.		23	10			
Pico		22	22		2	27

Digitized by Google

	Beobachtete Eintritte. h ′ ″	Austritte. h ′ ″
Archimedes 1 Rd.	3 23 54	6 4 52
2 Rd.	24 58	6 35
Eudoxus 1 Rd.	30 32	10 37
2 Rd.	32 0	
Manilius 1 Rd.	31 11	13 21
2 Rd.	31 46	
Sulpicius Gallus	30 53	12 29
Tycho 1 Rd.	31 26	1 4
2 Rd.	33 5	
Menelaus	34 28	16 19
Dionysius	36 58	17 58
Posidonius 2 Rd.	39 3	20 5
Endymion 1 Rd.	39 16	17 2
2 Rd.	40 28	17 58
Plinius 2 Rd.	38 21	20 5
Proclus	47 23	28 17
Picard	49 25	30 50
Firmicus	52 54	33 36

Beide Beobachter differirten bei Plato 1 Rd. Eintritt um 15″, bei Copernicus um 5″, bei allen übrigen weniger. Ueberall ist das Mittel angesetzt.

Wir beobachteten ferner

	h	′	″	
Erster Halbschatten	2	51	30	
Anfang gewifs	2	58	4	
Total	3	56	36	
Total gewifs	3	56	59	
Erster Lichtblick	5	32	38	wenigetens 2′ zu früh.
Ende	6	35	45	

welche Momente aber bei weitem ungenauer als die obigen und desbalb nicht zur Reehnung zugezogen sind.

Sei nun

π die Aequatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes;
p die Sonnenparallaxe;
s der Sonnenbalbmesser;
m der Mondhalbmesser;
d der kleinste Abstand des Schattencenstrums von der Mondmitte;
$l \mp \Delta l$ die Libration in Länge zu Anfang und Ende der Verfinsterung eines Mondflecks;
F der Abstand des Flecks von der scheinbaren Mondmitte im Bogen eines gröfsten Kreises der Mondkugel;
β die geocentrische Breite des Mondflecks zur Zeit der Mitte seiner Verfinsterung;
ρ der (berechnete) Halbmesser des Erdschattens für den Mondfleck;
S die vom Mondfleck durchlaufene halbe Sehne des Erdschattens;

so bat man

$$\rho = \pi\,(1 + \cos F \sin m) + p - s$$
$$S = \rho\,\sqrt{\left(1 - \frac{\beta^2}{\rho^2}\right)}.$$

Für dia Mitte der Finsternifs fand sieb ferner

$$\left.\begin{aligned} l &= -\,4^\circ 24' \\ \Delta l &= +\,\;\;3' \end{aligned}\right\}\text{selenocentrisch}$$
$$d = 5'\,38''2 \text{ geocentrisch},$$

und der Winkel der vom Schattencentro auf der Mondfläebe beschriebenen Linie mit dem Mondaequator $= 7^\circ 10'$.

Unter Voraussetzung dieser Data wurden nun F und β durch Construction auf unserer (in Bezug auf selenographische Lage der Hauptflecke vollendeten) Mondkarte gemessen und hieraus weiter nach den im Berliner Jahrbuch gegebenen Elementen die halbe Dauer der Verfinsterung für jeden einzelnen Fleck berechnet. Bei Tycho ist der Ein- oder Austritt wahrscheinlich um 1′ verschrieben, eben so sind Grimald und Cartesius für das Endresultat ausgeschlossen, da das Auge beim Eintritt noch keinen hinreiehend sicbern Mafsstab für den Unterschied des vollen und Halbschattens gewonnen hatte.

(Der Beschlufs folgt.)

Inhalt.

Betrachtungen über die Methode der Vervielfältigung der Beobachtungen. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. pag. 269.

Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen andern dahin gehörigen Bemerkungen. Von den Herren *Beer* und *Mädler*. p. 289.

Altona 1834. Januar 31.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 257.

Schreiben des Herrn *Henderson* an den Herausgeber.

Edinburgh 1833, December 24.

I returned to this Country some months ago, having left the Cape of Good Hope in the end of May. Circumstances unnecessary to be stated here made me quit that station. Mr. *Maclear* has been appointed my successor at the Cape Observatory, and from his zeal, energy, and talents, we may feel confident that the important establishment committed to his charge will be conducted with skill and activity. He sailed from England about two months ago. Sir John *Herschel* has also set of for the same quarter.

In a short period I hope to be able to report the principal results of the observations which were made at the Cape Observatory during my twelve months residence there. At present I have to communicate some particulars, which may prove interesting to Astronomers.

I. *Comet of Encke.*

The following are the apparent geocentric positions of the Comet of *Encke* deduced upon a revision of the calculations from the observations made at the Cape Observatory.

Date 1832.	Mean time.	Right Ascension.	Declination.
	h m s	h m s	° ′ ″
June 2	17 18 31	3 43 35,0	−12 46 57
	17 22 6		
3	17 4 55	3 39 31,0	14 38 46
4	* 17 32 14	3 35 3,9	16 39 19
5	17 23 52	3 30 27,0	18 44 24
8	16 47 30		25 16 40
	16 53 32	3 14 45,8	
23	** 17 34 8	0 20 38,7	59 12 10
26	17 33 36	23 15 44,5	62 16 3
27	16 29 21	22 54 14,1	
	17 5 24	22 53 49,1	
	17 16 11		62 55 34
28	16 3 57	22 32 42,5	

* Stated 17h 23m 41s
** Stated 17 45 4 } by mistake in Philosophical Transactions.

The observations were made with a Circular Micrometer applied to an achromatic Telescope 45 inches in focal length, and 3½ inches aperture, magnifying 32 times excepting the first observation of June 27, and the one of June 28, which are deduced from the observed agreis of the Comet from the dark field of view of the Transit Telescope, 10 feet in focal length, 5 inches aperture, and magnifying 88 times. The first observation of June 27 was made by Lieutenant *William Meadows* R. N. the Assistant Astronomer, the others by myself.

During the whole appearance the Comet was very faint; but during the period subsequent to June 22d, it was barely visible in the Telescopes, although every precaution was taken for keeping the Observers eyes in complete darkness. At the observed passages of the Comet through the field of view of the Transit Telescope, it was advanced a considerable way before it was detected. Any discordances which may appear in the observations during the latter period are to be accounted for by the difficult nature of the observations under these circumstances. On June 29th occasional glimpses of the Comet were suspected, but no observation could be made. After that day it was no longer seen.

Subjoined are the apparent places of the Stars, with which the Comet was compared, and the corresponding dates, determined from observations subsequently made at the Cape Observatory by Lieutenant *Meadows* and myself. These have been used in computing the positions of the Comet; and they may be of service in reducing observations of the Comet made in other quarters. The Star *l* is the one with which *M. Mossotti* compared the Comet on June 5th.

Stars.	Magnitude.	Right Ascension.	Declination.	Corresponding Date.
		h m s	° ′ ″	1832
α.....	7	3 43 58,83	−12 28 48,9	June 2
πEridani h	5	3 38 11,29	12 38 6,0	—
c.....	8	3 42 39,08	12 30 43,2	—
d.....	8	3 46 5,71	12 57 9,4	—
e.....	7	3 47 21,59	12 35 49,5	—
f.....	7. 8	3 39 7,87	15 0 21,1	3
g.....	8	3 34 29,27	16 30 20,0	4
h.....	8. 9	3 37 29,79	16 56 39,4	—
i.....	9	3 35 9,36	16 37 0,7	—
k.....	8	3 29 31,71	18 26 5,6	5

Digitized by Google

Stars.	Magnitude.	Right Ascension. h m s	Declination. ° ′ ″	Corresponding Date. 1832
l	8	3 28 36,67	−19 6 32,7	June 5
m	7	3 12 14,52	24 44 9,4	8
n	7. 8	3 16 57,55	24 54 1,6	—
o	7	3 25 11,42	25 11 25,6	—
p	7	0 26 14,06	59 7 26,5	23
q	7. 8	0 28 42,96	59 7 47,5	—
r	6. 7	0 31 29,41	58 53 7,0	—
s	7	23 12 29,03	62 12 34,8	26
t	7	23 12 48,91	62 20 20,7	—
u	7	23 13 14,14	62 32 48,0	—
w	7. 8	22 46 14,96	62 33 44,9	27
x	7. 8	22 47 1,59	62 44 55,5	—
y	7. 8	22 48 55,15	62 52 36,8	—

II. *Comet of Biela.*

From the observations of Sir *John Herschel* at Slough, I have calculated the following apparent geocentric positions of the Comet.

Date. 1832	Mean time. h m s	Right Ascension. h m s	Declination. ° ′ ″
September 23	16 20 17	5 40 23,1	+ 36 16 48
24	14 15 21	5 45 54,7	36 11 7
November 3	14 59 55	10 15 32,1	7 36 20
4	17 10 45	10 21 39,1	6 28 43

The Longitude of Slough is $2^m\ 24^s$ of time West of the Meridian of Greenwich.

The apparent places of the Stars on which the positions of the Comet depend are as follows.

Star.	Magnit.	Right Ascension. h m s	Declination. ° ′ ″	Corresp. Date. 1832	Authority.
δ Aurigæ	4	5 48 17,93	+37 11 22,3	Sept. 23	*Pond's* Catalogue of 1112 Stars.
*	9	5 41 7,18	36 14 37,7	—	*Bessel* Zone 404.
* x	10	10 15 43,66	7 35 56,6	Nov. 3	Cape Observat.
* w	9	10 21 37,99	6 34 56,4	4	—— ——

From my own observations made at the Cape of Good Hope with the same Telescope and Circular Micrometer that were used for the Comet of *Encke*, I have obtained the following apparent geocentric positions of the Comet.

Date. 1832	Mean time. h m s	Right Ascension. h m s	Declination. ° ′ ″
November 18	15 29 0	11 30 52,8	− 6 22 41
22	14 46 26	11 48 22,0	
—	15 18 28		9 27 40
23	15 16 38	11 52 42,4	
—	15 21 36		10 11 31
27	15 1 26	12 19 16,0	12 53 15
December 26	13 46 41	13 51 42,3	
—	13 47 4		−25 49 32
1833 31	14 19 11	14 6 38,6	27 11 4
January 1	16 7 14	14 9 37,6	27 26 22
2	14 56 40	14 12 27,9	27 40 1
3	15 32 11	14 15 20,0	27 54 50

Subjoined are the apparent places of the Stars, with which I compared the Comet and the corresponding dates, as subsequently determined from observations made at the Cape Observatory by Lieutenant *Meadows* and myself.

Star.	Magnit.	Right Ascension. h m s	Declination. ° ′ ″	Corresponding date. 1832
a	8	11 30 17,93	− 6 40 18,2	November 18
b	7	11 50 35,36	9 32 36,7	22
c	7	11 52 8,69	9 29 25,3	—
d	9	11 56 8,87	10 11 26,7	23
e	8	11 54 24,68	9 49 4,1	—
f	8	12 7 12,47	12 53 2,9	27
g	8	12 10 22,09	12 36 34,2	—
(54) Corvi h	6	12 12 17,01	12 38 5,6	—
i	8	12 6 52,83	13 8 19,7	—
k	7	13 51 9,28	25 26 31,4	December 26
l	7	13 53 9,09	26 2 1,5	—
π Hydræ m	4. 5	13 56 51,24	25 52 11,6	—
n	8	14 5 6,45	26 58 21,6	31
o	7. 8	14 10 28,87	27 16 18,5	—
7 Hydræ Con. p	6	14 13 28,05	26 58 45,4	1833 —
q	7	14 12 21,37	27 32 9,6	January 2
r	7	14 11 58,19	27 58 39,4	—

During the appearance of the Comet of *Biela* at the Cape it seemed to have nearly the same degree of brightness as the Comet of *Encke* had preceding June 9th.

III. *Suns Parallax from observations of the Declination of Mars at last Opposition.*

From a computation of seven days observations made at Cambridge and the Cape, the Sun's mean equatoreal horizontal parallax appears to be 8″,588.

From a computation of seven days observations made at Greenwich with *Troughton's* Mural Circle, and at the Cape, the Suns mean equatoreal horizontal parallax appears to be 9″,076.

From a computation of six days observations made at Greenwich with *Jones* Mural Circle, and at the Cape, the Sun's mean equatorial horizontal parallax appears to be 9″,343.

Digitized by Google

Arrangements have been made for similar observations at next opposition of Mars; and the List of Stars to be observed will appear in the Nautical Almanac of 1835.

I hope to be soon able to communicate the Moon's parallax as deduced from observations of declination made at Greenwich and at the Cape.

IV. *Edinburgh Observatory.*

I am happy at being able to state that the Government have made liberal provision (subject to certain conditions likely to be immediately complied with) for this Observatory; and there is every reason to believe that it will soon take a place among the active Observatories of Europe.

T. Henderson.

Beobachtungen des Mondes und der Mondsterne, angestellt auf der k. Sternwarte bey München im Jahre 1833; nebst Vergleichung der beobachteten Mondörter mit den Tafeln von *Damoiseau*.

A. *Beobachtete gerade Aufsteigung des Mondes und der Mondsterne.*

Tag. 1833	Namen.	Beob. AR.	Zeit.	Δα	
		° ′ ″	′	″	
Febr. 12.	α Scorpii	16 19 9,99			
	Mond II R.	16 53 53,39	+0,2	−0,59	
	η Ophiuchi	17 0 47,42			
26.	Mond I R.	3 42 27,86	+0,3	−0,08	
28.	106 1 Tauri	4 57 55,50			
	Mond I R.	5 38 25,05	+0,2	+0,41	3 F. die Sek. waren verzählt.
	18 ν Gemin.	6 19 2,95			
März 4.	83 q Cancri	9 9 39,56			
	8 Cancri	9 27 49,69			
	Mond I R.	9 56 15,79	+0,4	+0,36	
	47 ρ Leonis	10 24 1,52			
5.	47 ρ Leonis	10 24 1,50			Beobb. sehr unzuverlässig. Zeitbestimmung unsicher.
	Mond I R.	10 57 54,90	+0,6	+0,50	
	77 σ Leonis	11 12 32,18			
	ξ 1 Virginis	11 36 41,32			
29.	Mond I R.	7 22 5,65	+0,3	+0,14	
	85 l Gemin.	7 45 54,69			
	42 Cancri	8 10 36,08			
April 26.	Mond I R.	8 5 53,94	+0,6	+0,32	
Mai 1.	15 η Virg.	12 11 22,67			
	29 γ 1 Virg.	12 33 13,02			
	Mond I R.	12 55 43,17	+0,9	+0,15	
	80 l 3 Virg.	13 26 51,62			
2.	80 l 3 Virg.	13 26 51,68			
	Mond I R.	13 49 58,60	+0,9	+0,05	
	98 κ Virg.	14 4 1,08			
3.	98 κ Virg.	14 4 1,22			
	2 Librae	14 14 28,52			
	Mond I R.	14 44 26,76	+0,1	+0,09	
	Mond II R.	14 46 41,26	+0,1	−0,07	
	38 γ Librae	15 26 13,10			
12.	Mond II R.	22 47 47,30	+1,0	−0,06	
24.	Mond I R.	8 49 29,75	+1,1	+0,37	
27.	Mond I R.	11 43 28,38	+0,2	+0,80	3 F. bedeckt. Beob. sehr unsicher.
28.	Mond I R.	12 37 14,61	+0,2	+0,40	
	K 1 Virg.	12 51 4,67			unzuverlässig.
	K 4 Virg.	12 55 29,43			

Tag. 1832	Namen.	Beob. AR.	Zeit.	Δα	
		° ′ ″	″	″	
Juni 1.	44 η Librae	15 34 43,13			
	Mond I R.	16 11 43,02	−0,5	−0,10	nebelig; Rand unbegrenzt.
	24 m Scorp.	16 31 57,15			
	(214) Scorp.	16 43 35,93			
10.	Mond II R.	0 2 9,20	−0,3	+0,22	
	α Ceti	2 53 32,67			
29.	7 χ Ophiuchi	16 17 23,10			
	Mond I R.	16 47 10,69	−0,4	−0,02	
	40 ρ Oph.	17 11 2,01			
	58 D Oph.	17 33 27,54			
30.	40 ρ Oph.	17 11 1,86			
	58 D Oph.	17 33 27,51			
	Mond I R.	17 43 39,06	−0,4	+0,06	Rand wallend.
	13 μ 1 Sagitt.	18 3 48,47			
Juli 25.	Mond I R.	15 36 14,72	−0,4	+0,57	
26.	7 χ Oph.	16 27 22,86			
	Mond I R.	16 30 6,45	−0,4	+0,37	Zeitbestimm. unsicher.
	28 Scorpii	16 56 13,88			
	40 ρ Oph.	17 11 2,00			
28.	Mond I R.	18 19 55,82	−0,4	+0,41	unter Wolken; Zeitbestimm. uns.
	32 ν 1 Sagitt.	18 44 7,50			
29.	Mond I R.	19 14 49,61	−0,4	+0,29	
	56 f Sagitt.	19 37 39,34			
Aug. 7.	Mond II R.	2 33 0,75	−0,2	+0,01	nebelig; Rand unbegrenzt.
8.	Mond II Rd.	3 23 35,28	−0,2	−0,05	bedeckt; Rand uneben.
	α Tauri	4 26 21,12			
23.	Mond I R.	17 7 36,25	+0,4	+0,58	Zeitbest. uns.
24.	Mond I R.	18 2 46,48	+0,4	+0,42	unt. Wolken.
	28 Sagittar.	18 36 18,26			
25.	ν 1 Sagitt.	18 35 7,04			
	Mond I R.	18 57 40,80	+0,4	+0,71	Wolken.
27.	7 σ Capric.	20 9 47,17			
	(146) f Capr.	20 19 46,07			
	Mond I R.	20 44 9,13	+0,4	+0,76	Nebel.
	32 i Capric.	21 12 58,66			
28.	32 i Capric.	21 12 58,65			
	Mond I R.	21 34 46,74	+0,4	+0,62	Nebel.
	51 μ Capr.	21 44 13,41			3 F.

Digitized by Google

Tag.	Namen.	Beob. AR.	Zeit.	Δα.	
1833		° ′ ″	″	″	
Aug. 29.	49 δ Capr.	21 37 51,24			
	51 μ Capr.	21 44 13,40			
	Mond I R.	22 23 30,18	+0,4	+0,75	bedeckt.
	65 l Aquar.	22 34 16,25			
Sept. 23.	Mond I R.	20 27 16,08	0,0	+0,54	bedeckt; Rand
24.	19 Capr.	20 45 23,34			kaum sichtbar.
	22 γ Capr.	20 54 55,81			
	Mond I R.	21 18 27,72	0,0	+0,54	
	40 γ Capr.	21 30 52,06			
25.	40 γ Capr.	21 30 52,15			
	Mond I R.	22 7 40,98	0,0	+0,75	
	57 σ Aquar.	22 21 50,52			
	71 τ^2 Aquar.	22 40 47,01			
26.	57 σ Aquar.	22 21 50,62			
	71 τ^2 Aquar.	22 40 47,02			
	Mond I R.	22 55 11,96	+0,1	+0,67	
	95 χ 3 Aquar.	23 10 18,69			
Oct. 21.	20 Capr.	20 50 8,08			
	Mond I R.	21 0 24,51	−0,1	+0,51	
	40 γ Capr.	21 30 51,82			
	49 δ Capr.	21 37 51,04			
22.	40 γ Capr.	21 30 51,68			
	49 δ Capr.	21 37 50,99			
	Mond I R.	21 50 28,97	−0,1	+0,80	
23.	56 f Aquar.	22 51 22,33			
	Mond I R.	22 38 32,71	−0,1	+0,52	
	83 h 1 Aquar.	22 56 29,52			
	95 χ 3 Aquar.	23 10 18,68			
24.	83 h 1 Aquar.	22 56 29,40			
	95 χ 3 Aquar.	23 10 18,74			
	Mond I R.	23 25 6,92	−0,1	+0,55	
	30 r Pisc.	23 53 26,13			
25.	30 r Pisc.	23 53 26,18			
	Mond I R.	0 10 52,72	0,0	+0,70	Rand wallend.
	(120) Pisc.	0 27 1,19			
	20 m Ceti	0 44 31,38			
26.	(120) Pisc.	0 27 1,24			
	20 m Ceti	0 44 31,34			
	Mond I R.	0 56 36,74	0,0	+0,34	Nebel.
Nov. 2.	Mond II R.	7 13 43,58	+0,2	−0,38	unt. Wolken; Sturmwind.
23.	Mond I R.	1 24 13,71	−0,6	+0,40	bedeckt; Zeitbest. unsicher.
24.	Mond I R.	2 11 35,57	−0,6	−0,05	
25.	Mond I R.	3 1 16,57	−0,6	+0,08	
Dec. 4.	β Leonis	11 40 33,65			
	Mond II R.	11 56 34,85	+0,2	−0,03	
6.	α Virginis	13 16 25,40			
	Mond II R.	13 38 15,39	+0,1	−0,16	
26.	η Geminor.	6 4 51,44			
	μ Geminor.	6 12 55,15			
	Mond II R.	6 27 22,39	−0,3	−0,14	

B. *Beobachtete Deklinationen des Mondes.*

Tag.	Beob. Decl.	Zeit.	Δδ.		
1833	° ′ ″	″	″		
Febr. 26.	+14 35 4,3	+ 0,3	− 0,3	UR.	
28.	+20 13 26,7	+ 0,2	+ 1,5	UR.	
März 4.	+15 10 5,7	+ 0,4	− 0,8	OR.	
5.	+10 19 56,1	+ 0,6	+ 6,8	OR.	unzuverlässig.
29.	+21 46 17,4	+ 0,3	+ 2,9	OR.	
April 26.	+21 6 25,7	+ 0,6	+ 5,0	OR.	
May 2.	− 6 39 31,4	+ 0,9	+ 7,8	OR.	
24.	+19 39 54,4	+ 1,1	+ 7,1	OR.	
27.	+ 6 30 43,5	+ 0,2	+ 7,5	OR.	
28.	+ 0 59 45,8	+ 0,2	+ 6,6	OR.	
Jun. 1.	−18 19 14,7	+31,9?	− 2,3	OR.	unbegrenzt.
10.	− 5 49 22,5	−29,4	− 2,6	OR.	
29.	−20 13 13,6	+31,8	+ 2,0	OR.	
30.	−22 18 28,3	+32,2	+ 1,5	OR.	wallend.
Jul. 25.	−15 53 37,8	+31,6	+ 4,7	OR.	sehr unzuver-
26.	−19 21 5,5	+32,1	+ 2,4	OR.	lässig.
27.	−21 46 10,2	+32,6	+ 2,1	OR.	
28.	−23 32 48,8	+32,9	+ 3,0	OR.	unter Wolken.
29.	−23 38 15,5	+33,1	+ 0,4	OR.	sehr unzuverl.
Aug. 7.	+ 9 37 47,5	−29,4	− 2,3	OR.	unbegrenzt.
8.	+13 58 30,4	−30,0	− 1,6	OR.	sehr unzuverl.
24.	−22 52 33,8	+ 0,4	− 1,5	OR.	Wolken.
25.	−23 48 58,3	+ 0,4	− 1,8	UR.	——
27.	−21 18 48,3	+ 0,4	− 0,7	UR.	Nebel.
28.	−18 36 0,3	+ 0,4	− 1,2	UR.	—— sehr un-
29.	−15 7 16,5	+ 0,4	− 1,4	UR.	zuverlässig.
Sept. 23.	−22 10 1,1	0,0	− 4,2	UR.	kaum sichtbar
24.	−19 42 24,0	0,0	+ 0,8	UR.	
25.	−16 25 30,1	0,0	0,0	UR.	
26.	−12 29 15,3	+ 0,1	− 1,6	UR.	
Oct. 21.	−20 56 7,5	− 0,1	− 3,3	UR.	
22.	−17 53 28,5	− 0,1	− 0,7	UR.	
23.	−14 7 52,7	− 0,1	− 1,3	UR.	
24.	− 9 49 26,8	− 0,1	− 1,4	UR.	
25.	− 5 7 38,6	0,0	0,0	UR.	wallend.
26.	− 0 12 7,5	0,0	− 1,0	UR.	
Nov. 2.	+22 33 8,1	−16,5	+13,5	UR.	unaben; unter Wolken.
23.	+ 2 39 46,4	− 0,6	− 0,3	UR.	bedeckt.
24.	+ 7 37 12,0	− 0,6	+ 1,4	UR.	
25.	+12 19 5,6	− 0,6	+ 1,4	UR.	
Dec. 4.	+ 4 49 6,0	−30,5	+12,7	UR.	
6.	− 5 49 52,9	−15,7	+ 9,5	UR.	kaum sichtbar.

Anmerk. Man erhält die Sternzeit der Beobachtung des Mondes, wenn man die in der Kolumne Zeit angegebene Zahl der AR. des Mondes hinzufügt. Die AR. ist vom 1 Juny bis 29 July, dann am 2 Nov., 4 und 6 Dec. mit dem Mittagsrohre an 7 Fäden, sonst aber mit dem Meridiankreise an 5 Fäden beobachtet worden. Wo nicht alle Fädendurchgänge beobachtet wurden, habe ich ihre Anzahl angemerkt. In den Kolumnen Δα und Δδ sind diejenigen Zahlen angegeben, welche den beobachteten Oertern hinzugefügt werden müssen, um sie den Angaben der Ephemeride gleich zu machen.

Lamont.

Digitized by Google

Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen anderen dahin gehörigen Bemerkungen.

Von den Herren *Beer* und *Mädler*.

(Beschlufs.)

Resultate.

	F	β	ρ	S	Δl geoc.	Halbe Dauer berechnet M. Z.	Halbe Dauer beobachtet M. Z.	Diff.	Corr. Diff.
	° ′	′ ″	″	″	″	h ′ ″	h ′ ″	″	″
Grimaldi	63 40	7 46	2558,0	2515,2	— 0,2	1 17 31,0	1 18 25,6	+ 54,6	+ 53,8
Cartesius	63 20	12 54	2558,6	2438,7	0,2	1 15 9,2	1 16 1,5	52,3	50,0
Aristarch	46 40	0 22	2562,0	2561,9	0,3	1 18 57,0	1 20 29,3	92,3	92,3
Kepler	34 0	3 41	2564,1	2554,6	0,3	1 18 43,7	1 19 59,3	75,6	75,4
Sin. Iridum 1	49 10	5 6	2561,5	2543,2	0,2	1 18 22,7	1 20 10,3	107,6	106,8
Sin. Iridum 2	47 15	6 12	2561,8	2534,6	0,2	1 18 6,6	1 19 26,5	79,9	79,4
Copernicus	18 10	2 35	2566,3	2561,6	0,4	1 18 56,8	1 20 29,0	92,9	92,7
Plato	51 0	7 37	2561,0	2519,9	0,3	1 17 39,4	1 19 26,5	107,1	106,3
Pico	45 40	6 37	2562,2	2531,2	0,3	1 18 0,2	1 19 49,4	109,2	107,8
Archimedes	29 15	3 5	2565,0	2558,4	0,4	1 18 50,4	1 20 25,6	95,2	94,9
Eudoxus	47 35	7 0	2561,8	2527,1	0,2	1 17 53,0	1 19 27,4	94,4	93,3
Manilius	19 25	0 12	2565,9	2565,9	0,4	1 19 4,4	1 20 43,0	98,6	98,6
Sulp. Gallus	24 45	1 12	2565,6	2564,7	0,4	1 19 2,1	1 20 34,8	92,7	92,7
Tycho	43 0	15 40	2562,7	2383,9	0,3	1 13 28,9	1 14 12,1	43,2	40,2
Menelaus	25 40	0 31	2565,5	2565,3	0,4	1 19 3,2	1 20 42,2	99,0	99,0
Dionysius	21 55	3 6	2565,9	2559,2	0,4	1 18 51,9	1 20 16,8	84,9	84,7
Posidonius 2	44 35	4 41	2562,4	2546,9	0,3	1 18 29,2	1 20 17,8	88,6	88,1
Endymion	72 10	9 18	2555,8	2494,2	0,1	1 16 50,4	1 18 43,5	112,9	110,2
Plinius 2	28 40	0 31	2565,1	2564,9	0,4	1 19 2,5	1 20 38,8	96,3	96,3
Proclus	52 45	1 23	2560,7	2559,4	0,3	1 18 52,5	1 20 43,9	111,4	111,4
Picard	59 25	1 4	2559,1	2558,4	0,2	1 18 50,7	1 20 29,8	99,2	99,2
Firmicus	67 0	0 29	2557,2	2557,2	0,1	1 18 48,7	1 20 7,9	79,2	79,2

Die in der vorletzten Columne angesetzte Differenz ist in der letzten durch Multiplikation mit $\sqrt{\left(1-\frac{\beta^2}{\rho^2}\right)}$ auf den Halbmesser des Schattendurchschnitts reducirt. Werden die oben bezeichneten 3 Flecke ausgeschlossen, so erhält man

Vergröfserung der halben Dauer $= 95''{,}1$ in Zeit
$= \frac{1}{49{,}8}$ des Schattenhalbmessers.

Mittlerer Fehler des Mittels $= \mp 2''{,}5$ Zeit
$= \mp 1{,}3$ Einh. des Nenners.

Abgesehen von der bei einer einzelnen Mondfinsternifs noch übrig bleibenden Unsicherheit würde indefs der obige Bruch $\frac{1}{49{,}8}$ doch nur zunächst für die Parallaxe 58′ 39″,8 gelten, oder man müfste annehmen, dafs die zur Zeit noch nicht mit Sicherheit ermittelte Ursache der Vergröfserung die Länge der Schattenaxe unverändert liefse. Im entgegengesetzten Falle wird der Nenner des Bruchs für das Apogäum kleiner gefunden werden. Sind vollends atmosphärische Veränderungen in den von den Sonnenstrahlen tangirten Erdgegenden von bedeutendem Einflusse auf die Quotienten der Vergröfserung, so dürfen wir nie hoffen, ihn genau zu ermitteln; jedenfalls aber scheint der Gegenstand einer weitern Untersuchung bedürftig.

Während der Verfinsterung waren alle Mondflecke, die der Vollmond zeigt, sichtbar, doch verrieth keiner ein eigenes Licht. Nur um das Centrum des Erdschattens herum lagerte sich Nacht, die kaum die gröfsten Maria unterscheiden liefs, das übrige war roth und das äufserste des vollen Schattens blau, wenn blos das Roth damit verglichen ward, grau aber, wenn man zugleich das volle Licht sah. Mit dem Verschwinden des letztern schien das Roth plötzlich intensiver zu werden, und sich schnell über den ganzen Mond zu verbreiten.

Vielleicht lassen sich alle diese Phänomene ohne die Annahme eines eigenen Lichtes der Mondkugel folgendermafsen erklären.

Zieht man auf der Erdkugel einen gröfsten Kreis K, dessen Pol der Punkt ist, welcher die Sonne im Zenith hat, so ist die wahre Erleuchtungsgrenze ein Parallel

Digitized by Google

dieses Kreises, der von ihm um $r + s - p$ (r die Refraction) absteht. Einem Mondfleck aber wird vom Umfange der Erdkugel $180° - 2\pi$ zugekehrt sein, und steht dieser Fleck in Opposition mit der Sonne und zugleich in der Ekliptik, so ist der scheinbare Erdrand von K überall um π entfernt und ein Parallel dieses gröfsten Kreises. Da π (54′,3 bis 60′,6) stets gröfser als $r + s - p$ (46′ bis 50′), so wird dieser Mondfleck weder die Sonne noch etwas von der erleuchteten Erde sehen, mithin völlige Nacht haben, die nur durch die (rothe) Dämmerung auf der Erde einen schwachen Wiederschein erhält. Daher ist das Innere des Schattens dunkelroth und fast schwarz, und es wird überhaupt von der Lebhaftigkeit der Dämmerung auf der Erde abhängen, wie intensiv das Roth im verfinsterten Monde gesehen wird *).

Der Fleck rücke nun aber nach West, so wird ein Theil der Erdzone, welche durch Hülfe der Refraction noch Sonnenlicht hat, für ihn sichtbar werden, bevor er noch die Sonne selbst sieht. Diese Zone bewirkt den grauen Nimbus, der den rothen Schattenkern umgiebt, und sich unbestimmt mit ihm vermischt, daher auch seine Farbe der Farbe des Erdlichts im Monde zur Zeit der Phasen ganz analog ist.

Hat sich endlich der Mondfleck um $\pi + p - s$ vom Centro des Erdschattens entfernt; so fängt er wieder an die Sonne zu erblicken. Aber statt eines schmalen Bogens von nahe 180°, wie er auf der Erde gleich nach dem Aufhören einer totalen Sonnenfinsternifs gesehen wird, erblickt der Mondfleck anfangs nur ein sehr kurzes Stück der Sonne (da ein fast 4mal gröfserer Kreis sie so eben tangirt hat) und dies kann noch keinen Tag bewirken, sondern der sehr geringe Flächentheil der Sonne wird anfangs noch weniger leuchten, als der von ihr beschienene Erdrand, das aschgraue Licht (was wir für vollen Schatten rechnen müssen) noch so lange die Oberhand behalten, bis ein hinreichend breiter Theil der Sonne wieder frei geworden ist. In diesem Moment aber wird die Entfernung des Mondflecks vom Schatteucentro etwas mehr betragen müssen als $\pi + p - s$.

Diese Erklärung scheint dem Phänomen, wie wir es beobachtet haben, und wie es mit gröfsern oder geringern Modificationen fast immer bemerkt wird, am besten zu entsprechen, und es dürfte überhaupt unstatthaft sein, ein eigenes Licht des Mondes anzunehmen, so lange Erklärungsweisen, die keine Hypothese erfordern, auszureichen scheinen.

Wilhelm Beer. J. H. Mädler.

*) Allerdings scheint der Wiederschein der Erd-Dämmerung allein nicht hinreichend ein so lebhaftes Roth zu bewirken, und die Erdatmosphäre, von welcher noch reflectirte Sonnenstrahlen auf den Mond fallen können, von zu geringer Höhe zu sein, indem diese, bis zu 9 Meilen brechungsfähig angenommen, vom Monde aus im Mittel nur 36″ grofs gesehen wird. Allein da man auf der Erde bei totalen Sonnenfinsternissen um den Mond einen sehr breiten hellen Ring oder Nimbus gesehen hat, da doch unser Trabant höchstens nur eine ganz unbedeutende Atmosphäre haben kann; sollte nicht anzunehmen sein, dafs eine erweiterte Lichthülle die Sonne physisch umgiebt und dafs deren Durchmesser grofs genug ist, um von der Erde nicht ganz verdeckt werden zu können? Alsdann würde der Mond von dem vereinten Lichte dieses Nimbus, der Erdatmosphäre und der Erd-Dämmerung getroffen, und so könnte jenes intensive Roth entstehen.

W. B. J. H. M.

Mondsbeobachtungen.

Herr Staatsrath *von Struve* hat mich gebeten, alle Astronomen, die Mondsbeobachtungen an folgenden Tagen des Jahres 1832 gemacht haben, aufzufordern, ihm gefälligst diese Beobachtungen direct nach Dorpat zu senden. Die Tage sind:

April 14. 15. Mai 12. 13. Jun. 8. 9. 10. Jul. 11. 13. Aug. 9. 10. Octbr. 1. 2. 3. 4. 6. 7. 30. Nov. 1. 8.

S.

Verzeichnifs der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn, jetzt in München, für nachstehende Preise verfertigt werden.

(Beschlufs).

18. Fernrohr von 3 Fufs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre ohne Stativ. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 30 Zoll Brennweite und 27 Linien Oeffnung; eine Auszugröhre mit einem irdischen Ocular von 40, und zwei astronomische von 60 und 90maliger Vergröfserung, ein Sonnenglas und Kasten. 94 fl.

19. Seefernrohr von 4 Fuſs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 29,5 Linien Oeffnung, mit einer irdischen Ocularröhre von 55maliger Vergröſserung, nebst Kasten. 97 fl.
20. Seefernrohr von 3 Fuſs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 30 Zoll Brennweite und 25,5 Linien Oeffnung, einer irdischen Ocularröhre von 40maliger Vergröſserung und Kasten. 68 fl.
21. Seefernrohr von 2 Fuſs 7 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 24 Zoll Brennweite und 21 Linien Oeffnung, einer irdischen Ocularröhre von 38maliger Vergröſserung und Futteral. 54 fl.
22. Seefernrohr von 2 Fuſs 3 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 20 Zoll Brennweite, 19 Linien Oeffnung, einer irdischen Ocularröhre von 32maliger Vergröſserung und Futteral. 38 fl.
23. Seefernrohr von 1 Fuſs 10 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 16 Zoll Brennweite, 15,5 Linien Oeffnung, einer irdischen Ocularröhre von 26maliger Vergröſserung und Futteral. 31 fl.
24. Merneefernrohr von 2 Fuſs 6 Zoll Länge mit hölzernem Rohre, achromatischem Objective von 16 Zoll Brennweite und 15,5 Linien Oeffnung, und einer irdischen Ocularröhre. 54 fl.
25. Merneefernrohr, wie das vorhergehende Nr. 24, mit verstellbarem Oculare, um die Vergröſserung zu verändern. 57 fl.
26. Zugfernrohr von 4 Fuſs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und fünf Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 42 Zoll Brennweite, 34 Linien Oeffnung, verstellbarem Oculare von 55—80maliger Vergröſserung, nebst Futteral von Marroquin. 196 fl.
27. Zugfernrohr von 3 Fuſs 1 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und fünf Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 30 Zoll Brennweite, 29 Linien Oeffnung, 48maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 134 fl.
28. Zugfernrohr von 2 Fuſs 8 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und vier Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 24 Zoll Brennweite, 24 Linien Oeffnung, 39maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 80 fl.
29. Zugfernrohr von 2 Fuſs 2 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und drei Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 20 Zoll Brennweite, 19 Linien Oeffnung, 28maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 45 fl.
30. Zugfernrohr von 1 Fuſs 10 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und drei Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 16 Zoll Brennweite, 15,5 Linien Oeffnung, 26maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 34 fl.
31. Zugfernrohr von 1 Fuſs 6 Zoll Länge mit hölzernem Rohre und drei Auszugsröhren von Messing, einem achromatischen Objective von 12 Zoll Brennweite, 13 Linien Oeffnung, 18maliger Vergröſserung und Futteral von Marroquin. 26 fl.
32. Groſses zusammengesetztes Microscop mit vollständigem Apparat, um die Durchmesser der Gegenstände in irgend einem bestimmten Maſse auf 0,00001 Zolle genau messen zu können; mit Apparat zur Beleuchtung, sechs achromatischen Objectiven, einem doppelten und einem einfachen Ocular zu verschiedenem Gesichtsfeld und Vergröſserung. Die schwächste Linear-Vergröſserung ist 19, oder die der Flächen 361; die stärkste Linear-Vergröſserung aber 380, oder die der Flächen 144400mal. Das ganze Microscop ist in einem polirten Kasten. 572 fl.
33. Zusammengesetztes prismatisches Microscop mit vollständigem Apparat, fünf achromatischen Objectiven, drei verschiedenen Ocularen zum gewöhnlichen Gebrauch, und einem Oculare mit dem *Sömmering*schen Spiegel zum Zeichnen. Der Tubus kann mit und ohne Prisme, also in verticaler und horizontaler Richtung des Rohres angewendet werden. Die Stellung des Rohres geschieht vermittelst einer gröbern Bewegung, die feinere Stellung aber durch eine Micrometerschraube am Objecttisch. Mit dem schwächsten Ocular und Objectiv erhält man eine 12malige Linear- oder 144malige Flächen-Vergröſserung, mit dem stärksten Ocular und combinirten Objectiven aber eine 1000malige Linear- oder 1000000malige Flächen-Vergröſserung. Das ganze Microscop ist in einem polirten Kasten. 330 fl.
34. Zusammengesetztes Microscop mit vollständigem Apparat, vier achromatischen Objectiven und zwei Oculeren, nebst Kästchen. Die schwächste Linear-Vergröſserung ist 20 oder die der Flächen 400; die stärkste Linear-Vergröſserung aber 225, oder die der Flächen 50625mal. 136 fl.
35. Zusammengesetztes Microscop mit vollständigem Apparat, drei achromatischen Objectiven und einem Ocular, nebst einem Kästchen. Die schwächste Linear-Vergröſserung ist 20 oder die der Flächen 400; die stärkste Linear-Vergröſserung aber 115, oder die der Flächen 13225mal. 66 fl.

Bei obigen vier Microscopen sind die Linsen alle aplanatisch; daher können durch die verschiedenen Combinationen der Objective alle jene Vergröſserungen hervorgebracht werden, welche zwischen der angegebenen schwächsten und stärksten Vergröſserung inne liegen. Auch können die Vergröſserungen bei den Microscopen Nr. 32, 34 und 35 durch Zugabe eines schärfern Oculares, welches 11 fl. kostet, noch vermehrt werden.

36. Reise-Microscop mit zwei achromatischen Objectiven, Spiegel, Stielloupe, Schieber, Zängelchen etc. Alles in einer messingenen Hülse. 52 fl.
37. Zusammengesetzte Loupen in messingene Röhre gefaſst, von

Linear-Vergr. 5	Flächen-Vergr. 25		
——— 12	——— 144	}	jede 5 fl.
——— 17	——— 289		

Digitized by Google

38. Einfache Loupe in messingenen Ring gefafst. 2 fl. 30 kr
39. Einfache Loupe in messingenes Röhrchen gefafst. 1 fl. 28 kr.
40. Einfache Loupe, wie die vorhergehende Nr. 39 nur etwas kleiner. 1 fl. 48 kr.
41. Camera Lucida, mit Fassung zum Anschrauben am Tisch, mit vier Augengläsern für Kurz- und Weitsichtige. 40 fl.
42. Camera Lucida, wie die vorhergehende Nr. 41 mit zwei Augengläsern. 33 fl.
43. Heliostat mit Uhrwerk, Stunden- und Declinations-Bogen etc. 450 fl.
44. Apparat zur Beobachtung der neuen physisch-optischen Experimente in Bezug auf die neuen Entdeckungen *Fraunhofer's* über Brechung, Farbenzerstreuung, Beugung des Lichtes, Hervorbringung der Farbenspectre etc. 350 fl.
45. Heliotrop zum Behuf geodätischer Messungen. 450 fl.
46. Licht-Polarisirungs-Apparat. 77 fl.
47. Repetirende Filar-Micrometer mit und ohne Lampen und Positionskreisen.
    Der Preis wird nach Verhältnifs der Gröfse bestimmt.
48. Kreis-Micrometer mit doppeltem Stahlringe. 37 fl.
49. Kreis-Micrometer mit einfachem Stahlringe. 23 fl.
50. Prismen von Crown- und Flintglas, einfache und zusammengesetzte, von verschiedener Gröfse zu 6, 10 und 20 fl.
51. Plan- und Parallel-Spiegel in runder Form.
52. Oculare, irdische und astronomische, auch blofse Ocular-Linsen.
53. Libellen.
    Diese drei unter Nr. 51, 52 und 53 bemerkten Gegenstände werden nur auf Bestellungen verfertigt und deren Preis nach Mafsgabe ihrer Dimensionen bestimmt.
54. Achromatische Objective.
    Zur Bequemlichkeit für Künstler, welche sich mit Verfertigung astronomischer Instrumente beschäftigen, hat sich das optische Institut entschlossen, einzelne Objective, blos in einem Ring gefafst, zu verkaufen.

Die Oeffnungen sind in Linien des zwölftheiligen Pariser Mafses angegeben, und die Breite des Fassungsringes nicht mitgerechnet; der ganze Durchmesser der Objective wird also um einige Linien gröfser als der hier bezeichnete seyn.

Oeffnung	12	Linien.	14 fl.
„	14	„	18 „
„	16	„	22 „
„	18	„	26 „
„	21	„	33 „
„	24	„	50 „
„	27	„	74 „
„	30	„	100 „
„	33	„	132 „
„	36	„	172 „
„	39	„	212 „
„	42	„	278 „
„	45	„	336 „
„	48	„	400 „

Ausser obigen rein optischen Gegenständen liefert das optische Institut auch noch

Astronomische Pendeluhren nach einer neuen Construction im Echappement mit Compensationspendel und gestochenem Zifferblatt
einen Monat lang gehend. 350 fl.
acht Tage lang gehend. 328 fl

Pendel-Uhren mit gewöhnlichem Anker-Echeppement, hölzerner Pendelstange und gestochenem Zifferblatt
einen Monat lang gehend. 132 fl.
acht Tage lang gehend. 110 fl.

Reise-Pendeluhren mit Compensationspendel, Gewichten, gestochenem Zifferblatt und Kasten
einen Monat lang gehend. 297 fl.
acht Tage lang gehend, 275 fl.

Secunden-Zähler mit hölzernem halben Secunden-Pendel, drei Stunden lang gehend. 88 fl.

Auf Verlangen werden theils lithographirte, theils in Kupfer gestochene perspectivische Zeichnungen in klein Folio-Format von Nr. 1, 2, 5, 6, 7, 32, 33 und 41 gegen 40 kr. pr. Stück abgegeben.

München, den 1. Januar 1832.

J. v. Utzschneider.

Inhalt.

Schreiben des Herrn *Henderson* an den Herausgeber. pag. 293.

Beobachtungen des Mondes und der Mondsterne, angestellt auf der k. Sternwarte bey München im Jahre 1833; nebst Vergleichung der beobachteten Mondörter mit den Tafeln von *Damoiseau*. p. 297.

Mondsbeobachtungen. pag. 303.

Ueber die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen, nebst einigen andern dahin gehörigen Bemerkungen. Von den Herren *Beer* und *Mädler*. (Beschlufs.) p. 301.

Verzeichnifs der optischen Instrumente, welche in dem optischen Institute *Utzschneider & Fraunhofer*, ehemals in Benedictbeurn jetzt in München für beigesetzte Preise verfertigt werden. (Beschlufs.) p. 303.

Altona 1834. Februar 12.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 258. 259. 260.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus,

auctore *P. A. Hansen*,

specolae Seebergensis directore, ordinis Dannebrogici equite.

Quamquam methodum perturbationum determinandarum in commentatione prima, quam de hoc argumento scripsi, ita exposui ut quisque rerum mathematicarum haud ignarus ejus rationem plane intelligere possit, mihi tamen persuasum habeo, demonstrationem aliam formulis fundamentalibus Mechanicae innixam ad Methodum hanc certissime stabiliendam maxime collaturam esse. Quam rem quum aliquamdiu animo volvissem, demonstrationem excogitavi, cui prima hujus commentationis paragraphus dicata est. Momenta praecipua hujus demonstrationis haec sunt. Theorematibus nonnullis, quae extensio methodi variationis constantium arbitrariarum spectari possunt, demonstratis, adjumento hujus methodi formulas, quae perturbationes longitudinis verae, radii vectoris et quantitatum duarum, a quibus situs orbitae in spatio pendet, praebent ex aequationibus fundamentalibus Mechanicae deduco, quibus inventis, transformationem coordinatarum generaliorem expono, quae immediate ad expressiones eas, quas alibi dedi, perducit, cujus vero transformationis casus specialis in eo consistit, quod perturbationes ad longitudinem mediam addantur, ita ut in prima commentatione exposui.

Paragraphus secunda continet applicationem illarum expressionum ad computandas perturbationes, quas corpus coeleste in fluido resistenti se movens patitur. Cui quidem rei accurate constituendae jam antea viri doctissimi operam suam navaverunt. Illi *Euler*, *Lagrange* et *Laplace* imprimis, problemate hoc summa cum sagacitate tractato, invenerunt axem majorem et excentricitatem corporum coelestium in fluido resistenti se moventium semper decrescere debere, itaque et eorum orbitas ellipticas magis magisque ad circulos appropinquaturas, et corpora ipsa demum in solem prolapsura esse.

Quum vero observationum veterum cum observationibus novissimis comparatio nos certiores fecisset, tales motuum anomalias nondum exstitisse, dubium erat, utrum spatium sit vacuum, an fluido tam subtili impletum, ut ejus effectus in planetas inde a tempore observationum antiquissimarum usque ad praesens tempus a sensibus nostris percipi non potuerit. Jam lumen quidem, sive per emissam materiam, sive per undulationes fluidi alicujus oritur, opinionem hanc alteram ex aliqua parte confirmaverat, quum ill. *Encke* in cometae cognominis motu anomaliam detexit, quam mox effectum fluidi resistentis in toto universo diffusi optime explicavit. Hinc factum est, ut problema illud perturbationes a fluido resistenti ortas determinandi, quod geometrae illi, nulla alia cogente necessitate, generaliter tantum solverant, summa cum cura in extenso resolvi oporteret, ut ad casus speciales applicari possit. Duas praesertim solutiones tempus recens genuit. Ill. *Encke* ipse perturbationes has eodem modo in calculum vocavit, quo perturbationes planetariae in motu cometarum computari solent, cl. *Sohnke* Regiomontanus vero easdem perturbationes per transcendentes ellipticas quae dicuntur exprimere suscepit. Illa methodus in commentationibus academiae Regiae Berolinensis anni 1829 publici juris facta est, haec in Diarii ab ill. *Crelle* editi Tomo X reperitur. Quae commentatio auctoris solertiam comprobans applicationem pulcherrimam praeclarae transcendentium ellipticarum ab ill. *Jacobi*, *Legendre* et *Abel* expolitae theoriae sine dubio ponit, sed formulae ad computandas perturbationes hoc modo inventae non nihil desiderandum relinquunt. Densitatem fluidi in universo diffusi accepit auctor esse in quoque spatii puncto in ratione inversa quadrati distantiae a sole et hanc solam hypothesin in formulis suis evolvendis respexit; sed quum adhuc lateat, utrum haec fluidi densitatis lex vera sit necne, imo ut m praevideri possit, hanc legem densitatis veram esse non posse, si fluidum attractionis universalis legi subjectum sit, usu evenire potest, ut methodus haec nos plane deficiat. Porro quum auctor repererit, quinque tantum elementa per expressiones finitas functionum ellipticarum exprimi posse, sextum vero elementum per series infinitas illarum functionum exprimere coactus fuerit, itaque a posteriori monstraverit, perturbationes has in summa per functiones finitas transcendentium ellipticarum exhiberi non posse: maxime interest perscrutari, possintne perturbationes hae ope serierum simpliciorum, e. g. serierum secundum sinus aut cosinus

arcus alicujus progredientium commodius exprimi? Appliratis formulis generalibus nostris ad casum eum de quo agitur, reperi, perturbationes has, manente lege densitatis fluidi resistentis quacunque, per series secundum sinus et cosinus anomaliae excentricae progredientes maxima cum simplicitate exhiberi posse, praeterea has series pro omnibus excentricitatis inter cifram et unitatem exsistentibus valorihus admodum convergere, etiamsi lex densitatis fluidi in ejusmodi seriem evoluta minime convergat. Quam theoriam nec non eius applicationem ad cometam Enckianum in paragrapho secunda explicabo.

Paragraphus tertia exponet novam tabularum motum planetarum heliocentricum exhibentium formam, cujus hoc praecipue proprium est, ut eorum ascensionem rectam et declinationem heliocentricam ad aequatorem mobilem relatas immediate suppeditet. Quibus vero coordinatis datis, ascensionem rectam et declinationem geocentricam, quae verae in theoria planetarum quantitates quaesitae sunt, formulis trigonometricis omnium simplicissimis computare licet.

§. 1. *Theoria generalis perturbationum corporum coelestium.*

1.

Denotantibus x, y, z, aut planetae aut satellitis aut cometae alicujus coordinatas orthogonias, quarum origo in centro Solis sita sit, r radium vectorem, m massam partibus massae Solis expressam, k mensuram communem vis attractionis, ita ut habeatur

$$a^3 n^2 = k\mu$$

ubi a semiaxis major orbitae, n motus medius sidereus unitate temporis t absolutus et $\mu = 1 + m$ est, per principia Mechanicae inventae sunt formulae fundamentales hae

$$(1)\ldots\ldots\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + k\mu\frac{x}{r^3} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx}\right) \\ \frac{d^2y}{dt^2} + k\mu\frac{y}{r^3} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dy}\right) \\ \frac{d^2z}{dt^2} + k\mu\frac{z}{r^3} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz}\right) \end{cases},$$

quarum integratione motus relativus corporis m respectu Solis investigandus est. In his vero formulis habetur

$$\Omega = \frac{m'}{\mu}\left\{\frac{1}{\sqrt{((x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2)}} - \frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}\right\} + \frac{m''}{\mu}\left\{\frac{1}{\sqrt{((x-x'')^2+(y-y'')^2+(z-z'')^2)}} - \frac{xx''+yy''+zz''}{r''^3}\right\} + \text{etc.}$$

ubi quantitates quibus lineae superne ad dextram affixae sunt ad corpora coelestia alia, quae corpus m secundum legem Newtonianam attrahunt et vice versa ab hoc corpore attrahuntur, spectant. Ad aequationes (1) integrandas inservit methodus variationis constantium arbitrariarum, quare praecipua hujus methodi elementa afferam.

2.

Duobus praesertim modis geometrae formulas analyticas, ad quas methodus haec perducit, exposuerunt; tum expressiones explicuerunt, quae differentialia illarum constantium ope quotientium differentialium partialium ipsius Ω immediate exhibent, tum vice versa quotientes istos per differentialia constantium arbitrariarum expresserunt. Illae formulae originem suam ab ill. *Poisson* trahunt, hae ill. *Lagrange* debentur. Quamvis in plurimis casibus illae formulae his praeferendae sint, tamen hae ad finem quem hic persequor magis accommodatae videntur. Ergo his utar. Ceterum utraeque formulae, debita eliminatione facta, easdem expressiones pro differentialibus constantium arbitrarisrum suppeditant.

Suppono aequationes (1) posito $\Omega = 0$ integratas esse, et hanc integrationem constantes arbitrarias sive elementa α, β, γ, δ, ε, ζ introduxisse. Sunt igitur coordinatae x, y, z nec non differentialia earum respectu temporis functiones illarum α, β, γ, δ, ε, ζ et t spectanda, ita ut

$$x = X,\quad y = Y,\quad z = Z\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

designantibus X, Y, Z functiones illarum septem quantitatum. Si expressiones (2) differentiantur, dum tempus solum variabile spectetur, aequationibus (1) posito $\Omega = 0$ satisfacient; ut vero iisdem aequationibus, manente Ω quacunque, satisfaciant, accipitur α, β, γ, δ, ε, ζ variabilia et quidem functiones temporis esse. Si, hac conditione valente, aequationes (2) differentiantur et in aequationibus (1) substituuntur, tres aequationes evadunt, quibus differentialia ipsarum α, β etc. determinanda sunt. Quae vero aequationes, quum earum numerus modo tres, contra ea numerus incognitarum sex sit, ad problema solvendum non sufficiunt, quare tres novas aequationes eligere nobis opus est, quas, quum problema omni alia conditione careat, et revera tres coordinatae ope sex elementorum infinite variis modis determinari possint, ad lubitum accipere licet. Hunc in finem geometrae semper statuerunt, differentialia aequationum (2) ita sumta ut non nisi elementa α, β, γ, δ, ε, ζ variabilia tractentur, cifrae aequalia fieri, quo facto problema determinatum est, et elementa proditura quasi osculatoria evadunt. Conditio vero, quam modo exposui, versatur in aequationibus his

Digitized by Google

$$(3)\ldots\ldots\begin{cases}\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)d\alpha+\left(\frac{dx}{d\beta}\right)d\beta+\left(\frac{dx}{d\gamma}\right)d\gamma+\left(\frac{dx}{d\delta}\right)d\delta+\left(\frac{dx}{d\varepsilon}\right)d\varepsilon+\left(\frac{dx}{d\zeta}\right)d\zeta=0\\ \left(\frac{dy}{d\alpha}\right)d\alpha+\left(\frac{dy}{d\beta}\right)d\beta+\left(\frac{dy}{d\gamma}\right)d\gamma+\left(\frac{dy}{d\delta}\right)d\delta+\left(\frac{dy}{d\varepsilon}\right)d\varepsilon+\left(\frac{dy}{d\zeta}\right)d\zeta=0\\ \left(\frac{dz}{d\alpha}\right)d\alpha+\left(\frac{dz}{d\beta}\right)d\beta+\left(\frac{dz}{d\gamma}\right)d\gamma+\left(\frac{dz}{d\delta}\right)d\delta+\left(\frac{dz}{d\varepsilon}\right)d\varepsilon+\left(\frac{dz}{d\zeta}\right)d\zeta=0\end{cases}$$

Adjumento harum aequationum aequationes (2) secundum t differentiatae praebent

$$\frac{dx}{dt}=\left(\frac{dX}{dt}\right),\quad \frac{dy}{dt}=\left(\frac{dY}{dt}\right),\quad \frac{dz}{dt}=\left(\frac{dZ}{dt}\right)$$

et iterum differentiando nanciscimur

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\left(\frac{d^2X}{dt^2}\right)+\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2}=\left(\frac{d^2Y}{dt^2}\right)+\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}$$
$$\frac{d^2z}{dt^2}=\left(\frac{d^2Z}{dt^2}\right)+\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}$$

ubi brevitatis causa

$$\left(\frac{dX}{dt}\right)=\frac{dx}{dt}=x_1,\quad \left(\frac{dY}{dt}\right)=\frac{dy}{dt}=y_1,\quad \left(\frac{dZ}{dt}\right)=\frac{dz}{dt}=z_1$$

posui. Quum vero functiones X, Y, Z aequationibus (1) satisfaciant quoties $\Omega=0$, necesse est habeatur identice

$$\left(\frac{d^2X}{dt^2}\right)+k\mu\frac{x}{r^3}=0;\quad \left(\frac{d^2Y}{dt^2}\right)+k\mu\frac{y}{r^3}=0;\quad \left(\frac{d^2Z}{dt^2}\right)+k\mu\frac{z}{r^3}=0.$$

Si igitur valores ipsarum $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$ ex praecedentibus aequationibus sumti in (1) substituuntur, emergunt

$$(4)\ldots\ldots\begin{cases}\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dx_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}=k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)\\ \left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dy_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}=k\mu\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)\\ \left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)\frac{d\beta}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\gamma}\right)\frac{d\gamma}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\delta}\right)\frac{d\delta}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\varepsilon}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\left(\frac{dz_1}{d\zeta}\right)\frac{d\zeta}{dt}=k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)\end{cases}$$

quae cum aequationibus (3) junctae problema solvunt. Ut elementum quodque per aequationes istas determinetur, inter sex aequationes (3) et (4) deinceps quinque elementa eliminari deberent, sed tali modo aequationes valde implicitae evaderant. Formulas vero simpliciores geometrae invenerunt introducendo differentialia partialia ipsius Ω respectu elementorum loco differentialium partialium istius quantitatis respectu coordinatarum. Quod fit per ratiocinationes sequentes.

3.

Quum Ω quantitates x_1, y_1, z_1 non contineat, habetur

$$\left(\frac{d\Omega}{d\alpha}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$
$$\vdots\qquad\qquad\vdots$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)\left(\frac{dx}{d\zeta}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dy}\right)\left(\frac{dy}{d\zeta}\right)+\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)\left(\frac{dz}{d\zeta}\right)$$

Itaque si aequationes (4) addentur postquam resp. per $\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)$, $\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)$, $\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$, multiplicatae sunt, obtinetur ope aequationum praecedentium

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\alpha}\right)d\alpha=\left\{\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\right\}d\alpha$$
$$+\left\{\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\right\}d\beta$$
$$+\text{ etc.}$$
$$+\left\{\left(\frac{dx_1}{d\zeta}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy_1}{d\zeta}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz_1}{d\zeta}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\right\}d\zeta$$

Digitized by Google

Sed multiplicando primam aequationem (3) per $\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)$, secundam per $\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)$, tertiam per $\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)$ nanciscimur addendo

$$0 = \left\{\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\right\}d\alpha + \left\{\left(\frac{dx}{d\beta}\right)\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy}{d\beta}\right)\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz}{d\beta}\right)\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\right\}d\beta$$
$$+ \text{etc.} + \left\{\left(\frac{dx}{d\zeta}\right)\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dy}{d\zeta}\right)\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)+\left(\frac{dz}{d\zeta}\right)\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\right\}d\zeta$$

Subtracta hac aequatione a praecedente, elicitur

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\alpha}\right)dt = (\alpha,\beta)\,d\beta + (\alpha,\gamma)\,d\gamma + (\alpha,\delta)\,d\delta + (\alpha,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\alpha,\zeta)\,d\zeta$$

ubi brevitatis caussa

$$(5)\quad \begin{cases} (\alpha,\beta) = \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)+\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)+\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right) \\ \qquad -\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)-\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)-\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right) \\ (\alpha,\gamma) = \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx_1}{d\gamma}\right)+\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy_1}{d\gamma}\right)+\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz_1}{d\gamma}\right) \\ \qquad -\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dx}{d\gamma}\right)-\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dy}{d\gamma}\right)-\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{dz}{d\gamma}\right) \\ \text{etc.} = \text{etc.} \end{cases}$$

scripsi. Eodem modo, scilicet multiplicando aequationes (4) resp. per $\left(\frac{dx}{d\beta}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$ et aequationes (3) per $\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)$ emergit

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt = (\beta,\alpha)\,d\alpha + (\beta,\gamma)\,d\gamma + \text{etc.} + (\beta,\zeta)\,d\zeta$$

ubi

$$(\beta,\alpha) = -(\alpha,\beta)$$
$$(\beta,\gamma) = \left(\frac{dx}{d\beta}\right)\left(\frac{dx_1}{d\gamma}\right)+\left(\frac{dy}{d\beta}\right)\left(\frac{dy_1}{d\gamma}\right)+\left(\frac{dz}{d\beta}\right)\left(\frac{dz_1}{d\gamma}\right) - \left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dx}{d\gamma}\right)-\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dy}{d\gamma}\right)-\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)\left(\frac{dz}{d\gamma}\right)$$
$$\text{etc.} = \text{etc.}$$

Quodsi calculi hi perducuntur, perveniemus ad aequationes has

$$(6)\quad \begin{cases} k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\alpha}\right)dt = (\alpha,\beta)\,d\beta + (\alpha,\gamma)\,d\gamma + (\alpha,\delta)\,d\delta + (\alpha,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\alpha,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt = -(\alpha,\beta)\,d\alpha + (\beta,\gamma)\,d\gamma + (\beta,\delta)\,d\delta + (\beta,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\beta,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\gamma}\right)dt = -(\alpha,\gamma)\,d\alpha - (\beta,\gamma)\,d\beta + (\gamma,\delta)\,d\delta + (\gamma,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\gamma,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\delta}\right)dt = -(\alpha,\delta)\,d\alpha - (\beta,\delta)\,d\beta - (\gamma,\delta)\,d\gamma + (\delta,\varepsilon)\,d\varepsilon + (\delta,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\varepsilon}\right)dt = -(\alpha,\varepsilon)\,d\alpha - (\beta,\varepsilon)\,d\beta - (\gamma,\varepsilon)\,d\gamma - (\delta,\varepsilon)\,d\delta + (\varepsilon,\zeta)\,d\zeta \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right)dt = -(\alpha,\zeta)\,d\alpha - (\beta,\zeta)\,d\beta - (\gamma,\zeta)\,d\gamma - (\delta,\zeta)\,d\delta - (\varepsilon,\zeta)\,d\varepsilon \end{cases}$$

ubi coefficientes ipsarum $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$, etc. omnes ex aequationibus (5) mutatis mutandis petendi sunt.

4.

Qui coefficientes ipsarum $d\alpha$, $d\beta$, etc. proprietate insigni hac gaudent, quod tempus explicite non continent, quod theorema sequenti modo demonstrari potest.

Quotientes differentiales $\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)$, $\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)$, $\left(\frac{dx}{d\beta}\right)$ etc. etc. e quibus aequationes (5) compositae sunt, pro functionibus elementorum et temporis habendi sunt. Differentiando igitur primam aequationem (5) dum tempus, quatenus explicite in ea continetur, variabile spectatur, emergit

$$\frac{d(\alpha,\beta)}{dt} = \left(\frac{d^2x}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)+\left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2x_1}{d\beta\,dt}\right)+\left(\frac{d^2y}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)+\left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2y_1}{d\beta\,dt}\right)+\left(\frac{d^2z}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)+\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2z_1}{d\beta\,dt}\right)$$
$$-\left(\frac{d^2x_1}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right)-\left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2x}{d\beta\,dt}\right)-\left(\frac{d^2y_1}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right)-\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2y}{d\beta\,dt}\right)-\left(\frac{d^2z_1}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)-\left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2z}{d\beta\,dt}\right)$$

Sed quum sit $\frac{dx}{dt} = x_1$, $\frac{dy}{dt} = y_1$, $\frac{dz}{dt} = z_1$, habetur

Digitized by Google

$$\left(\frac{dx}{d\beta}\right) = \left(\frac{d^2x}{d\beta\,dt}\right), \quad \left(\frac{dx_1}{d\alpha}\right) = \left(\frac{d^2x}{d\alpha\,dt}\right), \quad \left(\frac{dy_1}{d\beta}\right) = \left(\frac{d^2y}{d\beta\,dt}\right)$$
$$\left(\frac{dy_1}{d\alpha}\right) = \left(\frac{d^2y}{d\alpha\,dt}\right), \quad \left(\frac{dz_1}{d\beta}\right) = \left(\frac{d^2z}{d\beta\,dt}\right), \quad \left(\frac{dz_1}{d\alpha}\right) = \left(\frac{d^2z}{d\alpha\,dt}\right)$$

Quodsi valores hi in aequationibus praecedentibus substituuntur, terminus primus et octavus, tertius et decimus, quintus et duodecimus mutuo se tollunt, quare erit

$$\frac{d(\alpha,\beta)}{dt} = \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2x_1}{d\beta\,dt}\right) + \left(\frac{dy}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2y_1}{d\beta\,dt}\right) + \left(\frac{dz}{d\alpha}\right)\left(\frac{d^2z_1}{d\beta\,dt}\right)$$
$$- \left(\frac{d^2x_1}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right) - \left(\frac{d^2y}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right) - \left(\frac{d^2z_1}{d\alpha\,dt}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$

Porro, posito

$$V = \frac{1}{r} \quad \text{et} \quad W = k\mu(V+\Omega)$$

aequationes (1) abeunt in

$$\frac{dx_1}{dt} = \left(\frac{dW}{dx}\right), \quad \frac{dy_1}{dt} = \left(\frac{dW}{dy}\right), \quad \frac{dz_1}{dt} = \left(\frac{dW}{dz}\right)$$

ubi animadvertendum est, functionem W quantitates x_1, y_1, z_1 non continere. Differentiatis igitur aequationibus praecedentibus tum secundum α tum secundum β, evadunt

$$\left(\frac{d^2x_1}{d\alpha\,dt}\right) = \left(\frac{d^2W}{dx^2}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right) + \left(\frac{d^2W}{dx\,dy}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right) + \left(\frac{d^2W}{dx\,dz}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$$
$$\left(\frac{d^2y_1}{d\alpha\,dt}\right) = \left(\frac{d^2W}{dx\,dy}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right) + \left(\frac{d^2W}{dy^2}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right) + \left(\frac{d^2W}{dy\,dz}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$$
$$\left(\frac{d^2z_1}{d\alpha\,dt}\right) = \left(\frac{d^2W}{dx\,dz}\right)\left(\frac{dx}{d\alpha}\right) + \left(\frac{d^2W}{dy\,dz}\right)\left(\frac{dy}{d\alpha}\right) + \left(\frac{d^2W}{dz^2}\right)\left(\frac{dz}{d\alpha}\right)$$
$$\left(\frac{d^2x_1}{d\beta\,dt}\right) = \left(\frac{d^2W}{dx^2}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right) + \left(\frac{d^2W}{dx\,dy}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right) + \left(\frac{d^2W}{dx\,dz}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$
$$\left(\frac{d^2y_1}{d\beta\,dt}\right) = \left(\frac{d^2W}{dx\,dy}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right) + \left(\frac{d^2W}{dy^2}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right) + \left(\frac{d^2W}{dy\,dz}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$
$$\left(\frac{d^2z_1}{d\beta\,dt}\right) = \left(\frac{d^2W}{dx\,dz}\right)\left(\frac{dx}{d\beta}\right) + \left(\frac{d^2W}{dy\,dz}\right)\left(\frac{dy}{d\beta}\right) + \left(\frac{d^2W}{dz^2}\right)\left(\frac{dz}{d\beta}\right)$$

Si aequationes hae in valore praecedenti ipsius $\frac{d(\alpha,\beta)}{dt}$ substituuntur, termini omnes evanescunt, itaque fit

$$\frac{d(\alpha,\beta)}{dt} = 0$$

et simili modo demonstratur esse

$$\frac{d(\alpha,\gamma)}{dt} = 0 \quad \frac{d(\beta,\gamma)}{dt} = 0 \quad \text{etc. etc.}$$

Q. E. D. Ceterum theorema hoc casus tantum specialis theorematis cujusdam generalioris est, quod ex conservatione virium vivarum provenit, et in libri ill. *Lagrange*: Mécanique analytique inscripti Tomo primo inspici potest.

5.

Jam satis notum est, loco elementorum ellipticorum in astronomia generaliter adhibitorum innumera aliorum elementorum systemata introduci posse et nominatim geometras in calculis analyticis eos coordinatarum et differentialium earum respectu temporis valores, qui aut tempori $t = 0$ aut tempori cuidam determinato respondent, tanquam elementa adhibuisse. Sint elementa haec per x, y, z, x_1, y_1, z_1, designata, ita ut x denotet valorem coordinatae x, qui tempori cuidam determinato respondet, x_1 quotientem differentialem ipsius x respectu t, pro eodem tempore et sic porro. Quibus positis, aequationes (6) abeunt in has

$$(7)\ldots\ldots\begin{cases} k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)dt = (x,y)\,dy + (x,z)\,dz + (x,x_1)\,dx_1 + (x,y_1)\,dy_1 + (x,z_1)\,dz_1, \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz_1}\right)dt = -(x,z_1)\,dx - (y,z_1)\,dy - (z,z_1)\,dz - (x_1,z_1)\,dx_1 - (y_1,z_1)\,dy_1 \end{cases}$$

et aequationes (5) in has

Digitized by Google

$$(8)\quad\left\{\begin{aligned}
(x,\mathrm{x}) &= \left(\frac{dx}{d\xi}\right)\left(\frac{dx_{,}}{d\mathrm{x}}\right)+\left(\frac{dy}{d\xi}\right)\left(\frac{dy_{,}}{d\mathrm{x}}\right)+\left(\frac{dz}{d\xi}\right)\left(\frac{dz_{,}}{d\mathrm{x}}\right)\\
&\quad-\left(\frac{dx_{,}}{d\xi}\right)\left(\frac{dx}{d\mathrm{x}}\right)-\left(\frac{dy_{,}}{d\xi}\right)\left(\frac{dy}{d\mathrm{x}}\right)-\left(\frac{dz_{,}}{d\xi}\right)\left(\frac{dz}{d\mathrm{x}}\right)\\
&\vdots\qquad\qquad\vdots\\
(x,x_{,}) &= \left(\frac{dx}{d\xi}\right)\left(\frac{dx_{,}}{d\xi_{,}}\right)+\left(\frac{dy}{d\xi}\right)\left(\frac{dy_{,}}{d\xi_{,}}\right)+\left(\frac{dz}{d\xi}\right)\left(\frac{dz_{,}}{d\xi_{,}}\right)\\
&\quad-\left(\frac{dx_{,}}{d\xi}\right)\left(\frac{dx}{d\xi_{,}}\right)-\left(\frac{dy_{,}}{d\xi}\right)\left(\frac{dy}{d\xi_{,}}\right)-\left(\frac{dz_{,}}{d\xi}\right)\left(\frac{dz}{d\xi_{,}}\right)\\
&\vdots\qquad\qquad\vdots\\
(x_{,},\mathrm{x}_{,}) &= \left(\frac{dx}{d\xi_{,}}\right)\left(\frac{dx_{,}}{d\mathrm{x}_{,}}\right)+\left(\frac{dy}{d\xi_{,}}\right)\left(\frac{dy_{,}}{d\mathrm{x}_{,}}\right)+\left(\frac{dz}{d\xi_{,}}\right)\left(\frac{dz_{,}}{d\mathrm{x}_{,}}\right)\\
&\quad-\left(\frac{dx_{,}}{d\xi_{,}}\right)\left(\frac{dx}{d\mathrm{x}_{,}}\right)-\left(\frac{dy_{,}}{d\xi_{,}}\right)\left(\frac{dy}{d\mathrm{x}_{,}}\right)-\left(\frac{dz_{,}}{d\xi_{,}}\right)\left(\frac{dz}{d\mathrm{x}_{,}}\right)\\
&\vdots\qquad\qquad\vdots
\end{aligned}\right.$$

Sed quum quantitates (x,x) etc. tempus explicite non contineant, in $x, y, z, x_{,}, y_{,}, z_{,}$ antequam differentiationes respectu elementorum ξ, x, etc. perficiuntur, valor quilibet pro t substitui potest. Licet nobis igitur eundem valorem ipsius t substituere per quem x, y, etc. in ξ, x, etc. transeunt, unde obtinetur

$$(x,\mathrm{x}) = \left(\frac{dx}{d\xi}\right)\left(\frac{dx_{,}}{d\mathrm{x}}\right)+\text{etc.} - \left(\frac{dx_{,}}{d\xi}\right)\left(\frac{dx}{d\mathrm{x}}\right)-\text{etc.}$$

etc. etc.

Sed manifestae sunt aequationes

$$\left(\frac{dx}{dx}\right)=1,\ \left(\frac{dx}{d\mathrm{x}}\right)=0 \text{ etc. etc. } \left(\frac{d\mathrm{x}}{d\mathrm{x}}\right)=1,\ \left(\frac{d\mathrm{x}}{dz}\right)=0 \text{ etc. etc.}$$

$$\left(\frac{dz}{dz}\right)=1,\ \left(\frac{dz}{dx_{,}}\right)=0 \text{ etc. etc. } \left(\frac{dx_{,}}{dx_{,}}\right)=1,\ \left(\frac{dx_{,}}{d\mathrm{x}}\right)=0 \text{ etc. etc.}$$

$$\left(\frac{d\mathrm{x}_{,}}{d\mathrm{x}_{,}}\right)=1,\ \left(\frac{d\mathrm{x}_{,}}{dz_{,}}\right)=0 \text{ etc. etc. } \left(\frac{dz_{,}}{dz_{,}}\right)=1$$

quare quantitates (x,x) etc. abeunt in

$(x,\mathrm{x})=0$, etc. $(x,x_{,})=1$, $(x,\mathrm{x}_{,})=0$ etc. $(\mathrm{x},\mathrm{x}_{,})=1$, $(\mathrm{x},z_{,})=0$ etc. $(x,z_{,})=1$, $(x_{,},\mathrm{x}_{,})=0$ etc.

et aequationes (7) fiunt

$$dx = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx_{,}}\right)dt,\quad d\mathrm{x} = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\mathrm{x}_{,}}\right)dt,\quad dz = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz_{,}}\right)dt$$

$$dx_{,} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dx}\right)dt,\quad d\mathrm{x}_{,} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\mathrm{x}}\right)dt,\quad dz_{,} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)dt$$

6.

Aequationes praecedentes jam ab ill. *Lagrange* datae sunt, sed licet mihi hoc generalius proferre

Theorema.

Denotantibus $\xi, \eta, \zeta, \xi_{,}, \eta_{,}, \zeta_{,}$ coordinatas eas et differentialia earum respectu temporis, quae tempori cuidam indefinito, quod τ nominabo, respondent, habitisque $\xi, \eta, \zeta, \xi_{,}, \eta_{,}, \zeta_{,}$ pro elementis, id quod semper fieri potest, nanciscimur illis similes aequationes has

$$(9)\quad\left\{\begin{aligned}
d\xi &= -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\xi_{,}}\right)dt,\quad d\eta = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\eta_{,}}\right)dt,\quad d\zeta = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\zeta_{,}}\right)dt\\
d\xi_{,} &= k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\xi}\right)dt,\quad d\eta_{,} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\eta}\right)dt,\quad d\zeta_{,} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right)dt
\end{aligned}\right.$$

Cujus theorematis perfacilis est

Demonstratio.

Quum $\xi, \eta, \zeta, \xi_{,}, \eta_{,}, \zeta_{,}$ designent coordinatas eas et earum differentialia respectu temporis quae pro tempore indefinito τ locum habent, quantitates hae ex elementis ellipticis more communi receptis et ex quantitate indeterminata τ non aliter compositae sunt, quam coordinatae x, y, z, et earum differentialia respectu temporis $x_{,}, y_{,}, z_{,}$ iisdem elementis et tempore t constant; quum porro quantitates (x,x) etc. a tempore independentes sint, in $x, y, z, x_{,}, y_{,}, z_{,}$ ante differentiationes respectu elementorum $\xi, \eta, \zeta, \xi_{,}, \eta_{,}, \zeta_{,}$ peractas τ loco t ponere nobis licebit, quo facto $x, y, z, x_{,}, y_{,}, z_{,}$ resp. in $\xi, \eta, \zeta, \xi_{,}, \eta_{,}, \zeta_{,}$ abeunt. Quae quum

Digitized by Google

ita sint, omnes etiam aequationes in fine articuli praecedentis allatae hoc in casu valent. Q. E. D.

7.

Habitis $\xi, \eta, \zeta, \xi_{,}, \eta_{,}, \zeta_{,}$ pro elementis ellipticis, ad computandas perturbationes coordinatarum x, y, z, hae coordinatae tamquam functiones ipsorum $\xi, \eta, \zeta, \xi_{,}, \eta_{,}, \zeta_{,}$ exhiberi et ope theorematis Tayloriani in series secundum incrementa $\delta\xi, \delta\eta$ etc. ipsorum ξ, η, etc. progredientes evolvi debent. Quibus factis, integralia aequationum (9) absque constantibus arbitrariis iis addendis loco $\delta\xi, \delta\eta$ etc. in his seriebus substitui debent. Sed computatio haec insignem in modum abbreviatur per hoc

Theorema.

Designantibus $\int\delta\xi$, $\int\delta\eta$, $\int\delta\zeta$ integralia trium primarum aequationum (9), habentur statim valores perturbati coordinatarum x, y, z, per has aequationes

$$x = \int d\xi, \quad y = \int d\eta, \quad z = \int d\zeta$$

si in dextera earum parte post integrationem peractam τ in t mutatur, ita ut ultimae tres aequationes (9) ad efficiendas integrationes trium primarum aequationum tantum inserviant.

Demonstratio.

Habetur per theorema Taylorianum

$$(10)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} \delta x = \left(\frac{dx}{d\xi}\right)\delta\xi + \left(\frac{dx}{d\eta}\right)\delta\eta + \left(\frac{dx}{d\zeta}\right)\delta\zeta + \left(\frac{dx}{d\xi_{,}}\right)\delta\xi_{,} + \left(\frac{dx}{d\eta_{,}}\right)\delta\eta_{,} + \left(\frac{dx}{d\zeta_{,}}\right)\delta\zeta_{,} \\ + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2x}{d\xi^2}\right)\delta\xi^2 + \left(\frac{d^2x}{d\xi\,d\eta}\right)\delta\xi.\delta\eta + \left(\frac{d^2x}{d\xi\,d\zeta}\right)\delta\xi.\delta\zeta \text{ etc.} + \text{etc.} \\ + \frac{1}{6}\left(\frac{d^3x}{d\xi^3}\right)\delta\xi^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{d^3x}{d\xi^2 d\eta}\right)\delta\xi^2.\delta\eta + \text{etc.} + \text{etc.} \\ + \text{etc.} \end{cases}$$

et similes aequationes pro δy et δz. Quum τ sit quantitas penitus arbitraria, loco τ in aequationibus (9) quaelibet quantitas substitui potest, si t excipis, post integrationes vero peractas quemlibet valorem loco τ, incluso t, substituere nobis licebit. Sed manifestum est, eundem valorem ipsius τ quem in integratis aequationibus (9) substitueris, te etiam in aequatione (10) et in similibus pro $\delta\eta$ et $\delta\xi$ substituere debere, unde theorema facile emergit. Fit enim, substituto t loco τ in aequatione (10) et in similibus pro δy et δz,

$$\xi = x, \quad \eta = y, \quad \zeta = z, \quad \xi_{,} = x_{,}, \quad \eta_{,} = y_{,}, \quad \zeta_{,} = z_{,}$$

sed quum t non minus quam τ sint quantitates quae in differentiationibus, quae ad aequationem (10) et similes pro δy et δz formandas requiruntur, constantes spectari debeant, nihil interest utrum ante differentiationes has peractas an post calculum hunc τ in t mutemus, mutato vero τ in t, antequam x, y, z, secundum ξ, η, etc. differentiantur loco $d\xi, d\eta$, etc. resp. dx, dy, etc. ponere licitum est. Hinc sua sponte evadit

$$\left(\frac{dx}{d\xi}\right) = \left(\frac{dx}{dx}\right) = 1, \quad \left(\frac{dx}{d\eta}\right) = \left(\frac{dx}{dy}\right) = 0 \text{ etc. etc.} \quad \left(\frac{dy}{d\xi}\right) = 0$$

$$\left(\frac{dy}{d\eta}\right) = 1, \quad \left(\frac{dy}{d\zeta}\right) = 0 \text{ etc. etc.} \quad \left(\frac{dz}{d\zeta}\right) = 1, \quad \left(\frac{dz}{d\xi_{,}}\right) = 0 \text{ etc.}$$

Quoties vero quotientes differentiales primi ordinis quantitatis cujuspiam aut constantes aut cifrae aequales sunt, certo quotientes differentiales omnes ordinum altiorum respectu earundem quantitatum cifrae aequales sunt. Itaque sequitur esse

$$\delta x = \delta\xi, \quad \delta y = \delta\eta, \quad \delta z = \delta\zeta,$$

si in dexteris harum aequationum partibus τ in t mutatur. Quum vero valor verus perturbatus ipsius x obtineatur, si ad δx valor pure ellipticus ipsius x additur, et praeterea ut integrale integrum primae aequationis (9) obtineatur, ad $\delta\xi$ valor ipsius ξ pure ellipticus, qui mutato τ in t in valorem ejusmodi ipsius x abibit, addendus sit: habetur valor verus perturbatus ipsius x per integrale $-k\mu\int\left(\frac{d\Omega}{d\xi_{,}}\right)dt$ sive quod idem est per integrale $\int d\xi$ si in eo τ in t mutatur, nec non eodem modo valores ejusmodi ipsarum y et z. Q. E. D.

8.

Quasi corollaria ad theorema art. praec. spectari possunt quae hoc art. exponam. Quum eodem modo ut in art. praec. demonstrari possit esse

$$x_{,} = \int d\xi_{,}, \quad y_{,} = \int d\eta_{,}, \quad z_{,} = \int d\zeta_{,},$$

si $d\xi_{,}, d\eta_{,}$, et $d\zeta_{,}$ pro ultimis tribus aequationibus (9) habentur et si in dextris membris post integrationes τ in t mutatur: valores veros perturbatos ipsarum x, y, z praebent hae quoque aequationes

$$x = \int dt \int d\xi_{,}, \quad y = \int dt \int d\eta_{,}, \quad z = \int dt \int d\zeta_{,},$$

sive id quod idem est

$$x = k\mu \int dt \int \left(\frac{d\Omega}{d\xi}\right) dt, \quad y = k\mu \int dt \int \left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right) dt,$$

$$z = k\mu \int dt \int \left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right) dt$$

si post primas integrationes peractas τ in t mutatur. Porro

Digitized by Google

quum ξ_t, η_t, ζ_t, sint valores ipsarum x_t, y_t, z_t, si in iis t in τ mutatur, erit

$$\xi_t = \frac{d\xi}{d\tau}, \quad \eta_t = \frac{d\eta}{d\tau}, \quad \zeta_t = \frac{d\zeta}{d\tau}$$

atque tum, differentiando priores tres aequationes (9) secundum τ,

$$\frac{d.\left(\frac{d\Omega}{d\xi_t}\right)}{d\tau} = -\left(\frac{d\Omega}{d\xi}\right), \quad \frac{d.\left(\frac{d\Omega}{d\eta_t}\right)}{d\tau} = -\left(\frac{d\Omega}{d\eta}\right),$$

$$\frac{d.\left(\frac{d\Omega}{d\zeta_t}\right)}{d\tau} = -\left(\frac{d\Omega}{d\zeta}\right)$$

quae sunt aequationes memoratu dignae.

9.

Quoties loco elementorum $\xi, \eta, \zeta, \xi_t, \eta_t, \zeta_t$, elementa alia introducuntur, aequationes (9) locum non habent, sed semper elementum quodque per aequationem hujus formae datur

$$(11)\ldots. d\alpha = P\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right) dt + Q\left(\frac{d\Omega}{d\gamma}\right) dt + \text{etc.}$$

designantibus α, β, γ, etc. elementa electa atque P, Q, etc. functiones elementorum, quae tempus explicite non cohibent. Quoties vero inter sex elementa electa aut tria aut duo aut unum ex elementis more vulgari receptis et ex quantitate indeterminata τ tali modo composita sunt, quali aut tres aut duae aut una coordinatae ex iisdem elementis et ex tempore t componuntur, conclusiones art. 7 semper valent, neque res aliter se habet, quoties functiones quaecunque ex elementis illis et ex quantitate indeterminata τ compositae pro elementis habentur unde afferre licet hoc, quod in nostra theoria perturbationum fundamentale dici potest,

Theorema.

Quoties loco aliquot elementorum ab astronomis more vulgari receptorum eliguntur elementa Λ, Γ, etc. quae ex illis elementis et ex quantitate indeterminata τ tali modo composita sunt, quali quantitates quaelibet L, G, etc. ex iisdem elementis et ex tempore t constant: valores veri perturbati quantitatum L, G, etc. obtinentur, si in integratis aequationibus differentialibus pro illis electis elementis Λ, Γ, etc. τ in t mutatur.

Demonstratio.

Sint a, b, c, etc. elementa more vulgari recepta, L functio quaedam temporis et istorum elementorum, et Λ functio illa ipsius τ in qua L transibit, si in ea t in τ mutatur. Sit

$$L = \psi(t, a, b, c, \text{etc.})$$

unde erit

$$\Lambda = \psi(\tau, a, b, c, \text{etc.})$$

denotante ψ signum functionis. Quum x, y, z nec non x_t, y_t, z_t sint functiones ipsarum a, b, c, etc. et t, inter has functiones et Λ unum elementorum e. g. elementum a eliminare licet, ut emergat

$$x = \chi(t, \tau, \Lambda, b, c, \text{etc.})$$

ubi χ signum functionis est, et similes functiones obtinentur pro y, z, x_t, y_t, z_t. Quam ob rem pervenitur ope aequationum (5) et (6) ad aequationes sicut (11) pro dL, db, dc, etc. quarum integratio elementa ipsa Λ, b, c, etc. praebet. Quibus in aequationibus (11) quotientes differentiales ipsius Ω generaliter loquendo functiones ipsarum τ et t erunt, coefficientes vero P, Q, etc. quidem τ, sed nullo modo t continere possunt. Imo eliminatione inter functiones illas ipsas, quam modo commemoravi, non opus erit, nam finem eundem assequeris, si eliminationem inter differentialia harum functionum instituteris. Inventis tali modo valoribus perturbatis ipsarum Λ, b, c, etc. valorem verum perturbatum ipsius L nanciscemur, exhibendo L tanquam functionem ipsarum Λ, b, c, etc. id quod fit per eliminationem ipsius a inter functiones duas supra ψ denotatas, et substituendo pro Λ, b, c, etc. valores eorum veros perturbatos eos quos modo explicavi. Idem vero valor ipsius L obtinetur ope theorematis Tayloriani. Denotando enim per $\delta\Lambda, \delta b, \delta c$ etc. integralia aequationum (11) absque constantibus arbitrariis, habetur

$$\left.\begin{aligned} \delta L = {} & \left(\frac{dL}{d\Lambda}\right)\delta\Lambda + \left(\frac{dL}{db}\right)\delta b + \left(\frac{dL}{dc}\right)\delta c + \text{etc.} \\ & + \tfrac{1}{2}\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right)\delta\Lambda^2 + \left(\frac{d^2L}{d\Lambda\, db}\right)\delta\Lambda.\delta b + \text{etc.} \\ & + \text{etc.} \end{aligned}\right\} \ldots (12)$$

et hinc valor verus perturbatus ipsius L, si $\delta\Lambda$ ad valorem pure ellipticum ejusdem quantitatis additur. Inquiramus in inveniendos quotientes differentiales $\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right)$, $\left(\frac{dL}{db}\right)$ etc. $\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right)$ etc. etc. Differentiata hunc in finem functione supra ψ denotata, invenitur

$$dL = p\,da + r\,db + s\,dc + \text{etc.}$$
$$d\Lambda = \pi\,da + \rho\,db + \sigma\,dc + \text{etc.}$$

ubi coefficientes π, ρ, σ etc. ex τ et ex elementis a, b, c, etc. eodem modo constant, quo resp. p, r, s, etc. ex t et ex iisdem elementis compositi sunt. Eliminato da inter praecedentes aequationes fit

$$dL = \frac{p}{\pi}\,d\Lambda + \frac{\pi r - p\rho}{\pi}\,db + \frac{\pi s - p\sigma}{\pi}\,dc + \text{etc.}$$

Digitized by Google

itaque

$$\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = \frac{p}{\pi}, \quad \left(\frac{dL}{db}\right) = \frac{\pi r - p\rho}{\pi}, \quad \left(\frac{dL}{dc}\right) = \frac{\pi s - p\sigma}{\pi}, \text{ etc.}$$

Differentiatis his aequationibus, emergunt

$$d\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = \frac{\pi\, dp - p\, d\pi}{\pi^2}$$
$$d\left(\frac{dL}{db}\right) = \frac{\pi^2 dr - \pi p\, d\rho - \pi\rho\, dp + p\rho\, d\pi}{\pi^3}$$
$$\text{etc.} = \text{etc.}$$

Sed quum p, r, etc. π, ρ, etc. sint functiones ipsarum a, b, c, etc. poni potest

$$dp = p'\,da + r'\,db + s'\,dc + \text{etc.}$$
$$d\pi = \pi'\,da + \rho'\,db + \sigma'\,dc + \text{etc.}$$
$$dr = p''\,da + r''\,db + s''\,dc + \text{etc.}$$
$$d\rho = \pi''\,da + \rho''\,db + \sigma''\,dc + \text{etc.}$$
$$\text{etc.} = \text{etc.}$$

ubi p', r', etc. π', ρ', etc. tales sunt, ut transeat π' in p', ρ' in r', etc. π'' in p'', ρ'' in r'', etc. quoties in iis τ in t mutatur. Praeterea animadvertendum est, esse $p'' = r'$, $\pi'' = \rho'$.

Substitutis his valoribus ipsorum dp, etc. in aequationibus praecedentibus, nanciscimur has

$$d\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = \frac{p'\pi - \pi' p}{\pi^2}\,da + \frac{r'\pi - \rho' p}{\pi^2}\,db + \text{etc.}$$
$$d\left(\frac{dL}{db}\right) = \frac{\pi(\pi r' - p\rho') + \rho(p\pi' - \pi p')}{\pi^3}\,da + \frac{\pi(\pi r'' - p\rho'') + \rho(p\rho' - \pi r')}{\pi^3}\,db + \frac{\pi(\pi s'' - p\sigma'') + \rho(p\sigma' - \pi s')}{\pi^3}\,dc + \text{etc.}$$

quae, eliminato da ope aequationis hujus

$$d\Lambda = \pi\,da + \rho\,db + \sigma\,dc + \text{etc.}$$

suppeditant

$$d\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = A\,d\Lambda + B\,db + \text{etc.}$$
$$d\left(\frac{dL}{db}\right) = B\,d\Lambda + A'\,db + B'\,dc + \text{etc.}$$

ubi brevitatis gratia posui

$$A = \frac{p'\pi - \pi' p}{\pi^2}$$
$$B = \frac{\pi(r'\pi - \rho' p) + \rho(\pi' p - p'\pi)}{\pi^3}$$
$$A' = \frac{\pi^2(\pi r'' - p\rho'') + 2\pi\rho(p\rho' - \pi r') + \rho^2(\pi p' - p\pi')}{\pi^3}$$
$$B' = \frac{\pi^2(\pi s'' - p\sigma'') + \pi\sigma(p\rho' - \pi r') + \pi\rho(\rho\sigma' - \pi s') + \rho\sigma(\pi p' - p\pi')}{\pi^3}$$

Itaque

$$\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right) = A, \quad \left(\frac{d^2L}{d\Lambda\,db}\right) = B, \quad \text{etc.}$$
$$\left(\frac{d^2L}{db^2}\right) = A', \quad \left(\frac{d^2L}{db\,dc}\right) = B', \quad \text{etc.}$$

Quum vero in integratis aequationibus quae ipsi (11) similes perturbationes ipsorum Λ, b, c, etc. sive $\delta\Lambda$, δb, δc, etc. praebent, τ sit quantitas penitus arbitraria, t loco τ ponere licitum est, quo facto in quotientibus differentialibus quas aequalio (12) continet etiam t loco τ poni debet, sed posita $\tau = t$ in expressionibus pro quotientibus his modo inventis, emergunt statim

$$\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = 1, \quad \left(\frac{dL}{db}\right) = 0, \quad \left(\frac{dL}{dc}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$
$$\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right) = 0, \quad \left(\frac{d^2L}{d\Lambda\,db}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$
$$\left(\frac{d^2L}{db^2}\right) = 0, \quad \left(\frac{d^2L}{db\,dc}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$

et computatio ipsa, quae hos valores praebuit, jam indicat, fore ut quotientes differentiales ordinum altiorum omnes cifrae aequales invanirentur. Sed hanc rem per argumentationem subsequentem extra omnem dubitationem ponere licet.

Quum quotientes differentiales primi ordinis ipsius L modo inventi, mutato τ in t, partim constantes partim cifrae aequales sint, atque quum et τ et t sint quantitates, quae in omnibus his differentiationibus constantes spectari debeant: certo concludi potest, quotientes differentiales altiorum ordinum omnes, mutato τ in t, cifrae aequales fieri debere, quapropter theorema allatum demonstratum est, quoties loco unius elementi functio quaelibet veluti Λ quasi elementum introducitur.

Si insuper functio alia elementorum a, b, c, etc. et temporis t datur, quam G nominabo, ita ut sit

$$G = f(t, a, b, c, \text{etc.})$$

ubi f signum functionis est, cujus valor in motu perturbato quaeritur, accipiatur

$$\Gamma = f(\tau, a, b, c, \text{etc.})$$

inter numerum elementorum et eliminentur elementa duo a. g. elementa a et b in expressionibus coordinatarum x, y, z et differentialium $x_{,}$, $y_{,}$, $z_{,}$ sive id quod ad eundem finem adducit, eliminentur differentialia da et db inter differentialia harum aequationum, unde per formulas supra traditas, pro quoque elementorum differentiali $d\Gamma$, $d\Lambda$, dc, etc. aequationem veluti (11) nancisceris, quarum aequationum integratione valores perturbati horum elementorum emergunt. Itaque theorema Taylorianum praebet

$$\delta L = \left(\frac{dL}{d\Lambda}\right)\delta\Lambda + \left(\frac{dL}{d\Gamma}\right)\delta\Gamma + \left(\frac{dL}{dc}\right)\delta c + \text{etc.}$$
$$+\tfrac{1}{2}\left(\frac{d^2L}{d\Lambda^2}\right)\delta\Lambda^2 + \left(\frac{d^2L}{d\Lambda\,d\Gamma}\right)\delta\Lambda.\delta\Gamma + \text{etc.} + \text{etc.}$$
$$\delta G = \left(\frac{dG}{d\Lambda}\right)\delta\Lambda + \left(\frac{dG}{d\Gamma}\right)\delta\Gamma + \left(\frac{dG}{dc}\right)\delta c + \text{etc.}$$
$$+\tfrac{1}{2}\left(\frac{d^2G}{d\Lambda^2}\right)\delta\Lambda^2 + \left(\frac{d^2G}{d\Lambda\,d\Gamma}\right)\delta\Lambda.\delta\Gamma + \text{etc.} + \text{etc.}$$

Jam habebamus

$$dL = p\,da + q\,db + \varkappa\,dc + \text{etc.}$$
$$d\Lambda = \pi\,da + \rho\,db + \sigma\,dc + \text{etc.}$$

et simili modo praebet functio G

$$dG = l\,da + m\,db + n\,dc + \text{etc.}$$
$$d\Gamma = \lambda\,da + \mu\,db + \nu\,dc + \text{etc.}$$

ubi coefficientium indolas talis est, ut λ in l, μ in m, ν in n, etc. transeat quoties τ in t mutatur. Eliminatis db et da inter aequationes praecedentes pro $d\Lambda$ et $d\Gamma$, inveniuntur hae

$$da = -\frac{\mu}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Lambda + \frac{\rho}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Gamma + \frac{\mu\sigma-\rho\nu}{\lambda\rho-\pi\mu}\,dc + \text{etc.}$$
$$db = \frac{\lambda}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Lambda - \frac{\pi}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Gamma + \frac{\pi\nu-\lambda\sigma}{\lambda\rho-\pi\mu}\,dc + \text{etc.}$$

His vero valoribus ipsarum da et db in aequationibus pro dL et dG substitutis, evadunt

$$dL = \frac{r\lambda-p\mu}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Lambda + \frac{p\rho-r\pi}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Gamma + \frac{\mu(p\sigma-\pi s)+\nu(r\pi-\rho p)+\lambda(s\rho-\sigma r)}{\lambda\rho-\pi\mu}\,dc + \text{etc.}$$
$$dG = \frac{m\lambda-\mu l}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Lambda + \frac{l\rho-\pi m}{\lambda\rho-\pi\mu}\,d\Gamma + \frac{\sigma(l\mu-\lambda m)+\rho(n\lambda-\nu l)+\pi(m\nu-\mu n)}{\lambda\rho-\pi\mu}\,dc + \text{etc.}$$

Si igitur in $\delta\Lambda$, $\delta\Gamma$ nec non in praecedentibus aequationibus τ in t mutatur elicitur

$$\left(\frac{dL}{d\Lambda}\right) = 1, \quad \left(\frac{dL}{d\Gamma}\right) = 0, \quad \left(\frac{dL}{dc}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$
$$\left(\frac{dG}{d\Lambda}\right) = 0, \quad \left(\frac{dG}{d\Gamma}\right) = 1, \quad \left(\frac{dG}{dc}\right) = 0, \quad \text{etc.}$$

et hinc eodem modo ut ante concluditur, obtineri valores perturbatos ipsarum L et G, quoties in integralibus $\int d\Lambda$ et $\int d\Gamma$ τ in t mutatur, unde theorema demonstratum est quoties duae functiones adsunt, et simili modo demonstratur idem quoties functiones plures dantur.

10.

Theorema art. prace., quamvis generaliter valeat, quomodocunque quantitates L, G, etc. compositae sunt, sensu tamen stricto ad earum **compositionem** modo referendum est, quantum vero ad earum **significationem** in ellipsi pura et in ellipsi perturbata discrimen essentiale interesse potest. Quae hujus theorematis conditio sequentibus illustratur.

Integralia aequationum (1) per methodum variationis constantium arbitrariarum in praecedentibus ita determinavimus, ut eandem formam habeant, sive Ω sit cifrae aequalis, sive non. Itaque coordinatae x, y, z et proinde functio quaelibet ipsarum x, y, z proprietate hac gaudent, quod eandem formam habeant sive perturbationes adsunt, sive non. Item, aequationes (3) probant, quotientes differentiales primi ordinis respectu temporis ipsarum x, y, z in utroque casu ejusdem formae quoque esse. Aequationes vero (4) demonstrant, quotientes secundi ordinis $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$ et proinde quotientes differentiales ordinum aliorum omnes in utroque casu ejusdem formae non esse. Ergo, quoties L, G, etc. sunt aut eo ipso functiones ipsarum x, y, z, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, aut ad functiones harum quantitatum reduci possunt, non modo earum compositio, sed etiam earum significatio in ellipsi pura et in ellipsi perturbata eadem est, et igitur integralia $\int d\Lambda$, $\int d\Gamma$, etc. post τ in t mutatum, non modo respectu eorum compositionis sed etiam respectu eorum significationis valores veros perturbatos ipsarum L, G, etc. praebebunt. Quoties vero functiones L, G etc. aut praeter illas quantitates insuper $\frac{d^2x}{dt^2}$, etc. $\frac{d^3x}{dt^3}$ etc. etc. continent, aut solae functiones horum quotientium sunt, integralia illa modo quantum ad earum compositionem valores perturbatos ipsarum L, G, etc. subministrabunt, quod attinet ad earum significationem, haec in ellipsi perturbata ab earum significatione in ellipsi pura necessario differt.

Designante igitur L aut longitudinem veram, aut radium vectorem, aut functionem quandam longitudinis veras, radii vectoris et quotientium differentialium primi ordinis harum quantitatum respectu temporis, integrali $\int d\Lambda$, post τ in t mutatam, eadem significatio in motu perturbato attribui debet, quam L in motu imperturbato habet, quia longitudo vera, radius vector et quotientes eorum differentiales primi ordinis respectu temporis solae functiones ipsarum x, y, z, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ sunt. Denotante vero e. g. L quantitatem $\frac{a^2n^2}{r^2}e\sin f$, ubi a semiaxis major, n motus medius, e excentricitas, f anomalia vera et r radius vector

Digitized by Google

est, integrale $\int d\Lambda$ valorem quidem perturbatum quantitatis $\frac{a^3n^2}{\rho^2}e\sin f$ praebebit, sed integrali huic significatio alia attribuenda est. Designat enim, si vires perturbantes desunt, $\frac{a^3n^2}{\rho^2}e\sin f$ quantitatem $-\frac{1}{2}\frac{d^2f}{dt^2}$, quae secundum praecedentia, quoties vires perturbantes adsunt, alias formas uti. Quo in casu, ut significatio integralis $\int d\Lambda$ investigetur, quantitas $\frac{a^3n^2}{\rho^2}e\sin f$ aut immediate per x, y, z, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, aut per functiones harum quantitatum exprimi debet, et quum facile reperiatur, esse $\frac{a^3n^2}{\rho^2}e\sin f = \frac{d\log r}{dt}\times\frac{dv}{dt}$, ubi v longitudo vera, integrali $\int d\Lambda$ significatio $\frac{d\log r}{dt}\times\frac{dv}{dt}$ in motu perturbato attribuenda est.

Attamen accepta quantitate hac

$$-\tfrac{1}{2}\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = \frac{a^3n^2}{\rho^2}e\sin\varphi$$

inter elementorum numerum, formataque ad quantitatem $-2\frac{d\log r}{dt}\times\frac{dv}{dt}$, qualis in motu perturbato locum habet determinandam, aequatione hac veluti (11)

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = P\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt + Q\left(\frac{d\Omega}{d\gamma}\right)dt + \text{etc.}$$

adjumento ejusdem aequationis, ad ipsum $\frac{d^2f}{dt^2}$, qualis in motu perturbato existit, determinandum, pervenire poteris. Nam, integrata aequatione praecedente respectu ipsius τ, si constans arbitraria huic integrali addenda, quae generaliter functio ipsius t erit, rite determinata adjectaque fuerit, aequationem nancisceris, quae quantitatem $\frac{d^2\varphi}{d\tau}$ per vires perturbantes et per differentiale temporis exhibet. Qua aequatione respectu ipsius t integrata, si τ in t mutatum fuerit, valorem perturbatum ipsius $\frac{df}{dt}$ habebis, qui secundum t differentiatus, valorem quaesitum ipsius $\frac{d^2f}{dt^2}$ praebet.

11.

Si L denotat functionem ipsarum x, y, z, absque quantitatibus $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, ea quae in art. praec. exposui, ad methodos duas differentialis $\frac{dL}{dt}$ determinandi viam muniunt. Aut quotiens differentialis $\frac{d\Lambda}{d\tau}$ pro uno elementorum habitus per praecepta in praecedentibus exposita directe determinari potest, aut eadem quantitas ex valore ipsius $\int d\Lambda$ antequam τ in t mutatum erit per differentiationem respectu ipsius τ eruitur. Etenim aequatione hac veluti (11) formata

$$d\Lambda = P\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt + Q\left(\frac{d\Omega}{d\gamma}\right)dt + \text{etc.}$$

quam brevitatis caussa ita exhibebo

$$d\Lambda = \frac{d\Lambda}{dt}dt$$

necessario habebitur

$$\frac{d^2\Lambda}{d\tau} = \frac{d^2\Lambda}{d\tau\,dt}dt$$

quum vero τ et t penitus a se invicem idependentes sint, differentiatio respectu ipsius τ post integrationem respectu ipsius t peractam instituere licet, ita ut fiat

$$\frac{d\Lambda}{d\tau} = \frac{d\int\frac{d\Lambda}{dt}dt}{d\tau}$$

ubi in membro ad sinistram quantitas $\frac{d\Lambda}{d\tau}$ ita considerari potest, ac si directo modo inventa esset, postquam valor ejus pure ellipticus inter elementorum numerum acceptus fuerit. Quum vero significatio ipsius $\frac{dL}{dt}$ in utroque motus genere eadem sit, aequatio praecedens statim subministrat inter valores perturbatos aequationem hanc

$$\frac{dL}{dt} = \left(\frac{d\int\frac{d\Lambda}{dt}dt}{d\tau}\right)$$

sive

$$\frac{dL}{dt} = \left(\frac{d\Lambda}{d\tau}\right)$$

designante linea superposita τ in t mutari debere.

12.

Jam venio ad eorum quae in praecedentibus exposui applicationem. Sint l longitudo vera ad planum ipsarum xy reducta, b latitudo supra idem planum et r radius vector planetae, tum erit

$$\begin{aligned}
x &= r\cos b\cos l\\
y &= r\cos b\sin l\\
z &= r\sin b\\
x_1 &= r_1\cos b_1\cos l_1 - b_1 r\sin b\cos l - l_1 r\cos b\sin l\\
y_1 &= r_1\cos b_1\sin l_1 - b_1 r\sin b\sin l + l_1 r\cos b\cos l\\
z_1 &= r_1\sin b_1 + b_1 r\cos b
\end{aligned}$$

designantibus r_1, b_1, l_1 differentialia ipsarum r, b, l respectu temporis per dt divisa. Elementa accipio esse λ, ρ, β, λ_1, ρ_1, β_1, quae ex elementis more vulgari receptis et quantitate indeterminata τ tali modo composita sint, quali resp. l, r, b, l_1, r_1, b_1 iisdem elementis ut tempore t constant. Jam duae methodi aequationum pro $d\lambda$, $d\rho$, etc. computandarum se nobis offerunt; coordinatis enim ξ, η, etc. in sensu eodem, qui iis in art. 6 attributus est, acceptis, haberemus $\xi = \rho\cos\beta\cos\lambda$, $\eta = \rho\cos\beta\sin\lambda$, etc. unde aequationes (9) per algorithmum notum differentialium partialium in aequationes quaesitas pro $d\lambda$, $d\rho$, etc. transformare liceret, eaedem vero aequationes calculo directo ope aequa-

tionum (5) et (6) obtineri possunt. Methodo posteriori quae ille simplicior videbatur utar.

13.

Aequationes ert. praecedentis differentiatae praebent

$$
(13)\ldots\begin{cases}
dx = dr\cos b\cos l - db\,r\sin b\cos l - dl\,r\cos b\sin l\\
dy = dr\cos b\sin l - db\,r\sin b\sin l + dl\,r\cos b\cos l\\
dz = dr\sin b + db\,r\cos b\\
dx_1 = dr_1\cos b\cos l - db_1 r\sin b\cos l - dl_1 r\cos b\sin l\\
\quad - dl(r_1\cos b\sin l - b_1 r\sin b\sin l + l_1 r\cos b\cos l)\\
\quad - dr(b_1\sin b\cos l + l_1\cos b\sin l)\\
\quad - db(r_1\sin b\cos l + b_1 r\cos b\cos l - l_1 r\sin b\sin l)\\
dy_1 = dr_1\cos b\sin l - db_1 r\sin b\sin l + dl_1 r\cos b\cos l\\
\quad + dl(r_1\cos b\cos l - b_1 r\sin b\cos l - l_1 r\cos b\sin l)\\
\quad + dr(l_1\cos b\cos l - b_1\sin b\sin l)\\
\quad - db(l_1 r\sin b\cos l + r_1\sin b\sin l + b_1 r\cos b\sin l)\\
dz_1 = dr_1\sin b + db_1 r\cos b\\
\quad + dr\,b_1\cos b\\
\quad + db(r_1\cos b - b_1 r\sin b)
\end{cases}
$$

Ut quotientes differentiales nanciscamur, quibus ad computandas quantitates (λ,ρ), (λ,β) etc. secundum aequationes (5) opus est, oporteret dl, dr, db, dl_1, etc. nec non $d\lambda$, $d\rho$, $d\beta$, $d\lambda_1$, etc. per differentialia elementorum vulgarium exhibita essent et proinde eliminando quodque differentialium dl, dr, etc. per differentialia $d\lambda$, $d\rho$, etc. exprimeretur. Quum vero in quantitatibus (λ,ρ), (λ,β) etc. tempus evanescere debeat, licitum erit τ loco t in aequationibus praecedentibus nec non in aequationibus illis differentialia dl, dr, etc. per differentialia elementorum vulgarium exhibentibus ponere, unde haec cum differentialibus $d\lambda$, $d\rho$, identica evadunt. Fiunt igitur

$$\left(\frac{dl}{d\lambda}\right)=1,\ \left(\frac{dr}{d\rho}\right)=1 \text{ etc.}\quad \left(\frac{dl}{d\rho}\right)=0,\ \left(\frac{dr}{d\beta}\right)=0, \text{ etc.}$$

et quotientes differentiales ad computandas quantitates (λ,ρ), (λ,β), etc. requisiti obtinentur ponendo $t=\tau$ in dextris membris aequationum (13). Ergo

$$\left(\frac{dx}{d\lambda}\right)=-\rho\cos\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dy}{d\lambda}\right)=\rho\cos\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dz}{d\lambda}\right)=0$$

$$\left(\frac{dx}{d\rho}\right)=\cos\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dy}{d\rho}\right)=\cos\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dz}{d\rho}\right)=\sin\beta$$

$$\left(\frac{dx}{d\beta}\right)=-\rho\sin\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dy}{d\beta}\right)=-\rho\sin\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dz}{d\beta}\right)=\rho\cos\beta$$

$$\left(\frac{dx}{d\lambda_1}\right)=0\quad \left(\frac{dy}{d\lambda_1}\right)=0\quad \left(\frac{dz}{d\lambda_1}\right)=0$$

$$\left(\frac{dx}{d\rho_1}\right)=0\quad \left(\frac{dy}{d\rho_1}\right)=0\quad \left(\frac{dz}{d\rho_1}\right)=0$$

$$\left(\frac{dx}{d\beta_1}\right)=0\quad \left(\frac{dy}{d\beta_1}\right)=0\quad \left(\frac{dz}{d\beta_1}\right)=0$$

$$\left(\frac{dx_1}{d\lambda}\right)=-\rho_1\cos\beta\sin\lambda+\beta_1\rho\sin\beta\sin\lambda-\lambda_1\rho\cos\beta\cos\lambda$$

$$\left(\frac{dx_1}{d\rho}\right)=-\beta_1\sin\beta\cos\lambda-\lambda_1\cos\beta\sin\lambda$$

$$\left(\frac{dx_1}{d\beta}\right)=\lambda_1\rho\sin\beta\sin\lambda-\rho_1\sin\beta\cos\lambda-\beta_1\rho\cos\beta\cos\lambda$$

$$\left(\frac{dx_1}{d\lambda_1}\right)=-\rho\cos\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dx_1}{d\rho_1}\right)=\cos\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dx_1}{d\beta_1}\right)=-\rho\sin\beta\cos\lambda$$

$$\left(\frac{dy_1}{d\lambda}\right)=-\lambda_1\rho\cos\beta\sin\lambda+\rho_1\cos\beta\cos\lambda-\beta_1\rho\sin\beta\cos\lambda$$

$$\left(\frac{dy_1}{d\rho}\right)=\lambda_1\cos\beta\cos\lambda-\beta_1\sin\beta\sin\lambda$$

$$\left(\frac{dy_1}{d\beta}\right)=-\lambda_1\rho\sin\beta\cos\lambda-\rho_1\sin\beta\sin\lambda-\beta_1\rho\cos\beta\sin\lambda$$

$$\left(\frac{dy_1}{d\lambda_1}\right)=\rho\cos\beta\cos\lambda;\quad \left(\frac{dy_1}{d\rho_1}\right)=\cos\beta\sin\lambda;\quad \left(\frac{dy_1}{d\beta_1}\right)=-\rho\sin\beta\sin\lambda$$

$$\left(\frac{dz_1}{d\lambda}\right)=0;\quad \left(\frac{dz_1}{d\rho}\right)=\beta_1\cos\beta;\quad \left(\frac{dz_1}{d\beta}\right)=\rho_1\cos\beta-\beta_1\rho\sin\beta$$

$$\left(\frac{dz_1}{d\lambda_1}\right)=0;\quad \left(\frac{dz_1}{d\rho_1}\right)=\sin\beta;\quad \left(\frac{dz_1}{d\beta_1}\right)=\rho\cos\beta$$

Digitized by Google

14.

Jam omnia praesto adsunt quae ad computandas (λ, ρ), (λ, β) etc. requiruntur, et aequationes (5) facile opera praebent

$$(\lambda,\rho) = 2\lambda_{,}\rho\cos^2\beta; \quad (\lambda,\beta) = -2\lambda_{,}\rho^2\sin\beta\cos\beta; \quad (\lambda,\lambda_{,}) = \rho^2\cos^2\beta; \quad (\lambda,\rho_{,}) = 0; \quad (\lambda,\beta_{,}) = 0$$
$$(\rho,\beta) = -2\beta_{,}\rho; \quad (\rho,\lambda_{,}) = 0; \quad (\rho,\rho_{,}) = 1; \quad (\rho,\beta_{,}) = 0$$
$$(\beta,\lambda_{,}) = 0; \quad (\beta,\rho_{,}) = 0; \quad (\beta,\beta_{,}) = \rho^2$$
$$(\lambda_{,},\rho_{,}) = 0; \quad (\lambda_{,},\beta_{,}) = 0$$
$$(\rho_{,},\beta_{,}) = 0$$

quibus valoribus aequationes (6) abeunt in

$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)dt = 2\lambda_{,}\rho\cos^2\beta\,d\rho - 2\lambda_{,}\rho^2\sin\beta\cos\beta\,d\beta + \rho^2\cos^2\beta\,d\lambda_{,}$$
$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)dt = -2\lambda_{,}\rho\cos^2\beta\,d\lambda - 2\beta_{,}\rho\,d\beta + d\rho_{,}$$
$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt = 2\lambda_{,}\rho^2\sin\beta\cos\beta\,d\lambda + 2\beta_{,}\rho\,d\rho + \rho^2\,d\beta_{,}$$
$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)dt = -\rho^2\cos^2\beta\,d\lambda$$
$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\rho_{,}}\right)dt = -d\rho$$
$$k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)dt = -\rho^2\,d\beta$$

quae facili eliminatione facta, subministrant

$$d\lambda = -\frac{k\mu}{\rho^2\cos^2\beta}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)dt$$
$$d\rho = -k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\rho_{,}}\right)dt$$
$$d\beta = -\frac{k\mu}{\rho^2}\left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)dt$$
$$d\lambda_{,} = \frac{k\mu}{\rho^2\cos^2\beta}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)dt + 2\lambda_{,}\frac{k\mu}{\rho}\left(\frac{d\Omega}{d\rho_{,}}\right)dt - 2\lambda_{,}\,tg\,\beta\,\frac{k\mu}{\rho^2}\left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)dt$$
$$d\rho_{,} = k\mu\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)dt - 2\lambda_{,}\frac{k\mu}{\rho}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)dt - 2\beta_{,}\frac{k\mu}{\rho}\left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)dt$$
$$d\beta_{,} = \frac{k\mu}{\rho^2}\left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)dt + 2\lambda_{,}\,tg\,\beta\,\frac{k\mu}{\rho^2}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)dt + 2\beta_{,}\frac{k\mu}{\rho}\left(\frac{d\Omega}{d\rho_{,}}\right)dt$$

15.

Ut aequationes hae in usum vocentur, necesse est functiones ipsius r quas involvunt explicite adstant, id quod fit introducendo quotientes differentiales ipsius Ω respectu ipsarum l, r et b loco quotientium differentialium respectu ipsarum λ, ρ, β, $\lambda_{,}$, $\rho_{,}$, $\beta_{,}$. Quem in finem habetur

$$(14)\ldots\ldots\begin{cases} d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{dl}\right)dl + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)dr + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)db \\ d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)d\lambda + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)d\rho + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)d\beta + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)d\lambda_{,} + \left(\frac{d\Omega}{d\rho_{,}}\right)d\rho_{,} + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_{,}}\right)d\beta_{,} \end{cases}$$

si Ω tum pro functione ipsarum l, r et b, tum pro functione ipsarum λ, ρ, β, etc. habetur. Denotantibus vero a, c, e, f, g, h elementa more vulgari recepta, emergunt

Digitized by Google

$$d\lambda = \left(\frac{d\lambda}{da}\right)da + \left(\frac{d\lambda}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\lambda}{de}\right)de + \left(\frac{d\lambda}{df}\right)df + \left(\frac{d\lambda}{dg}\right)dg + \left(\frac{d\lambda}{dh}\right)dh$$
$$d\rho = \left(\frac{d\rho}{da}\right)da + \left(\frac{d\rho}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\rho}{de}\right)de$$
$$d\beta = \left(\frac{d\beta}{da}\right)da + \left(\frac{d\beta}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\beta}{de}\right)de + \left(\frac{d\beta}{df}\right)df + \left(\frac{d\beta}{dg}\right)dg + \left(\frac{d\beta}{dh}\right)dh$$
$$d\lambda_1 = \left(\frac{d\lambda_1}{da}\right)da + \left(\frac{d\lambda_1}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\lambda_1}{de}\right)de + \left(\frac{d\lambda_1}{df}\right)df + \left(\frac{d\lambda_1}{dg}\right)dg + \left(\frac{d\lambda_1}{dh}\right)dh$$
$$d\rho_1 = \left(\frac{d\rho_1}{da}\right)da + \left(\frac{d\rho_1}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\rho_1}{de}\right)de$$
$$d\beta_1 = \left(\frac{d\beta_1}{da}\right)da + \left(\frac{d\beta_1}{dc}\right)dc + \left(\frac{d\beta_1}{de}\right)de + \left(\frac{d\beta_1}{df}\right)df + \left(\frac{d\beta_1}{dg}\right)dg + \left(\frac{d\beta_1}{dh}\right)dh$$
$$dl = \left(\frac{dl}{da}\right)da + \left(\frac{dl}{dc}\right)dc + \left(\frac{dl}{de}\right)de + \left(\frac{dl}{df}\right)df + \left(\frac{dl}{dg}\right)dg + \left(\frac{dl}{dh}\right)dh$$
$$dr = \left(\frac{dr}{da}\right)da + \left(\frac{dr}{dc}\right)dc + \left(\frac{dr}{de}\right)de$$
$$db = \left(\frac{db}{da}\right)da + \left(\frac{db}{dc}\right)dc + \left(\frac{db}{de}\right)de + \left(\frac{db}{df}\right)df + \left(\frac{db}{dg}\right)dg + \left(\frac{db}{dh}\right)dh$$

Quibus aequationibus in (14) substitutis, terminisque per eadem differentialia multiplicatis comparatis, nanciscimur

$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{dr}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{da}\right)$$
$$= \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\left(\frac{d\rho}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)\left(\frac{d\lambda_1}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho_1}\right)\left(\frac{d\rho_1}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_1}\right)\left(\frac{d\beta_1}{da}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{dr}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{dc}\right)$$
$$= \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\left(\frac{d\rho}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)\left(\frac{d\lambda_1}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho_1}\right)\left(\frac{d\rho_1}{dc}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_1}\right)\left(\frac{d\beta_1}{dc}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{dr}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{de}\right)$$
$$= \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\left(\frac{d\rho}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)\left(\frac{d\lambda_1}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho_1}\right)\left(\frac{d\rho_1}{de}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_1}\right)\left(\frac{d\beta_1}{de}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{df}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{df}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{df}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{df}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)\left(\frac{d\lambda_1}{df}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_1}\right)\left(\frac{d\beta_1}{df}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{dg}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{dg}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{dg}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{dg}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)\left(\frac{d\lambda_1}{dg}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_1}\right)\left(\frac{d\beta_1}{dg}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)\left(\frac{dl}{dh}\right) + \left(\frac{d\Omega}{db}\right)\left(\frac{db}{dh}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{dh}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta}\right)\left(\frac{d\beta}{dh}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)\left(\frac{d\lambda_1}{dh}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\beta_1}\right)\left(\frac{d\beta_1}{dh}\right)$$

Quibus aequationibus, eliminatione instituta, $\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$, $\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)$, etc. per $\left(\frac{d\Omega}{dl}\right)$, etc. exprimentur. Quem in finem quotientes $\left(\frac{dl}{da}\right)$, etc. nec non $\left(\frac{d\lambda}{da}\right)$, etc. ante omnia per elementa a, c, e etc. et per l, λ etc. exhibendi sunt, id quod semper fieri potest. Sed quum inde expressiones pro ipsis $\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$, etc. valde implicitae evadere videantur, si nihil negligere propositum est, me calculum hunc silentio praetermittere posse puto.

Nihilominus tamen calculus talis, qualem in praecedentibus exposui, ad aequationes simplicissimas perducit, si loco elementorum λ, ρ, β, λ_1, ρ_1, β_1 elementa quaedam alia eligantur, quibus subsequentia sint dicta.

16.

Sint planetae cujuslibet elementa

a.....semiaxis major;
ae.....excentricitas;
c.....enomalia media certae determinatarque temporis epochae respondens;

Digitized by Google

ω.....arcus inter locum perihelii et intersectionem plani orbitae cum plano ipsarum xy interceptus;

θ.....longitudo huius intersectionis, sive longitudo nodi ascendentis orbitae in plano fixo ipsarum xy;

i.....inclinatio ad idem planum;

sint porro uti in artt. praec.

$$\begin{aligned} x &= r \cos b \cos l \\ y &= r \cos b \sin l \\ z &= r \sin b \end{aligned}$$

qui valores coordinatarum x, y, z, pro integralibus aequationum (1) haberi possunt, si r, l et b motui in sectionibus conicis existenti subiiciuntur. Introducendo longitudinem veram in orbita quam v denotabo, trigonometria sphaerica praebet

$$\begin{aligned} \cos b \cos(l-\theta) &= \cos(v-\theta) \\ \cos b \sin(l-\theta) &= \sin(v-\theta)\cos i \\ \sin b &= \sin(v-\theta)\sin i \end{aligned}$$

sive

$$\begin{aligned} \cos b \cos l &= \cos(v-\theta)\cos\theta - \sin(v-\theta)\sin\theta\cos i \\ \cos b \sin l &= \cos(v-\theta)\sin\theta + \sin(v-\theta)\cos\theta\cos i \end{aligned}$$

unde

$$\begin{aligned} x &= r\cos(v-\theta)\cos\theta - r\sin(v-\theta)\sin\theta\cos i \\ y &= r\cos(v-\theta)\sin\theta + r\sin(v-\theta)\cos\theta\cos i \\ z &= r\sin(v-\theta)\sin i \end{aligned}$$

introducta vero anomalia vera f, unde

$$v-\theta = f+\omega$$

praecedentes expressiones ipsarum x, y, z tali modo exhiberi possunt,

$$\begin{aligned} x &= \alpha\xi + \beta\eta \\ y &= \alpha,\xi + \beta,\eta \\ z &= \alpha,,\xi + \beta,,\eta \end{aligned}$$

ubi

$$(15)\quad \begin{cases} \alpha = \cos\omega\cos\theta - \sin\omega\sin\theta\cos i \\ \beta = -\sin\omega\cos\theta - \cos\omega\sin\theta\cos i \\ \alpha, = \cos\omega\sin\theta + \sin\omega\cos\theta\cos i \\ \beta, = -\sin\omega\sin\theta + \cos\omega\cos\theta\cos i \\ \alpha,, = \sin\omega\sin i \\ \beta,, = \cos\omega\sin i \end{cases}$$

$$\xi = r\cos f, \quad \eta = r\sin f$$

Radius vector vero et anomalia vera elementis a, e, c, talibus constant

$$\begin{aligned} r\cos f &= a\cos u - ae \\ r\sin f &= a\sqrt{(1-e^2)}\sin u \end{aligned}$$

ubi

$$\begin{aligned} u - e\sin u &= nt + c \\ a^3 n^2 &= k\mu. \end{aligned}$$

17.

Loco elementorum a, e, c, introducam elementa φ, $l\varphi$, $\varphi_{,}$, quae ex elementis a, e, c et quantitate indeterminata τ tali modo composita sint, quali f, lr et $\frac{df}{dt}$ ex iisdem elementis et tempore t constant. Per litteram l ipsi r praefixam denotabo logarithmum hyperbolicum hujus quantitatis. Erunt igitur

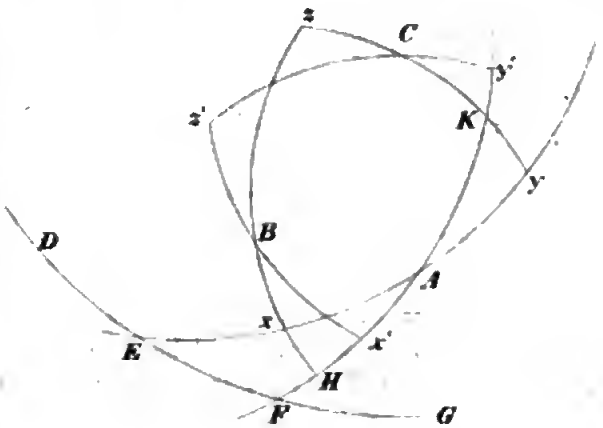
$$\begin{aligned} \rho\cos\varphi &= a\cos v - ae \\ \rho\sin\varphi &= a\sqrt{(1-e^2)}\sin v \\ \varphi_{,} &= \frac{a^2 n}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)} \end{aligned}$$

ubi

$$v - e\sin v = n\tau + c$$

Loco elementorum ω, i, θ introducam motus rotatorios circum axes tres sub angulis rectis se secantes. Animo enim concipi potest, planum orbitae dum a situ in spatio qui tempori t respondet ad situm qui tempori $t+dt$ respondet transgrediatur, motum rotationis circum axem quendam absolvisse, qui motus in motus tres circum axes coordinatarum dissolvi potest. Jam elegantissimo calculo analytico geometrae gallici motus hos rotatorios tractaverunt et deduxerunt, quare hoc loco eosdem graphice demonstrare mihi proposui, id quod nemo, quantum equidem teneo, hucusque fecit. Quae etiam demonstratio in lucem proferat, quid motus hi rotatorii circum axes coordinatarum designent.

18.



Sit in figura planum, cui circulus maximus $ExAy$ respondet planum orbitae tempore t, circulus maximus $FHx'Ay'$ planum orbitae tempore $t+T$. Ad utrumque orbitae planum erigantur plana duo perpendicularia, quae in figura per circulos maximos zx, sy, $s'x'$ et $s'y'$ repraesententur, sintque intersectiones horum planorum axes coordinatarum, ita ut intersectio inter plana xz et ys sit axis ipsarum z, intersectio inter plana $x'y'$ et $z'y'$ sit axis ipsarum y' et sic porro. Denique sit x locus perihelii tempore t et x' idem tempore $t+T$. Jam si orbitae planum per motum rotationis circum axem quendam a situ qui per circulum xy repraesentatur ad situm qui per $x'y'$ designatur transgressum est, dico motum rotatorium circum axem ipsarum s esse differentiam inter arcus Ax et Ax' ab intersectione utriusque orbitae sive ipsarum xy plani ad utrumque perihelii sive axium ipsarum x locum extensos, nec non motum rotatorium circum axem ipsarum y esse differentiam inter arcus Bz et Bz', denique motum rotatorium circum axem ipsarum x esse differentiam inter arcus Cy et Cy'. Ponam igitur

$$\begin{aligned} Ax - Ax' &= \chi \\ Bz - Bz' &= \psi \\ Cy - Cy' &= \sigma \end{aligned}$$

Sit $DEFG$ planum fixum ad quod orbita refertur, et D punctum initiale longitudinum, eruntque, tempore t, $DE=\theta$, $AEF=i$, $xE=\omega$, et tempore $t+T$, $DF=\theta'$, $AFG=i'$, $x'F=\omega'$. Sed quum generaliter planum orbitae circum axem fixum non gyretur, res ita considerari debet, ac si orbita in quoque temporis infinite parvo momento dt circum axem fixum se gyravisset, et in figura circulus maximus $x'y'$ orbitae situm pro tempore $t+dt$ repraesentare debet. Ideo abeunt χ, ψ, σ in differentialia sua, nempe in $d\chi$, $d\psi$, $d\sigma$, nec non i' in $i+di$, θ' in $\theta+d\theta$ et ω' in $\omega+d\omega$. Jam triangulus sphaericus AEF praebet

$$\cos(\omega'+Ax') = \cos(\omega+Ax)\cos(\theta'-\theta) + \sin(\omega+Ax)\sin(\theta'-\theta)\cos i$$

vel neglectis quantitatibus infinite parvis secundi ordinis

$$2\sin(\omega+Ax)\sin\tfrac{1}{2}(Ax-Ax'+\omega-\omega') = \sin(\omega+Ax)\cos i\, d\theta$$

sive

$$d\chi = d\omega + \cos i\, d\theta$$

porro, denotato angulo inter z' et s, qui inclinatio planorum xy et $x'y'$, sive angulus in A est, per (sz') idem triangulus praebet

$$\begin{aligned} \sin(sz')\sin(\omega+Ax) &= \sin i' \sin(\theta'-\theta) \\ \sin(sz')\cos(\omega+Ax) &= -\cos i' \sin i + \sin i' \cos i \cos(\theta'-\theta) \end{aligned}$$

hinc neglectis quantitatibus secundi ordinis, emergit

$$\begin{aligned} (sz')\sin\omega\cos Ax + (sz')\cos\omega\sin Ax &= \sin i\, d\theta \\ (sz')\cos\omega\cos Ax - (sz')\sin\omega\sin Ax &= di \end{aligned}$$

atque hinc, eliminando

$$\begin{aligned} (sz')\cos Ax &= \sin\omega\sin i\, d\theta + \cos\omega\, di \\ (sz')\sin Ax &= \cos\omega\sin i\, d\theta - \sin\omega\, di \end{aligned}$$

Quum vero arcus χ, ψ, σ infinite parvi accipiantur, differentia $Bz - Bz'$ usque ad quantitates secundi ordinis arcui xH et differentia $Cy - Cy'$ arcui yK aequalis est, quare

$$d\psi = xH, \qquad d\sigma = yK$$

sed

$$\begin{aligned} xH &= (sz')\sin Ax \\ yK &= (sz')\cos Ax \end{aligned}$$

aequationes igitur praecedentes praebent

$$\left.\begin{aligned} d\chi &= d\omega + \cos i\, d\theta \\ d\psi &= \cos\omega\sin i\, d\theta - \sin\omega\, di \\ d\sigma &= \sin\omega\sin i\, d\theta + \cos\omega\, di \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (16)$$

quae formulae cum iis, quas theoria motus rotationis corporis cujuscunque suppeditat, congruunt.

19.

Elementa igitur a, c, e, ω, i, θ functiones sunt elementorum φ, $l\varrho$, $\varphi_{,}$, χ, ψ, σ, et reciproca elementa hasce functiones illorum. Coordinatae x, y, z nec non Ω, quae revera functiones illorum elementorum sunt, functiones horum elementorum quoque considerari possunt. Quum vero quantitates α, β, $\alpha_{,}$, etc. e quibus coordinatae compositae sunt, modo ω, i, θ, contineant, illae quantitates functiones modo ipsarum χ, ψ, σ erunt, et ξ atque η, a quibus praeterea x, y, z pendent, quum a, c et e tantum contineant, functiones modo ipsarum φ, $l\varrho$ et $\varphi_{,}$ erunt, quibus considerationibus calculus ipsarum $(\varphi, l\varrho)$, $(\varphi, \varphi_{,})$ etc. secundum formulas (5) notabiliter contrahetur. Quum porro in expressionibus

$$\begin{aligned} x &= \alpha\xi + \beta\eta \\ y &= \alpha_{,}\xi + \beta_{,}\eta \\ z &= \alpha_{,,}\xi + \beta_{,,}\eta \end{aligned}$$

α, β, $\alpha_{,}$, etc. tempus non contineant, habetur statim

$$\begin{aligned} x_{,} &= \alpha\xi_{,} + \beta\eta_{,} \\ y_{,} &= \alpha_{,}\xi_{,} + \beta_{,}\eta_{,} \\ z_{,} &= \alpha_{,,}\xi_{,} + \beta_{,,}\eta_{,} \end{aligned}$$

ubi

$$\xi_{,} = \frac{d\xi}{dt}, \qquad \eta_{,} = \frac{d\eta}{dt},$$

Praeterea habetur

$$\left(\frac{dx}{d\varphi}\right) = \alpha\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right) + \beta\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right), \quad \left(\frac{dx_{,}}{d\varphi}\right) = \alpha\left(\frac{d\xi_{,}}{d\varphi}\right) + \beta\left(\frac{d\eta_{,}}{d\varphi}\right)$$

$$\left(\frac{dy}{d\varphi}\right) = \alpha_{,}\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right) + \beta_{,}\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right), \quad \left(\frac{dy_{,}}{d\varphi}\right) = \alpha_{,}\left(\frac{d\xi_{,}}{d\varphi}\right) + \beta_{,}\left(\frac{d\eta_{,}}{d\varphi}\right)$$

$$\left(\frac{dz}{d\varphi}\right) = \alpha_{,,}\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right) + \beta_{,,}\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right), \quad \left(\frac{dz_{,}}{d\varphi}\right) = \alpha_{,,}\left(\frac{d\xi_{,}}{d\varphi}\right) + \beta_{,,}\left(\frac{d\eta_{,}}{d\varphi}\right)$$

Digitized by Google

quibus similes sunt quotientes differentiales respectu ipsarum, $l\rho$ et φ_1. Substituendo has expressiones in aequationibus (5) obtinetur

$$(\varphi, l\rho) = (\alpha^2+\alpha_1^2+\alpha_{11}^2)\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi_1}{dl\rho}\right) + (\alpha\beta+\alpha\beta_1+\alpha_{11}\beta_{11})\left[\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta_1}{dl\rho}\right)+\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi_1}{dl\rho}\right)\right]$$
$$-(\alpha^2+\alpha_1^2+\alpha_{11}^2)\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right) - (\alpha\beta+\alpha\beta_1+\alpha_{11}\beta_{11})\left[\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right)+\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right)\right]$$
$$+(\beta^2+\beta_1^2+\beta_{11}^2)\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta_1}{dl\rho}\right) - (\beta^2+\beta_1^2+\beta_{11}^2)\left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)$$

Sed facile reperitur, inter quantitates α, β, α_1, etc. quales per aequationes (15) dantur, existere aequationes conditionales has

$$\alpha^2+\alpha_1^2+\alpha_{11}^2 = 1$$
$$\beta^2+\beta_1^2+\beta_{11}^2 = 1$$
$$\alpha\beta+\alpha_1\beta_1+\alpha_{11}\beta_{11} = 0$$

quibus adjuvantibus, expressio praecedens pro $(\varphi, l\rho)$ abit in

$$(\varphi, l\rho) = \left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi_1}{dl\rho}\right)+\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta_1}{dl\rho}\right)-\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right)-\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right)$$

mutatis mutandis ex hac aequatione inveniuntur

$$(\varphi, \varphi_1) = \left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi_1}\right)+\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi_1}\right)-\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\xi}{d\varphi_1}\right)-\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)\left(\frac{d\eta}{d\varphi_1}\right)$$
$$(l\rho, \varphi_1) = \left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi_1}\right)+\left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi_1}\right)-\left(\frac{d\xi_1}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\xi}{d\varphi_1}\right)-\left(\frac{d\eta_1}{dl\rho}\right)\left(\frac{d\eta}{d\varphi_1}\right)$$

Porro habetur

$$\left(\frac{dx}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)\xi+\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)\eta, \quad \left(\frac{dx_1}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)\xi_1+\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)\eta_1$$
$$\left(\frac{dy}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)\xi+\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)\eta, \quad \left(\frac{dy_1}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)\xi_1+\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)\eta_1$$
$$\left(\frac{dz}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\xi+\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\eta, \quad \left(\frac{dz_1}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\xi_1+\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\eta_1$$

itaque aequationes (5) praebent

$$(\varphi, \chi) = \left[\alpha\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\right]\xi_1\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)+\left[\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\eta_1\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)$$
$$+\left[\beta\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\beta_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\beta_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\eta_1\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)+\left[\beta\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)+\beta_1\left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)+\beta_{11}\left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\right]\xi_1\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)$$
$$-\left[\alpha\left(\frac{dx}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\right]\xi\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)-\left[\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\eta\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)$$
$$-\left[\beta\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\beta_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\beta_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\eta\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)-\left[\beta\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)+\beta_1\left(\frac{d\alpha_1}{d\chi}\right)+\beta_{11}\left(\frac{d\alpha_{11}}{d\chi}\right)\right]\xi\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)$$

sed aequationes conditionales supra allatae subministrant

$$\alpha\,d\alpha+\alpha_1\,d\alpha_1+\alpha_{11}\,d\alpha_{11} = 0, \quad \beta\,d\beta+\beta_1\,d\beta_1+\beta_{11}\,d\beta_{11} = 0$$
$$\alpha\,d\beta+\alpha_1\,d\beta_1+\alpha_{11}\,d\beta_{11} = -\beta\,d\alpha-\beta_1 d\alpha_1-\beta_{11}\,d\alpha_{11}$$

quare

$$(\varphi, \chi) = \left[\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right]\left\{\eta_1\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right)-\xi_1\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right)-\eta\left(\frac{d\xi_1}{d\varphi}\right)+\xi\left(\frac{d\eta_1}{d\varphi}\right)\right\}$$

sive

$$(\varphi, \chi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)+\alpha_1\left(\frac{d\beta_1}{d\chi}\right)+\alpha_{11}\left(\frac{d\beta_{11}}{d\chi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_1-\xi_1\eta)}{d\varphi}$$

Digitized by Google

hinc mutatis mutandis inveniuntur

$$(\varphi,\psi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi}$$

$$(\varphi,\sigma) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi}$$

$$(l\rho,\chi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{dl\rho}$$

$$(l\rho,\psi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{dl\rho}$$

$$(l\rho,\sigma) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{dl\rho}$$

$$(\varphi_{,},\chi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi_{,}}$$

$$(\varphi_{,},\psi) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi_{,}}$$

$$(\varphi_{,},\sigma) = \left\{\alpha\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)\right\}\frac{d.(\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)}{d\varphi_{,}}$$

Denique aequationes (5) et (17) immediate praebent

$$(\chi,\psi) = (\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)\left\{\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)-\left(\frac{d\alpha}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right)\right\}$$

$$(\chi,\sigma) = (\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)\left\{\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\chi}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)-\left(\frac{d\alpha}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right)\right\}$$

$$(\psi,\sigma) = (\xi\eta_{,}-\xi_{,}\eta)\left\{\left(\frac{d\alpha}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right)+\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\psi}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right)-\left(\frac{d\alpha}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right)-\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right)\right\}$$

Quae quindecim quantitates omnes sunt quibus opus est, quoties numerus elementorum sex est.

20.

Ad quotientes differentiales quos formulae art. praec. requirunt determinandos, inserviunt formulae in artt. 16 et 17 exhibitae. Primo praebent

$$\xi = r\cos f, \qquad \eta = r\sin f$$

has

$$(18)\ldots\ldots\begin{cases} d\xi = \left(\frac{d\xi}{df}\right)df + \left(\frac{d\xi}{dlr}\right)dlr \\ d\eta = \left(\frac{d\eta}{df}\right)df + \left(\frac{d\eta}{dlr}\right)dlr \end{cases}$$

ubi

$$\left(\frac{d\xi}{df}\right) = -r\sin f, \qquad \left(\frac{d\xi}{dlr}\right) = r\cos f$$
$$\left(\frac{d\eta}{df}\right) = r\cos f, \qquad \left(\frac{d\eta}{dlr}\right) = r\sin f$$

Sed quum in evolutis quantitatibus $(\varphi, l\rho)$, $(\varphi, \varphi_{,})$, etc. tempus evanescere debeat, ad libitum pro t valorem quemlibet accipere nubis licet, quare, ut earum computatio tantum, quantum fieri possit, contrahatur, ponam $t = \tau$, unde emergunt

$$(19)\ldots\begin{cases} \left(\frac{d\xi}{df}\right) = -\rho\sin\varphi, & \left(\frac{d\xi}{dlr}\right) = \rho\cos\varphi \\ \left(\frac{d\eta}{df}\right) = \rho\cos\varphi, & \left(\frac{d\eta}{dlr}\right) = \rho\sin\varphi \end{cases}$$

Jam considerando f, lr atque quotientem differentialem ipsius f respectu temporis, quem $f_{,}$ nominabo, tanquam functiones ipsarum φ, $l\rho$, et $\varphi_{,}$, habemus

$$df = \left(\frac{df}{d\varphi}\right)d\varphi + \left(\frac{df}{dl\rho}\right)dl\rho + \left(\frac{df}{d\varphi_{,}}\right)d\varphi_{,}$$
$$dlr = \left(\frac{dlr}{d\varphi}\right)d\varphi + \left(\frac{dlr}{dl\rho}\right)dl\rho + \left(\frac{dlr}{d\varphi_{,}}\right)d\varphi_{,}$$
$$df_{,} = \left(\frac{df_{,}}{d\varphi}\right)d\varphi + \left(\frac{df_{,}}{dl\rho}\right)dl\rho + \left(\frac{df_{,}}{d\varphi_{,}}\right)d\varphi_{,}$$

quae substitutae in (18) praebent

$$\left.\begin{aligned}
\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right) &= \left(\frac{d\xi}{df}\right)\left(\frac{df}{d\varphi}\right) + \left(\frac{d\xi}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{d\varphi}\right) \\
\left(\frac{d\xi}{dl\rho}\right) &= \left(\frac{d\xi}{df}\right)\left(\frac{df}{dl\rho}\right) + \left(\frac{d\xi}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{dl\rho}\right) \\
\left(\frac{d\xi}{d\varphi_{,}}\right) &= \left(\frac{d\xi}{df}\right)\left(\frac{df}{d\varphi_{,}}\right) + \left(\frac{d\xi}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{d\varphi_{,}}\right) \\
\left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right) &= \left(\frac{d\eta}{df}\right)\left(\frac{df}{d\varphi}\right) + \left(\frac{d\eta}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{d\varphi}\right) \\
\left(\frac{d\eta}{dl\rho}\right) &= \left(\frac{d\eta}{df}\right)\left(\frac{df}{dl\rho}\right) + \left(\frac{d\eta}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{dl\rho}\right) \\
\left(\frac{d\eta}{d\varphi_{,}}\right) &= \left(\frac{d\eta}{df}\right)\left(\frac{df}{d\varphi_{,}}\right) + \left(\frac{d\eta}{dlr}\right)\left(\frac{dlr}{d\varphi_{,}}\right)
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(20)$$

Sed aequationes

$$\left.\begin{aligned}
r\cos f &= a\cos u - ae \\
r\sin f &= a\sqrt{(1-e^2)}.\sin u \\
f_{,} &= \frac{a^2 n}{r^2}\sqrt{(1-e^2)} \\
nt + c &= u - e\sin u \\
a^3 n^2 &= k\mu
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(21)$$

exhibent r, f et $f_{,}$ tanquam functiones ipsarum a, e et e, et praebent differentiando

$$\left.\begin{aligned}
df &= \left(\frac{df}{da}\right)da + \left(\frac{df}{dc}\right)dc + \left(\frac{df}{de}\right)de \\
dlr &= \left(\frac{dlr}{da}\right)da + \left(\frac{dlr}{dc}\right)dc + \left(\frac{dlr}{dc}\right)de \\
df_{,} &= \left(\frac{df_{,}}{da}\right)da + \left(\frac{df_{,}}{dc}\right)dc + \left(\frac{df_{,}}{de}\right)de
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(22)$$

ex aequationibus vero

Digitized by Google

$$(23)\quad\cdots\cdots\begin{cases}\rho\cos\varphi &= a\cos v - ae\\ \rho\sin\varphi &= a\sqrt{(1-e^2)}.\sin v\\ \varphi, &= \frac{a^2n}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)}\\ n\tau+\varepsilon &= v - e\sin v\\ a^3n^2 &= k\mu\end{cases}$$

prodibunt a, c et e tanquam functiones ipsarum φ, ρ et $\varphi,$, unde differentiando et eliminando evadent

$$da = \left(\frac{da}{d\varphi}\right)d\varphi + \left(\frac{da}{dl_\rho}\right)dl_\rho + \left(\frac{da}{d\varphi,}\right)d\varphi,$$
$$dc = \left(\frac{dc}{d\varphi}\right)d\varphi + \left(\frac{dc}{dl_\rho}\right)dl_\rho + \left(\frac{dc}{d\varphi,}\right)d\varphi,$$
$$de = \left(\frac{de}{d\varphi}\right)d\varphi + \left(\frac{de}{dl_\rho}\right)dl_\rho + \left(\frac{de}{d\varphi,}\right)d\varphi,$$

quibus in (22) substitutis, elicitur

$$(24)\quad\cdots\cdots\begin{cases}df = \left\{\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{d\varphi}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{d\varphi}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{d\varphi}\right)\right\}d\varphi+\left\{\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{dl_\rho}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{dl_\rho}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{dl_\rho}\right)\right\}dl_\rho\\ \qquad+\left\{\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{d\varphi,}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{d\varphi,}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{d\varphi,}\right)\right\}d\varphi,\end{cases}$$

et similes aequationes pro dlr et $df,$.

Quum vero, posito $t = \tau$, aequationes (21), e quibus quotientes $\left(\frac{df}{da}\right)$, $\left(\frac{df}{dc}\right)$ etc. derivandi sunt, cum aequationibus (23) quae quotientes $\left(\frac{da}{d\varphi}\right)$, $\left(\frac{dc}{d\varphi}\right)$ etc. praebebunt, plane congruant, necesse est haberemus aequationes identicas, si ad laevam in (24) resp. $d\varphi$, dl_ρ et $d\varphi,$ loco df, dlr et $df,$ posuerimus, quare

$$\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{d\varphi}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{d\varphi}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{d\varphi}\right) = 1$$
$$\left(\frac{dl_\rho}{da}\right)\left(\frac{da}{dl_\rho}\right)+\left(\frac{dl_\rho}{dc}\right)\left(\frac{dc}{dl_\rho}\right)+\left(\frac{dl_\rho}{de}\right)\left(\frac{de}{dl_\rho}\right) = 1$$
$$\left(\frac{df,}{da}\right)\left(\frac{da}{d\varphi,}\right)+\left(\frac{df,}{dc}\right)\left(\frac{dc}{d\varphi,}\right)+\left(\frac{df,}{de}\right)\left(\frac{de}{d\varphi,}\right) = 1$$
$$\left(\frac{df}{da}\right)\left(\frac{da}{dl_\rho}\right)+\left(\frac{df}{dc}\right)\left(\frac{dc}{dl_\rho}\right)+\left(\frac{df}{de}\right)\left(\frac{de}{dl_\rho}\right) = 0, \text{ etc.}$$

unde sequitur esse, facto $t = \tau$,

$$(25)\quad\cdots\cdots\begin{cases}\left(\frac{df}{d\varphi}\right)=1; & \left(\frac{df}{dl_\rho}\right)=0; & \left(\frac{df}{d\varphi,}\right)=0\\ \left(\frac{dlr}{d\varphi}\right)=0; & \left(\frac{dlr}{dl_\rho}\right)=1; & \left(\frac{dlr}{d\varphi,}\right)=0\\ \left(\frac{df,}{d\varphi}\right)=0; & \left(\frac{df,}{dl_\rho}\right)=0; & \left(\frac{df,}{d\varphi,}\right)=1\end{cases}$$

Itaque his valoribus nec non aequationibus (19) in (20) substitutis, emergunt

$$(26)\quad\cdots\cdots\begin{cases}\left(\frac{d\xi}{d\varphi}\right) = -\rho\sin\varphi; & \left(\frac{d\xi}{dl_\rho}\right) = \rho\cos\varphi; & \left(\frac{d\xi}{d\varphi,}\right) = 0\\ \left(\frac{d\eta}{d\varphi}\right) = \rho\cos\varphi; & \left(\frac{d\eta}{dl_\rho}\right) = \rho\sin\varphi; & \left(\frac{d\eta}{d\varphi,}\right) = 0\end{cases}$$

21.

Differentiatis aequationibus

$$\xi = r\cos f, \quad \eta = r\sin f$$

secundum tempus, obtinetur

$$\xi, = \left(\frac{dr}{dt}\right)\cos f - \left(\frac{df}{dt}\right)r\sin f$$
$$\eta, = \left(\frac{dr}{dt}\right)\sin f + \left(\frac{df}{dt}\right)r\cos f$$

quae, quum sint

$$\left(\frac{dr}{dt}\right) = ane\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}}; \quad \left(\frac{df}{dt}\right) = \frac{a^2n}{r^2}\sqrt{(1-e^2)}$$

abeunt in

$$\xi, = -\frac{an\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}}$$
$$\eta, = \frac{ane}{\sqrt{(1-e^2)}} + \frac{an\cos f}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

aequatio vero

$$f, = \frac{a^2n}{r^2}\sqrt{(1-e^2)}$$

praebet

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2)}} = \frac{a^2n}{r^2f,}$$

unde

$$\xi, = -\frac{a^2n^2\sin f}{r^2f,} = -\frac{k\mu\sin f}{r^2f,}$$

Quantitas igitur $\xi,$ est functio ipsarum $f,$ r et $f,$ absque elementis a, c et e, quare statim reperitur

$$d\xi, = -\frac{k\mu\cos f}{r^2f,}df + 2\frac{k\mu\sin f}{r^2f,}dlr + \frac{k\mu\sin f}{r^2f,^2}df,$$

hinc, eliminatis $k\mu$ et $f,$, scriptaque τ loco t, evadit

$$(27)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots d\xi, = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos\varphi\,df + 2\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\sin\varphi\,dlr + \frac{\rho^2\sin\varphi}{a(1-e^2)}df,$$

Digitized by Google

quae aequatio, ratione habita aequationum (25), differentialia partialia ipsius ξ, respectu φ, $l\rho$ et $\varphi_{,}$, immediate praebet. Quum in valore ipsius η, supra allato elementa a et e haud aeque facile eliminare liceat, ad ejus differentialia partialia respectu φ, $l\rho$ et $\varphi_{,}$ obtinenda aliam viam ingrediamur necesse est. Si ex valoribus supra datis ipsarum ξ, $\xi_{,}$, η et $\eta_{,}$ computatur quantitas $\xi\eta_{,} - \xi_{,}\eta$, qua praeterea opus est, facile invenitur

$$\xi\eta_{,} - \xi_{,}\eta = a^2 n\sqrt{(1-e^2)} = r^2 f,$$

quae quantitas igitur functionem quoque ipsarum r et f, absque elementis a, e et ε ae praestat. Ideo differentiata praebet

$$d\eta_{,} = \frac{2r^2 f_{,}}{\xi} dlr + \frac{r^2}{\xi} df_{,} - \frac{\eta_{,}}{\xi} d\xi + \frac{\eta}{\xi} d\xi_{,} + \frac{\xi_{,}}{\xi} d\eta$$

quae, substitutis pro ξ, η, $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $d\xi$, $d\eta$ et $d\xi_{,}$ valoribus earum supra datis, mutatoque ε in τ, facili opera *) abit in hanc

$$(28)\ldots\ldots d\eta_{,} = \frac{an\sin\varphi(e-\cos\varphi)}{\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}} df + \frac{an(3+e\cos\varphi-2\cos^2\varphi)}{\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}} dlr + \frac{\rho^2(2+e\cos\varphi-\cos^2\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)} df_{,}$$

Ope aequationum igitur (25) adipiscimur ex (2") et (28)

$$(29)\ldots\ldots\begin{cases} \left(\frac{d\xi_{,}}{d\varphi}\right) = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos\varphi, & \left(\frac{d\eta_{,}}{d\varphi}\right) = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{\sin\varphi(e-\cos\varphi)}{\cos\varphi} \\ \left(\frac{d\xi_{,}}{dl\rho}\right) = 2\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\sin\varphi, & \left(\frac{d\eta_{,}}{dl\rho}\right) = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{3+e\cos\varphi-2\cos^2\varphi}{\cos\varphi} \\ \left(\frac{d\xi_{,}}{d\varphi_{,}}\right) = \frac{\rho^2\sin\varphi}{a(1-e^2)} & \left(\frac{d\eta_{,}}{d\varphi_{,}}\right) = \frac{\rho^2(2+e\cos\varphi-\cos^2\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)} \end{cases}$$

Jam omnia praesto sunt, quae ad computationem ipsarum $(\varphi, l\rho)$, $(\varphi, \varphi_{,})$ et $(l\rho, \varphi_{,})$ requiruntur, atque substitutis expressionibus (26) et (29) in formulis art. 19, post facilem reductionem, inveniuntur

$$(\varphi, l\rho) = 2a^2 n\sqrt{(1-e^2)} - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{e\rho}{\cos\varphi}$$
$$(\varphi, \varphi_{,}) = \rho^2$$
$$(l\rho, \varphi_{,}) = \frac{\rho^2\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)}$$

22.

Ad quantitates (φ, χ), etc. obtinendas differentientur expressiones (15) unde

$$\begin{aligned} d\alpha &= \beta\, d\omega - \alpha_{,} d\theta + \alpha_{,,}\sin\theta\, di \\ d\beta &= -\alpha\, d\omega - \beta_{,} d\theta + \beta_{,,}\sin\theta\, di \\ d\alpha_{,} &= \beta_{,}\, d\omega + \alpha\, d\theta - \alpha_{,,}\cos\theta\, di \\ d\beta_{,} &= -\alpha_{,} d\omega + \beta\, d\theta - \beta_{,,}\cos\theta\, di \\ d\alpha_{,,} &= \beta_{,,} d\omega + \sin\omega\cos i\, di \\ d\beta_{,,} &= -\alpha_{,,} d\omega + \cos\omega\cos i\, di \end{aligned}$$

Sed aequationes (16) subministrant

$$\begin{aligned} d\omega &= d\chi - \cos i\frac{\cos\omega}{\sin i} d\psi - \cos i\frac{\sin\omega}{\sin i} d\sigma \\ d\theta &= \frac{\cos\omega}{\sin i} d\psi + \frac{\sin\omega}{\sin i} d\sigma \\ di &= -\sin\omega\, d\psi + \cos\omega\, d\sigma \end{aligned}$$

unde

$$\left(\frac{d\alpha}{d\chi}\right) = \beta, \quad \left(\frac{d\alpha}{d\psi}\right) = -\sin\theta\sin i, \quad \left(\frac{d\alpha}{d\sigma}\right) = 0$$
$$\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right) = -\alpha, \quad \left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) = 0, \quad \left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) = \sin\theta\sin i$$
$$\left(\frac{d\alpha_{,}}{d\chi}\right) = \beta_{,}, \quad \left(\frac{d\alpha_{,}}{d\psi}\right) = \cos\theta\sin i, \quad \left(\frac{d\alpha_{,}}{d\sigma}\right) = 0$$
$$\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right) = -\alpha_{,}, \quad \left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right) = 0, \quad \left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right) = -\cos\theta\sin i$$
$$\left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\chi}\right) = \beta_{,,}, \quad \left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\psi}\right) = -\cos i, \quad \left(\frac{d\alpha_{,,}}{d\sigma}\right) = 0$$
$$\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right) = -\alpha_{,,}, \quad \left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right) = 0, \quad \left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right) = \cos i$$

quare

$$\alpha\left(\frac{d\beta}{d\chi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\chi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\chi}\right) = -1$$
$$\alpha\left(\frac{d\beta}{d\psi}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\psi}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\psi}\right) = 0$$
$$\alpha\left(\frac{d\beta}{d\sigma}\right) + \alpha_{,}\left(\frac{d\beta_{,}}{d\sigma}\right) + \alpha_{,,}\left(\frac{d\beta_{,,}}{d\sigma}\right) = 0$$

*) Semel animadverto, reductiones algebraicas omnes quibus in hac commentatione opus est, ope formularum harum

$$1 = \frac{\rho}{a}\cdot\frac{1}{1-e^2} + \frac{\rho}{a}\cdot\frac{e\cos\varphi}{1-e^2}$$
$$1 = \frac{r}{a}\cdot\frac{1}{1-e^2} + \frac{r}{a}\cdot\frac{e\cos f}{1-e^2}$$

quae ex notis expressionibus ipsarum ρ et r facile derivantur, percommode absolvi posse.

Digitized by Google

In art. praeced. invenimus

$$\xi\eta, - \xi,\eta = r^2 f,$$

unde

$$\frac{d.(\xi\eta, - \xi,\eta)}{d\varphi} = 0$$

$$\frac{d.(\xi\eta, - \xi,\eta)}{dl_\rho} = 2\rho^2\varphi, = 2a^2n\sqrt{(1-e^2)}$$

$$\frac{d.(\xi\eta, - \xi,\eta)}{d\varphi,} = \rho^2$$

Aequationes igitur praecedentes una cum formulis art. 19 praebent

$$(\varphi,\chi) = 0,\ (\varphi,\psi) = 0,\ (\varphi,\sigma) = 0,\ (l_\rho,\chi) = -2a^2n\sqrt{(1-e^2)}$$
$$(l_\rho,\psi) = 0,\ (l_\rho,\sigma) = 0,\ (\varphi,,\chi) = -\rho^2$$
$$(\varphi,,\psi) = 0,\ (\varphi,,\sigma) = 0$$

denique formulae art. 19, si quotientes differentiales in hoc articulo evoluti substituti fuerint, submministrabunt

$$(\chi,\psi) = 0,\ (\chi,\sigma) = 0,\ (\psi,\sigma) = -a^2n\sqrt{(1-e^2)}.$$

23.

Ope valorum ipsarum (φ, l_ρ), $(\varphi, \varphi,)$ etc. etc. in artt. praec. inventorum, aequationes (6) praebent, si insuper pro $k\mu$ ponitur valor ejus a^3n^2,

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)dt = \left(2a^2n\sqrt{(1-e^2)} - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{e\rho}{\cos\varphi}\right)dl_\rho + \rho^2 d\varphi,$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{dl_\rho}\right)dt = -\left(2a^2n\sqrt{(1-e^2)} - \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cdot\frac{e\rho}{\cos\varphi}\right)d\varphi + \frac{\rho^2\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)}d\varphi, - 2a^2n\sqrt{(1-e^2)}\,d\chi$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right)dt = -\rho^2 d\varphi - \frac{\rho^2\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{a\cos\varphi(1-e^2)}dl_\rho - \rho^2 d\chi$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)dt = 2a^2n\sqrt{(1-e^2)}\,dl_\rho + \rho^2 d\varphi,$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)dt = -a^2n\sqrt{(1-e^2)}\,d\sigma$$

$$a^3n^2\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right)dt = a^2n\sqrt{(1-e^2)}\,d\psi$$

Hinc eliminatione perfacili, et ponendo $\rho\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)$ loco $\left(\frac{d\Omega}{dl_\rho}\right)$ obtinentur

$$d\varphi = \frac{a^2n\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}{e}\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)dt - \frac{an\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{e\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)dt - 2\frac{a^4n^3(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right)dt$$

$$dl_\rho = \frac{a^2n\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}{e\rho}\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) - \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)\right\}dt$$

$$d\varphi, = 2\frac{a^4n^3(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)dt + \left\{\frac{a^3n^2}{\rho^2} - 2\frac{a^4n^3(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3}\right\}\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)dt$$

$$d\chi = \frac{an\sin\varphi(2+e\cos\varphi)}{e\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)dt - \frac{a^2n\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}{e}\left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)dt + \left\{2\frac{a^4n^3(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3} - \frac{a^3n^2}{\rho^2}\right\}\left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right)dt$$

$$d\psi = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right)dt$$

$$d\sigma = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)dt$$

Quibus aequationibus integratis, secundum theorema art. 9 valor verus perturbatus anomaliae verae obtinetur, si in valore ipsius φ, et valor verus perturbatus logarithmi hyperbolici radii vectoris, si in valore ipsius l_ρ mutatur τ in t. Valores ipsarum χ, ψ et σ ex posterioribus tribus harum aequationum prodituri situm orbitae in spatio determinant, aequatio vero pro φ, ad efficiendas integrationes ceterarum aequationum tantum inservit.

24.

Ad locum planetae in orbita determinandum apta est quantitas λ, quae ita cum quantitatibus φ et χ juncta sit, ut habeatur

$$\lambda = \varphi + \chi \quad \text{unde} \quad \varphi, = \lambda,$$

si per λ, designatur differentiale ipsius λ respectu τ per $d\tau$ divisum. Considerando vero Ω tum tanquam functionem ipsarum φ, φ, et χ, tum tanquam functionem ipsarum λ, λ, et χ, habetur

$$d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right)d\varphi + \left(\frac{d\Omega}{d\varphi,}\right)d\varphi, + \left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)d\chi$$
$$= \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)d\lambda + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda,}\right)d\lambda, + \left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)d\chi$$

e qua ope aequationum

$$d\lambda = d\varphi + d\chi, \quad d\varphi, = d\lambda,$$

emergunt

Digitized by Google

$$\left(\frac{d\Omega}{d\varphi}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\varphi_{,}}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\chi_{,}}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$$

quarum sinistrae partes pro functionibus ipsarum φ, $\varphi_{,}$ et χ, dextrae vero pro functionibus ipsarum λ, $\lambda_{,}$ et χ habentur. Loco aequationum art. praec. pro $d\varphi$, dlp et $d\varphi_{,}$ igitur nanciscimur has

$$(30)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} d\lambda &= -\dfrac{an\sin\varphi\,(2+e\cos\varphi)}{e\sqrt{(1-e^2)}}\left(\dfrac{d\Omega}{d\chi}\right)dt - \dfrac{a^2n^2}{\rho^2}\left(\dfrac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)dt \\ d\lambda_{,} &= \left\{\dfrac{a^2n^2}{\rho^2} - 2\dfrac{a^4n^2(1-e^2)\cos\varphi}{e\rho^3}\right\}\left(\dfrac{d\Omega}{d\chi}\right)dt + \dfrac{a^2n^2}{\rho^2}\left(\dfrac{d\Omega}{d\lambda}\right)dt \\ dlp &= \dfrac{a^2n\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)}}{e\rho}\left(\dfrac{d\Omega}{d\chi}\right)dt \end{cases}$$

Denotantibus v longitudinem veram in orbita, s sinum latitudinis supra planum fixum ipsarum xy et l longitudinem veram ad idem planum reductam, ex art. 16 habemus

$$s = \sin i \sin(v-\theta)$$
$$tg(l-\theta) = tg(v-\theta)\cos i$$

Sed posito

$$v_{,} = \int d\lambda$$

quoties in dextro hujus aequationis membro post integrationem τ in t mutatur, erit

$$v_{,} = f + \chi$$

Quum vero sit

$$v = f + \omega + \theta$$

aequationes hae praebent

$$v = v_{,} + \omega + \theta - \chi$$

et aequationes supra allatae transeunt in has

$$s = \sin i \sin(v_{,} - (\chi - \omega))$$
$$tg(l-\theta) = tg(v_{,} - (\chi-\omega))\cos i$$

quae, introductis quantitatibus p et q per has aequationes determinandis

$$\left.\begin{aligned} p &= \sin i \sin(\chi-\omega) \\ q &= \sin i \cos(\chi-\omega) \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(31)$$

facila mutantur in has

$$s = q\cos v_{,} - p\sin v_{,}$$
$$l = v_{,} + \omega - \chi + \theta + arc.\,tg\left\{\frac{2pq\cos 2v_{,} + (p^2-q^2)\sin 2v_{,}}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]^2 + 2pq\sin 2v_{,} - (p^2-q^2)\cos 2v_{,}}\right\}$$

25.

Quantitates p et q ope ψ et σ sequenti modo exprimuntur. Differentiatae aequationes (31) praebent

$$dp = \cos i \sin(\chi-\omega)\,di + \sin i\cos(\chi-\omega)(d\chi - d\omega)$$
$$dq = \cos i\cos(\chi-\omega)\,di - \sin i\sin(\chi-\omega)(d\chi - d\omega)$$

Sed ex aequationibus (16) emergunt

$$(32)\ldots\ldots\begin{cases} d\chi - d\omega &= \cos i\,\dfrac{\cos\omega}{\sin i}\,d\psi + \cos i\,\dfrac{\sin\omega}{\sin i}\,d\sigma \\ di &= -\sin\omega\,d\psi + \cos\omega\,d\sigma \end{cases}$$

quibus praecedantes aequationes abeunt in

$$\left.\begin{aligned} dp &= \cos i\cos\chi\,d\psi + \cos i\sin\chi\,d\sigma \\ dq &= -\cos i\sin\chi\,d\psi + \cos i\cos\chi\,d\sigma \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(33)$$

Quantitates dp et dq commode quoque per vim perturbantem ipsam exprimuntur. Quem in finem substituantur loco $d\psi$ et $d\sigma$ valores earum ex art. 23, unde prodit

$$\left.\begin{aligned} dp &= \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\cos i\cos\chi\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right) - \cos i\sin\chi\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)\right\}dt \\ dq &= -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\cos i\sin\chi\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right) + \cos i\cos\chi\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)\right\}dt \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(34)$$

Sed habita Ω tum pro functione ipsarum p et q, tum pro functione ipsarum ψ et σ, erit

$$d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)dp + \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)dq = \left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right)d\psi + \left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right)d\sigma$$

quae aequatio, habita ratione aequationum (33), praebet

$$\left(\frac{d\Omega}{d\psi}\right) = \cos i\cos\chi\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) - \cos i\sin\chi\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right) = \cos i\sin\chi\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) + \cos i\cos\chi\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$$

substitutis his valoribus in aequationibus (34), emergunt

$$dp = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos^2 i\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)dt$$
$$dq = -\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\cos^2 i\left(\frac{d\Omega}{dp}\right)dt$$

Quantitas $\omega - \chi + \theta$ in ultima formula art. praec. occurrens per p et q exprimi potest. Prima aequatio (32) una cum

$$d\theta = \frac{\cos\omega}{\sin i}\,d\psi + \frac{\sin\omega}{\sin i}\,d\sigma$$

Digitized by Google

praebet

$$d(\omega-\chi+\theta) = (1-\cos i)\left\{\frac{\cos\omega}{\sin i}\,d\psi + \frac{\sin\omega}{\sin i}\,d\sigma\right\}$$

sed aequationes (33) subministrant

$$d\psi = \frac{\cos\chi}{\cos i}\,dp - \frac{\sin\chi}{\cos i}\,dq$$
$$d\sigma = \frac{\sin\chi}{\cos i}\,dp + \frac{\cos\chi}{\cos i}\,dq$$

quibus praecedens abit in hanc

$$d(\omega-\chi+\theta) = \frac{\sin i\cos(\chi-\omega)\,dp - \sin i\sin(\chi-\omega)\,dq}{(1+\cos i)\cos i}$$

unde fit, ope aequationum (31)

$$d(\omega-\chi+\theta) = \frac{q\,dp - p\,dq}{[1+\sqrt{(1-p^2-q^2)}]\sqrt{(1-p^2-p^2)}}$$

Quae aequationes omnes cum iis quas in commentatione: Disquisitiones continuatae etc. inscripta inveneram plane congruunt.

26.

Licet per aequationes hic evolutas, quae λ et $l\varrho$ praebent, situs planetae in orbita sua semper accuratissime determinari possit, transformatio tamen harum coordinatarum ad aequationes perducit, quibus non modo computatio perturbationum commodius absolvitur, sed quae insuper ad novam aptioremque tabularum motum planetarum beliocentricum exhibentium formam viam muniunt.

Qualescunque sunt coordinatae novae, quas s atque ω denotabo, certo pro functionibus ipsarum ν, atque r, sive, id quod idem est, s atque ω pro functionibus ipsarum ν, atque lr habendae sunt. Ideo vice versa ν, atque lr functiones ipsarum s atque ω erunt. Quare accipiam esse

$$\nu = \Pi(s,\omega)$$
$$lr = \Gamma(s,\omega)$$

denotantibus Π et Γ functiones quasdam. Considerando vero loco ipsarum s atque ω functiones ζ atque β, quae illis plane anologae eo tantum discrepant, quod in valoribus earum pure ellipticis τ loco t inest, secundum praecedentia manifestum est, easdem expressiones, quibus s atque ω cum ipsis ν, atque lr junguntur, praebituras esse ζ atque β per λ atque $l\varrho$ et vice versa, nec non his ipsis expressionibus, quoties λ, $l\varrho$ et cetera elementa variabilia spectantur et post integrationes peractas τ in t mutatum fuerit, valores veros perturbatos ipsarum s et ω compertum iri tales, quales ex valoribus perturbatis ipsarum ν, et lr immediate essent prodituri. Sunt igitur

$$\lambda = \Pi(\zeta,\beta)$$
$$l\varrho = \Gamma(\zeta,\beta)$$

Differentiatis his aequationibus tum respectu τ tum respectu t, elicitur

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right) = \Pi'(\zeta,\beta)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) + \Pi_{,}(\zeta,\beta)\left(\frac{d\beta}{dt}\right)$$
$$\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) = \Pi'(\zeta,\beta)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) + \Pi_{,}(\zeta,\beta)\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$$
$$\left(\frac{dl\varrho}{dt}\right) = \Gamma'(\zeta,\beta)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) + \Gamma_{,}(\zeta,\beta)\left(\frac{d\beta}{dt}\right)$$
$$\left(\frac{dl\varrho}{d\tau}\right) = \Gamma'(\zeta,\beta)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) + \Gamma_{,}(\zeta,\beta)\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$$

ubi Π' et $\Pi_{,}$ quotientes differentiales ipsius Π, et Γ' atque $\Gamma_{,}$ quotientes differentiales ipsius Γ, resp. respectu ζ atque β denotant. Eliminatis Π' et Γ' inter has aequationes, emergunt

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) = \Pi_{,}(\zeta,\beta)\left\{\left(\frac{d\beta}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)\right\}$$
$$\left(\frac{dl\varrho}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{dl\varrho}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) = \Gamma_{,}(\zeta,\beta)\left\{\left(\frac{d\beta}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)\right\}$$

quae igitur formulae, in transformatione coordinatarum casus omnes qui accidere possunt amplectenti, generaliter valent. Ut vero formulas adipiscamur, quae a functionibus arbitrariis liberae sunt, casus quem adhuc consideravimus restringatur, oportet. Sint itaque $\Pi_{,}(\zeta,\beta) = 0$ atque $\Gamma_{,}(\zeta,\beta) = 1$, unde praecedentes aequationes abeunt in has

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) = 0$$
$$\left(\frac{dl\varrho}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{dl\varrho}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) = \left(\frac{d\beta}{dt}\right)\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)$$

quae facili opera transformantur in has

(35)
$$\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} = \frac{\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)}$$
$$\left(\frac{d\beta}{dt}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} = \frac{\left(\frac{dl\varrho}{dt}\right)\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) - \left(\frac{dl\varrho}{d\tau}\right)\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)}$$

Digitized by Google

quarum dextrae partes functiones ipsarum λ et $l\rho$ sunt, quae quantitates datae spectantur, sinistrae vero partes incognitas ζ et β tantum continent. Aequationes vero $\Pi(\zeta, \beta) = 0$ atque $\Gamma(\zeta, \beta) = 1$, probant haberi

$$\lambda = \Pi(\zeta)$$
$$l\rho = \Gamma(\zeta) + \beta$$

quae vice versa praebent

$$\zeta = P(\lambda)$$
$$\beta = G(\lambda) + l\rho$$

denotantibus P et G functiones inversas ipsarum Π et Γ. Quoties igitur transformatio coordinatarum ita perficitur, ut formulis praecedentibus, ubi $P(\lambda)$ et $G(\lambda)$ sunt functiones quaecunque ipsius λ, satisfaciat, aequationes (35) semper locum habent. Si loco primae harum aequationum ejus differentiale respectu τ in calculum vocatur, et ponantur

$$T = \frac{\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau\, dt}\right)\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) - \left(\frac{d^2\lambda}{d\tau}\right)\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^3}$$

$$R = \frac{\left(\frac{d\, l\rho}{dt}\right)\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) - \left(\frac{d\, l\rho}{d\tau}\right)\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^2}$$

sunt T atque R functiones ipsarum λ atque $l\rho$, quarum altera alteri fere similis est, quas ante omnia evolvi oportet.

27.

Quantitates $\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau^2}\right)$ et $\left(\frac{d\, l\rho}{d\tau}\right)$ quas expressiones ipsarum T et R continent, duplici modo in calculum vocari possunt. Aut aequationes illis art. 23 plane similes pro differentialibus earum respectu temporis evolvi possunt, quae per integrationem quantitates ipsas praebebunt, aut quantitates eae nec non $\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)$ tamquam functiones ipsarum φ, ρ, φ_1, etc. spectari possunt, quarum valores perturbatos nanciscemur, si in earum expressionibus pure ellipticis loco φ, ρ, φ_1 etc. valores perturbatos harum quantitatum substituemus. Methodus posterior in finem eum quem hic persequor illa aptior est, et optimo jure applicari potest, licet expressio ipsius T quantitatem $\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau^2}\right)$ contineat, cujus significatio in motu perturbato secundum art. 10 a significatione in motu imperturbato differt; sed quoniam expressio ipsius T antequam ζ ex ea deducitur, respectu ipsius τ integranda est, ea quae in fine art. 10 de $\frac{d^2\varphi}{d\tau^2}$ exposui huc referri possunt, et significationes ejus in utroque motus genere diversae hoc loco nullam vim habent. Quibus positis, juxta formulas notas ad motum ellipticum pertinentes in expressionibus pro T et R ponenda sunt

$$\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right) = \frac{a^2 n}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)}$$
$$\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau^2}\right) = -2\frac{a^4 n^2}{\rho^3} e \sin\varphi$$
$$\left(\frac{d\, l\rho}{d\tau}\right) = \frac{an}{\rho}\frac{e\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

Jam quum formulae (30) quantitates $\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)$, $\left(\frac{d\, l\rho}{dt}\right)$ et $\left(\frac{d^2\lambda}{d\tau\, dt}\right)$ sive $\left(\frac{d\lambda_1}{dt}\right)$ immediate praebeant, omnia quae ad computationem ipsarum T et R requiruntur praesto sunt et facili opera inveniuntur

$$T = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\right\} - 2\frac{n\rho(2e + \cos\varphi + e^2\cos\varphi)}{e(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) - 2\frac{a^2 n^2 e\sin\varphi}{\rho(1-e^2)}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)$$

$$R = \frac{n\rho(2e + \cos\varphi + e^2\cos\varphi)}{e(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) + \frac{a^2 n^2 e\sin\varphi}{\rho(1-e^2)}\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_1}\right)$$

Quae expressiones jam insignem monstrant relationem inter T et R quam alibi dedi. Nam posita aequatione hac

$$(36)\ldots\ldots \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\right\} = d\,lh$$

aequationes praecedentes praebent hanc

$$(37)\ldots\ldots\ldots\ldots 2R + T = d\,lh$$

quae aequatio, quum sit

$$T = \frac{d.\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}}{d\tau}$$

$$R = \left(\frac{d\beta}{dt}\right) - \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}$$

abit in

$$2\left(\frac{d\beta}{dt}\right) - 2\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} + \frac{d.\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}}{d\tau} = d\,lh$$

cujus integrale est

$$2\beta + l\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) - lh = \psi(\zeta)\ldots\ldots\ldots(38)$$

Digitized by Google

designante $\psi(\zeta)$ functionem arbitrariam ipsius ζ, sicut in theoria Jovis atque Saturni jam demonstravi. Quod igitur integrale non modo in casu eo valet, ubi ζ longitudo media perturbata repraesentat, sed generaliter valet, manentibus Π et Γ functiones quascunque ipsius ζ. Functio vero ψ e functionibus Π et Γ pendet et vice versa assumto ad lubitum valore ipsius ψ, functiones Π et Γ penitus arbitrariae spectari nequeunt.

Expressiones pro T et R supra datae adjumento aequationum art. 23 semper integrari possunt, ut vero ex T et R quantitates ζ et β eliciantur, $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ et $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ requiruntur, quae computari nequeunt, nisi functiones Π et Γ sint datae.

28.

Jam sit nobis negotium primum expressiones pro T et R in art. praec. inventas ita exhibere, ut functiones ipsius r quas cohibent explicite adstent, id quod fit introducendo quotientes differentiales ipsius Ω respectu v, et r loco quotientium respectu χ, λ et $\lambda_{,}$. Habita Ω tum pro functione ipsarum $v_{,}$, r, θ et i, tum pro functione ipsarum λ, ρ, $\lambda_{,}$, χ, p et q erit

$$(39)\quad \begin{cases} d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)dv_{,} + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)dr + \left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)d\theta + \left(\frac{d\Omega}{di}\right)di \\ d\Omega = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)d\lambda + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)d\rho + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)d\lambda_{,} + \left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)d\chi + \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)dp + \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)dq \end{cases}$$

sed aequationes (23) differentiatae praebent

$$\begin{aligned} d\varphi &= \left(\frac{d\varphi}{da}\right)da + \frac{a^2}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)}\,dc + \left(\frac{1}{1-e^2} + \frac{a}{\rho}\right)\sin\varphi\, de \\ d\lambda &= \left(\frac{d\lambda}{da}\right)da + \frac{a^2}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)}\,dc + \left(\frac{1}{1-e^2} + \frac{a}{\rho}\right)\sin\varphi\, de + d\omega + \cos i\, d\theta \\ d\rho &= \left(\frac{d\rho}{da}\right)da + ae\frac{\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}}dc - a\cos\varphi\, de \\ d\lambda_{,} &= \left(\frac{d\lambda_{,}}{da}\right)da - 2\frac{a^3n}{\rho^3}e\sin\varphi\, dc + \left\{2\frac{a^3n}{\rho^3}\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)} - \frac{a^2ne}{\rho^3\sqrt{(1-e^2)}}\right\}de \end{aligned}$$

ex quibus mutato r in s evadunt

$$\begin{aligned} dv_{,} &= \left(\frac{dv_{,}}{da}\right)da + \frac{a^2}{r^2}\sqrt{(1-e^2)}\,dc + \left(\frac{1}{1-e^2} + \frac{a}{r}\right)\sin f\, de + d\omega + \cos i\, d\theta \\ dr &= \left(\frac{dr}{da}\right)da + ae\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}}dc - a\cos f\, de \end{aligned}$$

porro ex aequationibus (16) et ex initio art. 25 habetur

$$\begin{aligned} d\chi &= d\omega + \cos i\, d\theta \\ dp &= \cos i\sin(\chi-\omega)\,di + \sin i\cos i\cos(\chi-\omega)\,d\theta \\ dq &= \cos i\cos(\chi-\omega)\,di - \sin i\cos i\sin(\chi-\omega)\,d\theta \end{aligned}$$

quibus differentialium valoribus in (39) substitutis, invenientur, si termini per eadem differentialia multiplicati aequati erunt, aequationes hae

$$(40)\quad \begin{cases} \left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)\left(\frac{dv_{,}}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{dr}{da}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{d\lambda}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\left(\frac{d\rho}{da}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left(\frac{d\lambda_{,}}{da}\right) \\ \left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)\frac{a^2}{r^2}\sqrt{(1-e^2)} + \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)ae\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}} = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\frac{a^2}{\rho^2}\sqrt{(1-e^2)} + \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)\frac{ae\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}} - \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)2\frac{a^3n}{\rho^3}e\sin\varphi \\ \left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)\left(\frac{1}{1-e^2} + \frac{a}{r}\right)\sin f - \left(\frac{d\Omega}{dr}\right)a\cos f = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\left(\frac{1}{1-e^2} + \frac{a}{\rho}\right)\sin\varphi - \left(\frac{d\Omega}{d\rho}\right)a\cos\varphi + \left(\frac{d\Omega}{d\lambda_{,}}\right)\left\{2\frac{a^3n}{\rho^3}\cos\varphi\sqrt{(1-e^2)} - \frac{a^2ne}{\rho^3\sqrt{(1-e^2)}}\right\} \\ \left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right) + \left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right) \\ \left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)\cos i + \left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\cos i + \left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)\cos i + \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)\sin i\cos i\cos(\chi-\omega) - \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)\sin i\cos i\sin(\chi-\omega) \\ \left(\frac{d\Omega}{di}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)\cos i\sin(\chi-\omega) + \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)\cos i\cos(\chi-\omega) \end{cases}$$

Digitized by Google

Multiplicata secunda harum aequationum per $\cos\varphi$, tertia per $\frac{e\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}}$, additisque productis, facili opera invenitur

$$\left(\frac{d\Omega}{dv_\iota}\right)\left\{\frac{\cos\varphi}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}+\frac{e\cos(f-\varphi)}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}+\frac{ae\cos(f-\varphi)}{r\sqrt{(1-e^2)}}\right\}+r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\frac{ae\sin(f-\varphi)}{r\sqrt{(1-e^2)}}=\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\frac{2e+\cos\varphi+e^2\cos\varphi}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}-\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_\iota}\right)\frac{a^2ne^2\sin\varphi}{\rho^2(1-e^2)}$$

sed quarta aequatio praebet

$$\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dv_\iota}\right)-\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)$$

Quo valore ipsius $\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)$ in aequatione praecedenti substituto, dextrum ejus membrum abit in

$$-R\frac{e}{\rho n}+\left(\frac{d\Omega}{dv_\iota}\right)\frac{2e+\cos\varphi+e^2\cos\varphi}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}$$

itaque, quum $1+e\cos\varphi=\frac{a(1-e^2)}{\rho}$ et $f-\varphi=v_\iota-\lambda$, fit

$$(41)\ldots\ldots R=-\left\{\frac{\rho}{r}\cos(v_\iota-\lambda)-1+\frac{\rho}{a(1-e^2)}[\cos(v_\iota-\lambda)-1]\right\}\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_\iota}\right)-\frac{\rho}{r}\sin(v_\iota-\lambda)\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$$

hinc, at quum sit $\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)=\left(\frac{d\Omega}{dv_\iota}\right)$ aequationes (36) et (37) subministrant statim

$$(42)\ldots T=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_\iota}\right)+2\left\{\frac{\rho}{r}\cos(v_\iota-\lambda)-1+\frac{\rho}{a(1-e^2)}[\cos(v_\iota-\lambda)-1]\right\}\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_\iota}\right)+2\frac{\rho}{r}\sin(v_\iota-\lambda)\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$$

quae aequationes cum illis congruunt, quas alibi ad determinandas perturbationes longitudinis mediae et logarithmi radii vectoris dedi, sed hoc loco demonstratum est, easdem semper locum habere, quomodocunque functiones $\Pi(\zeta)$ et $\Gamma(\zeta)$ compositae sunt.

Ad solutionem problematis ζ et β in genere determinandi complendam restat, ut constans, quae integrali $\int T d\tau$ adjicianda est, definiatur. Mutato τ in t, secunda vel tertia et quarta aequationum (40) solo intuitu probant fieri

$$\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)=0,\quad\left(\frac{d\Omega}{d\lambda_\iota}\right)=0$$

Itaque prima aequationum (30) monstrat, fieri $\frac{d\lambda}{dt}=0$ quoties τ in t mutatur, sed

$$\int T d\tau=\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}=\frac{\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)}$$

ergo necesse est habeamus

$$\int T d\tau=0$$

quoties in hoc integrale τ in t mutatur, quae conditio constantem huic integrationi adjiciendam, quae functio ipsius t esse potest, plane determinat.

29.

Perscrutemur quid quantitas in art. 27 h denotata et per aequationem hanc

$$dlh=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)\right\}dt=\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_\iota}\right)dt$$

determinanda, designet. Multiplicata secunda aequationum (30) per ρ^2, tertia per $\frac{1}{2}a^2n\sqrt{(1-e^2)}$, additisque productis, invenitur, propter $a^2n\sqrt{(1-e^2)}=\rho^2\lambda$,

$$a^2n^2\left\{\left(\frac{d\Omega}{d\chi}\right)+\left(\frac{d\Omega}{d\lambda}\right)\right\}dt=\rho^2dv_\iota+2\rho^2\lambda_\iota d\lambda_\rho=d.\lambda_\rho\rho^2$$
$$=d.a^2n\sqrt{(1-e^2)}.$$

sive

$$\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{dv_\iota}\right)dt=d.l.a^2n\sqrt{(1-e^2)}$$

itaque

$$const.\times h=a^2n\sqrt{(1-e^2)}$$

et si constans haec aequalis $\sqrt{(k\mu)}$ ponatur, h radicem quadraticam ex semiparametro denotat.

Quantitate ζ inventa, aequatio (38) ad computationem quantitatis w absque cognitione ipsius h inservire potest. Nam quum h sit quantitas ab ipsa τ libera, aequatio (38) respectu ipsius τ differentiata praebet

$$\frac{d\beta}{d\tau}=\frac{1}{2}\frac{d.\psi(\zeta)}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{d\tau}-\frac{1}{2}\frac{\frac{d^2\zeta}{d\tau^2}}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}$$

sed quum secundum art. 11 habeatur

$$\overline{\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)}=\frac{dw}{dt}\text{ et }\overline{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}=\frac{dz}{dt}$$

ubi linea superscripta denotat τ in t mutandum esse, aequatio praecedens fit

$$\frac{dw}{dt}=\frac{1}{2}\frac{d.\psi(z)}{dz}\cdot\frac{dz}{dt}-\frac{1}{2}\frac{\overline{\left(\frac{d^2\zeta}{d\tau^2}\right)}}{\frac{dz}{dt}}$$

e qua integrata emergit

$$w=const.+\frac{1}{2}\psi(z)-\frac{1}{2}\int\frac{\overline{\left(\frac{d^2\zeta}{d\tau^2}\right)}}{\frac{dz}{dt}}dt$$

ubi constans adjecta vera constans est.

Digitized by Google

30.

In commentatione pluries memorata expressiones illas (41) et (42) pro T et R ex consideratione perturbationum longitudinis mediae derivaveram, hoc vero loco hia casus specialis et sine dubio simplicissimus ex generaliori casu, quem adhuc consideravimus, deducendus est. Quum habeamus

$$(43)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\lambda &= \Pi(\zeta)\\ l\varrho &= \Gamma(\zeta)+\beta\end{cases}$$

ubi functiones Π et Γ penitus arbitrariae sunt, ad lubitum aequationes inter ζ atque $\Pi(\zeta)$ et $\Gamma(\zeta)$ statuere nobis licet. Ideo accipio esse

$$(44)\ldots\ldots\begin{cases}(n)\zeta + (\varepsilon) &= \bar{v} - (\varepsilon)\sin\bar{v}\\ \bar{\varrho}\cos\bar{\varphi} &= (a)\cos\bar{v} - (a)(e)\\ \bar{\varrho}\sin\bar{\varphi} &= (a)\sqrt{(1-(e)^2)}.\sin\bar{v}\end{cases}$$

ubi (a), (n), (e) et (ε) constantes atque $\bar{v}$ angulus auxiliaris est. Sunt igitur $\bar{\varrho}$ atque $\bar{\varphi}$ functiones solius variabilis ζ, et aequationes praecedentes non minus quam innumerae aliae aequationes conditioni requisitae respondent. Praeterea nihil refert, quosnam valores constantibus (a), (n), (e) et (ε) tribuamus, adeo ad lubitum sive $\Pi(\zeta) = \bar{\varphi}$ et $\Gamma(\zeta) = \bar{\varrho}$, sive $\Pi(\zeta) = \bar{\varrho}$ et $\Gamma(\zeta) = \bar{\varphi}$ statuere licet, modo quantitates $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ et $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ ita computentur, ut his hypothesibus respondeant. Ut vero solutio simplicissima investigetur, ponam

$$(45)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\Pi(\zeta) &= \bar{\varphi} + (\chi)\\ \Gamma(\zeta) &= \bar{\varrho} + \delta\end{cases}$$

denotantibus (χ) et δ constantes quasdam. Jam aequationes (43) una cum praecedentibus praebent

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{\frac{d\lambda}{d\tau}}{\frac{d.\Pi(\zeta)}{d\zeta}} = \frac{\frac{d\lambda}{d\tau}}{\frac{d\bar{\varphi}}{d\zeta}}$$

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{dl\varrho}{d\tau} - \frac{d.\Gamma(\zeta)}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{dl\varrho}{d\tau} - \frac{dl\bar{\varrho}}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{d\tau}$$

Sunt vero notae aequationes hae

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = \frac{a^2n}{\varrho^2}\sqrt{(1-e^2)},\qquad \frac{dl\varrho}{d\tau} = \frac{an}{\varrho}\cdot\frac{e\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

et simili modo aequationes (44) suppeditabunt

$$\frac{d\bar{\varphi}}{d\zeta} = \frac{(a)^2(n)}{\bar{\varrho}^2}\sqrt{(1-(e)^2)},\quad \frac{dl\bar{\varrho}}{d\zeta} = \frac{(a)(n)}{\bar{\varrho}}\cdot\frac{(e)\sin\bar{\varphi}}{\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

unde

$$(46.)\ldots\begin{cases}\frac{d\zeta}{d\tau} &= \frac{\bar{\varrho}^2a^2n\sqrt{(1-e^2)}}{\varrho^2(a)^2(n)\sqrt{(1-(e)^2)}}\\ \frac{d\beta}{d\tau} &= \frac{an\,e\sin\varphi}{\varrho\sqrt{(1-e^2)}} - \frac{\bar{\varrho}a^2n(e)\sin\bar{\varphi}\sqrt{(1-e^2)}}{\varrho^2(a)(1-(e)^2)}\end{cases}$$

31.

Constantes (a), (n), (c), (e) nec non constantes quae alio modo ipsi ζ inesse possent in art. praec. quaecunque fuerunt. Nunc vero accipio esse (a), (n), (c), (e) resp. valores ipsarum a, n, c, e, si vires perturbantes evanescunt, hoc est si massae m', m'', etc. cifrae aequales statuuntur, aequationes igitur (46) praebent sub hac conditione

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{\bar{\varrho}^2}{(\varrho)^2}$$

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{(a)(n)(e)\sin(\varphi)}{(\varrho)\sqrt{(1-(e)^2)}} - \frac{\bar{\varrho}(a)(n)(e)\sin\bar{\varphi}}{(\varrho)^2\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

denotantibus (ϱ) et (φ) valores ipsarum ϱ et φ si vires perturbantes evanescunt. In his aequationibus constantes quae ipsi ζ inesse possent si vires perturbantes evanescunt adhuc indeterminatae quidem sunt, sed non penitus arbitrariae. Quae enim constantes ita determinari debent, ut aequationi praecedenti pro $\frac{d\zeta}{d\tau}$ satisfaciant. Statuta vero, si vires perturbantes desunt, aequatione hac $\zeta = \tau$, habemus $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = 1$, et quum tum fiat

$$\bar{\varrho} = (\varrho)$$

aequatio praecedens quoque praebet

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = 1$$

aequatio igitur

$$\zeta = \tau$$

si vires perturbantes evanescunt, optimo jure statui potest. Quum praeterea hoc in casu sit $\bar{\varphi} = (\varphi)$, aequatio praecedens pro $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ praebet

$$\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right) = 0.$$

Ergo, his omnibus hypothesibus valentibus in approximatione prima ad integralia expressionum (41) et (42) poni debet

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = 1,\quad \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right) = 0$$

unde

$$T = \frac{d^2\zeta}{d\tau\,dt},\qquad R = \frac{d\beta}{dt}$$

Ad approximationes secundam et ulteriores perficiendas quantitatibus $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ et $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ valores ii attribuendi sunt, qui ex aequationibus (46) emergunt, sed his ipsis aequationibus opus non est. Nam quum approximatio prima ipsas ζ et β per t et τ immediate expressas praebitura sit, hae expressiones postquam respectu ipsius τ differentiatae fuerint,

Digitized by Google

valores ipsarum $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ et $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)$ quales in approximatione secunda adhibendi erunt, statim suppeditabunt. Eodem modo approximatio secunda valores eos harum quantitatum, quibus ad approximationem tertiam absolvendam opus erit, praebebunt, et sic porro.

Restat ut constantes (χ) et δ determinentur. Quum aequationes (43), (44) et (45) valores inperturbatos ipsarum λ et $l\rho$ suppeditare debeant, si vires perturbantes evanescunt, quumque in hoc casu sit $\zeta = \tau$, facile concluditur esse (χ) valori inperturbato ipsius χ, et δ cifrae aequalem, siquidem constans arbitraria integrali $fd\beta$ addenda cifrae aequalis ponatur. Quoties planetae orbita ad planum quoddam fixum refertur, est

$$(\chi) = (\omega) + (\vartheta)$$

nec non constantes perturbationibus ipsarum p, q et $\omega - \chi + \vartheta$, art. 24 addendae resp. sunt

$$\begin{aligned} (p) &= \sin(i)\sin(\vartheta) \\ (q) &= \sin(i)\cos(\vartheta) \\ (\omega) - (\chi) + (\vartheta) &= 0 \end{aligned}$$

denotantibus (ω), (i) et (ϑ) valores ipsarum ω, i et ϑ qui existunt, si vires perturbantes evanescunt. Quomodo constantes hae se habeant, quoties orbita ad planum quoddam mobile referatur, in huius libri Nr. 244 seqq. copiose explicavi.

Mutato τ in t in aequationibus (43), (44) et (45), emergunt ad valores perturbatos ipsarum ν, et kr computandos aequationes hae

$$\begin{aligned} (a)^3(n)^2 &= k\mu \\ (n)\,t + (\varepsilon) &= \bar{u} - (e)\sin\bar{u} \\ \bar{r}\cos\bar{f} &= (a)\cos\bar{u} - (a)(e) \\ \bar{r}\sin\bar{f} &= (a)\sqrt{(1-(e)^2)}.\sin\bar{u} \\ \nu &= \bar{f} + (\chi) \\ kr &= \bar{r} + w \end{aligned}$$

unde factum est, ut $\Pi(t)$ atque $\Gamma(t)$ ex t eodem modo pendeant, quo valores inperturbati ipsarum ν, et kr ex t. Itaque t tempus perturbatum sive $(n)\,t$ longitudo media perturbata appellari potest; praeterea loco istarum aequationum series notas, si placet, substituere licet.

32.

Perfacile demonstratur fieri hoc in casu $\psi(\zeta) = 0$. Etenim prior aequatio (46) et alterae aequationes (43) et (45) praebent

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = l.a^3n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^3(n)\sqrt{(1-(e)^2)} + 2\bar{l}\bar{\rho} - 2l\rho$$
$$\beta = l\rho - \bar{l}\bar{\rho}$$

quae in (38) substitutae suppeditant

$$l.a^3n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^3(n)\sqrt{(1-(e)^2)} - lh = \psi(\zeta)$$

Quum vero secundum art. 29 lh perturbationes ipsius $l.a^3n\sqrt{(1-e^2)}$ denotet, et primi duo termini aequationis praecedentis easdem designent, habetur

$$l.a^3n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^3(n)\sqrt{(1-(e)^2)} - lh = 0.$$

itaque

$$\psi(\zeta) = 0.$$

Q. E. D.

33.

In hoc articulo considerabimus casum ubi in aequationibus (44) loco constantium (a), (n) et (e) constantes aliae adsunt. Statuamus igitur esse

$$\left.\begin{aligned} (n_t)\zeta + (\varepsilon_t) &= \bar{v} - \sin\bar{v} \\ \bar{\varrho}\cos\bar{\Phi} &= (a_t)\cos\bar{v} - (a_t)(e) \\ \bar{\varrho}\sin\bar{\Phi} &= (a_t)\sqrt{(1-(e)^2)}\sin\bar{v} \\ (a_t)^3(n_t)^2 &= \mu k \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (47)$$

denotantibus semper (a), (n), (ε) et (e) resp. valores ipsarum a, n, ε et e, si vires perturbantes evanescunt. Hinc factum est, ut loco aequationum (46) habeamus has

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{\bar{\varrho}^2 a^3 n\sqrt{(1-e^2)}}{\rho^2(a_t)^2(n_t)\sqrt{(1-e^2)}}$$
$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{ane\sin\Phi}{\rho\sqrt{(1-e^2)}} - \frac{\bar{\varrho}\,a^3n(e)\sin\bar{\Phi}\sqrt{(1-e^2)}}{\rho^2(a_t)(1-(e)^2)}$$

at, si supponimus, per substitutionem ipsarum (a_t), (n_t) et (ε_t) loco (a), (n) et (ε) nos valoribus veris perturbatis ipsarum ζ et β appropinquavisse, in approximatione prima ad integralia $fd\zeta$ et $fd\beta$ ubique (a_t), (n_t) et (ε_t) loco (a), (n) et (ε) substituere licebit. Quo facto habetur

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{\bar{\varrho}^2}{(\rho)^2}$$
$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{(a_t)(n_t)(e)\sin\Phi}{(\rho)\sqrt{(1-(e)^2)}} - \frac{\bar{\varrho}\,(a_t)(n_t)(e)\sin\bar{\Phi}}{(\rho)^2\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

quae, posita aequatione $\zeta = \tau$ si vires perturbantes evanescunt, veluti in art. 31, pro approximatione prima praebent

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = 1, \qquad \left(\frac{d\beta}{d\tau}\right) = 0$$
$$T = \frac{d^2\zeta}{d\tau\,dt}, \qquad R = \frac{d\beta}{dt}$$

Itaque integratio aequationum (41) et (42) hoc in casu eodem modo peragenda est, uti in casu quem in art. 31 statueramus. Conditio vero, ut aequationes (47), (43) et (45) valores imperturbatos ipsarum λ et $l\rho$ praebeant si vires

Digitized by Google

perturbantes evanescant, ad aequationes paullulum diversas perducit. Primum, quum tum fieri debeat

$$(n_1)\zeta + (c_1) = (n)\tau + (c)$$

habetur, quoniam $\zeta = \tau$,

$$(c_1) = (c) + [(n) - (n_1)]\tau$$

sive ponendo

$$(n) = (n_1)(1-b)$$
$$(c_1) = (c) - (n_1)b\tau$$

unde generaliter evadit

$$(n_1)\zeta + (c_1) = (n_1)(1-b)\tau + (c) + \text{perturb.}$$

Secundum, per hunc valorem ipsius $(n_1)\zeta + (c_1)$ aequationes (47), subductis perturbationibus, valorem quidem ipsius $\bar{\varphi}$ praebebunt, qui ope constantis (χ) quemadmodum in art. 31 definita est, et ope aequationum (43) et (45) valorem imperturbatum ipsius λ suppeditabit, sed loco valoris ejusmodi ipsius ξ subministrabunt $\bar{\xi}$ talem, ut sit

$$\frac{\bar{\xi}}{(a_1)} = \frac{(\xi)}{(a)}$$

Aequatio igitur altera (45) haec

$$\Gamma(\zeta) = l\bar{\varrho} + \delta$$

quae, viribus perturbantibus evanescentibus, fieri debet

$$l(\xi) = l\bar{\varrho} + \delta$$

per substitutionem valoris ipsius $\bar{\xi}$ modo dati, abit in

$$l(\xi) = l(\xi) + l(a_1) - l(a) + \delta$$

unde

$$\delta = l(a) - l(a_1)$$

quae aequatio ope aequationum

$$(a_1)^3 (n_1)^2 = k\mu$$
$$(a)^3 (n)^2 = k\mu$$
$$(n) = (n_1)(1-b)$$

facile transmutatur in

$$\delta = -\tfrac{2}{3}(1-b)$$

Itaque mutato τ in t nanciscimur ad v_1 et lr determinandos aequationes has

$$(n_1)t + (c_1) = \bar{u} - (e)\sin\bar{u}$$
$$\bar{r}\cos\bar{f} = (a_1)\cos\bar{u} - (a_1)(e)$$
$$\bar{r}\sin\bar{f} = (a_1)\sqrt{(1-(e)^2)}.\sin\bar{u}$$
$$v_1 = \bar{f} + (\chi)$$
$$lr = l\bar{r} - \tfrac{2}{3}l(1-b) + w$$

ubi

$$(n_1)t + (c_1) = (n_1)(1-b)t + (c) + \text{perturb.}$$

In theoria Jovia atque Saturni quantitatem b, ibi e denotatam, ita determinaveram, ut evaderet

$$(n_1)t + (c_1) = (n_1)t + (c) + \text{perturb. periodicis.}$$

34.

Adhibitis aequationibus (47) loco aequationum (44) $\psi(\zeta)$ constanti aequalis est. Habetur enim secundum art. praec.

$$l\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = l.a^2 n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a_1)^2(n_1)\sqrt{(1-(e)^2)} + 2l\bar{\varrho} - 2l\varrho$$
$$\beta = l\varrho - l\bar{\varrho} + \tfrac{2}{3}l(-b)$$
$$l(a_1)^2(n_1) = l.(a)^2(n) + \tfrac{1}{3}l(1-b)$$

unde aequatio (38) abit in

$$l.a^2 n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^2(n)\sqrt{(1-(e)^2)} + l(1-b) - lh = \psi(\zeta)$$

quae, quum sit

$$l.a^2 n\sqrt{(1-e^2)} - l.(a)^2(n)\sqrt{(1-(e)^2)} - lh = 0$$

praebet

$$\psi(\zeta) = l(1-b)$$

sive $\psi(\zeta)$ constantem. Q. E. D.

35.

His ita absolutis, de quantitatibus $\left(\frac{d\Omega}{dp}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{dq}\right)$ pauca dicenda sunt. Quarta, quinta et sexta aequationum (40) praebent

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)\sin i\cos i\cos(\chi-\omega) - \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)\sin i\cos i\sin(\chi-\omega)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{di}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dp}\right)\cos i\sin(\chi-\omega) + \left(\frac{d\Omega}{dq}\right)\cos i\cos(\chi-\omega)$$

quibus per eliminationem emergunt

$$\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) = \left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)\frac{\cos(\chi-\omega)}{\sin i\cos i} + \left(\frac{d\Omega}{di}\right)\frac{\sin(\chi-\omega)}{\cos i}$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dq}\right) = -\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)\frac{\sin(\chi-\omega)}{\sin i\cos i} + \left(\frac{d\Omega}{di}\right)\frac{\cos(\chi-\omega)}{\cos i}$$

Sed in commentatione in huius libri Nr. 244 seqq. inserta demonstravi esse

$$\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right) = -U\sin i\cos(v-\theta)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{di}\right) = U\sin(v-\theta)$$

designante U functionem quandam ipsarum v, r, i, θ,

Digitized by Google

ν', r', etc. His igitur valoribus ipsarum $\left(\frac{d\Omega}{d\theta}\right)$ et $\left(\frac{d\Omega}{di}\right)$ in aequationibus praecedentibus substitutis, elicitur

$$\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) = -\frac{U}{\cos i}\cos(\nu - \omega + \chi - \theta)$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dq}\right) = +\frac{U}{\cos i}\sin(\nu - \omega + \chi - \theta)$$

In art. 24 vero inventa est aequatio haec

$$\nu = \nu_1 + \omega - \chi + \theta$$

quae aequationes praecedentes abeunt in has

$$\left(\frac{d\Omega}{dp}\right) = -\frac{U}{\cos i}\cos\nu_1$$
$$\left(\frac{d\Omega}{dq}\right) = \frac{U}{\cos i}\sin\nu_1$$

quae cum valoribus harum quantitatum, quos in commentatione modo citata, invenerem, plane congruunt.

(Sequetur paragraphus secunda.)

Schreiben des Herrn *M. Koller* an den Herausgeber.

Kremsmünster 1834. Jänner 19.

Ihrer gütigen Aufforderung durch Circular vom 8. Febr. v. J. mit Vergnügen entsprechend übersende ich Ihnen hiemit die Beobachtungen der Mondesculminationen, welche im verflossenen Jahre am Meridiankreise der hiesigen Sternwarte angestellt wurden. Sie sind sämmtlich nach *Bessel's* Anleitung in tab. regiom. LII seqq. und mit Benutzung seiner Hülfs- und Refractionstafeln nach folgenden Formeln reduzirt:

$$\alpha = \mu \pm \frac{h}{(1-\lambda)\cos\delta} + f\Pi + \left\{\frac{1-\rho\sin\pi\cos\varphi'\sec\delta}{1-\lambda}\right\}(am + bn + c\sec\delta')$$

$$\delta = \delta_1 + p \mp h \mp \left(\frac{p \mp h}{2}\right)\sin p\sin h - \left(\frac{15}{2}\right)^2 \sin 1''\sin 2\delta_1 (1-\lambda)^2(\mu'-\mu)^2 + (\mu'-\mu)\lambda'.$$

Die Columnen $d\alpha$ und $d\delta$ enthalten die Ergebnisse der Vergleichung mit Ihrer Ephemeride, und geben, an die Beobachtungen algebraisch angebracht, die aus der Ephemeride abgeleiteten Positionen. Die geographische Breite der hiesigen Sternwarte setzte ich bei diesen und allen übrigen Berechnungen 48° 3′ 24″, indem ich nach neueren, mit besseren Hülfsmitteln angestellten Bestimmungen guten Grund habe, diese Angabe für die der Wahrheit nächste zu halten. Jedoch kann ich diese Untersuchung noch nicht als geendigt betrachten, und werde bei einer andern Gelegenheit mehreres darüber mittheilen. Für $\varphi = 48°\,3'\,24''$ und die Abplattung der Erde $\frac{1}{297{,}648}$, nach Dr. *Eduard Schmidt* in Astr. Nachr. Nr. 209, folgt aber die geocentr. Polhöhe der Sternwarte $\varphi' = 47°\,51'\,53''$ und $\log\rho = 9{,}9991951$. Die Meridiandifferenz zwischen Ihrer Sternwarte und der hiesigen wurde, wie sie sich aus den Mondsternen ergab, 16′ 52″ angenommen. Ich füge auch die im vorigen Jahre gemachten Planetenbeobachtungen bei. Sie sind mit dem Berliner Jahrbuche verglichen, und $d\alpha$ und $d\delta$ in demselben Sinne, wie oben genommen. Juno ertrug keine Beleuchtung, daher mufsten die Beobachtungen derselben am Meridiankreise aufgegeben werden. Die Beobachtungen des Jupiter und der Mondsterne werde ich später übersenden.

M. Koller.

Beobachtungen des Mondes auf der Sternwarte zu Kremsmünster. 1833.

Tag.	AR. des Monds-Centr. im Merid.	Decl. des Monds-Centr. im Merid.	$d\alpha$	$d\delta$
Jan. 4	5h 36′ 39″16	— — —	+0″17	—
5	6 43 38,03	— — —	−0,27	—
6	7 51 45,60	— — —	−0,72	—
März 29	7 22 51,51	+21° 56′ 33″3	0,00	+1″6
Mai 2	13 50 42,22	−6 8 23,9	+0,22	+3,4
3	14 45 11,03	−11 10 48,7	−0,28	−5,2
4	15 40 18,29	— — —	−0,25	—
28	12 37 58,60	+1 29 9,5	+0,14	−8,7
Jun. 2	17 8 15,34	— — —	−0,15	—
28	15 53 20,38	−17 25 3,5	−0,06	+2,8
29	16 47 55,07	−19 35 27,0	−0,37	+8,4
Aug. 24	18 3 30,67	−22 15 4,9	+0,47	+0,5
27	20 44 52,27	−20 14 31,8	+0,87	+5,0
28	21 35 29,46	— — —	+0,66	—

Tag.	AR. des Monds-Centr. im Merid.	Decl. des Monds-centr. im Merid.	$d\alpha$	$d\delta$
Aug 29	22h 24′ 13″64	−14° 6′ 13″3	−0″40	+1″2
Sept. 24	21 19 11,30	−18 38 55,3	+0,07	+1,0
25	22 8 24,65	−15 23 48,1	−0,33	−0,2
26	22 55 54,61	−11 29 29,6	+0,18	+3,5
27	23 42 10,99	−7 6 10,8	+0,25	+1,3
28	0 27 50,58	— — —	+0,13	—
29	1 13 35,37	+2 26 47,5	+0,51	−5,2
Oct. 25	0 11 34,62	−5 12 25,9	+0,75	−1,8
26	0 57 18,68	+0 41 22,8	+0,40	−2,6
28	2 31 54,12	+10 23 31,4	−0,14	−1,2
29	3 22 18,14	— — —	−0,10	—
Nov. 27	4 51 0,31	+20 31 16,8	−0,08	−3,6
Dec. 22	2 39 8,37	+10 57 40,6	+0,17	−1,5
26	6 25 42,89	— — —	−0,40	—

Digitized by Google

Planetenbeobachtungen.

Mars.

Tag.			Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Nördl. Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
			h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
1832	Nov.	18	11 54 10,14	3 46 4,51	20 47 16,2	— 2,15	+12,1
		20	43 6,78	42 52,45	43 4,0	— 2,16	+ 9,6
		21	37 36,26	41 17,59	40 50,7	— 0,42	+ 9,7
		22	32 6,60	39 43,58	38 33,0	— 0,84	+11,2
		23	26 37,68	38 10,32	36 15,6	— 1,11	+ 9,2
		26	10 20,44	33 40,08	29 10,9	— 2,03	+ 6,9
	Dec.	15	9 36 3,26	14 2,09	19 55 41,5	— 1,47	+14,5
		21	10 18,84	11 52,68	54 26,8	— 1,46	+15,1
1833	Jan.	4	8 17 51,89	14 28,96	20 14 4,3	— 1,51	+ 8,3
		5	14 29,18	15 2,26	16 40,4	— 1,20	+ 4,6
		6	11 9,53	15 38,62	19 21,3	— 1,32	+ 3,9
		7	7 56,25	16 17,35	22 9,5	— 1,32	+ 3,0
		8	4 37,53	16 58,66	24 59,8	— 1,23	+ 7,7
		10	7 58 15,78	18 28,98	31 11,9	— 1,20	+ 6,7
		11	55 8,69	19 17,92	— —	— 1,27	—
		12	52 4,09	20 9,38	37 54,0	— 1,45	+ 2,7
		17	37 14,10	24 59,73	— —	— 1,09	—
		18	34 22,52	26 4,24	21 0 5,9	— 0,86	+ 4,4
		21	26 0,89	29 30,91	12 20,7	— 0,99	+ 4,6
		23	20 36,79	31 59,08	20 52,2	— 1,00	+ 4,0
		24	17 57,23	33 15,59	— —	— 1,15	—
		25	15 19,86	34 34,35	29 35,3	— 1,01	+ 5,2
		26	12 44,09	35 54,73	34 2,6	— 1,05	+ 4,6

Saturn.

1833	März	24	11 33 9,95	11 41 47,29	4 40 14,3	+ 0,49	—18,1
		29	12 6,65	40 23,26	49 14,7	+ 0,72	—21,2
	April	6	10 38 32,69	38 16,17	5 2 27,4	+ 0,69	—17,4
	Mai	2	8 51 9,18	33 5,03	32 30,8	+ 0,41	—18,4
		3	47 5,10	32 57,22	33 12,3	+ 0,31	—19,8
		4	43 1,56	32 49,34	33 49,5	+ 0,62	—19,2
		5	38 58,55	32 42,27	34 24,5	+ 0,48	—19,0
		9	22 49,77	32 16,86	36 20,1	+ 0,50	—17,5
		13	6 46,32	31 57,07	37 42,1	+ 0,64	—21,4
		28	7 7 26,78	31 86,41	36 35,6	+ 0,69	—14,7

Vesta.

					Südliche Decl.		
1833	Jun.	20	13 20 44,54	19 16 36,25	21 21 31,3	+ 2,05	+18,6
		26	12 51 50,62	11 16,87	21 56 36,5	+ 2,10	+16,6
		28	12 42 5,20	9 22,72	22 8 33,0	+ 2,11	+17,4
		29	12 37 10,93	8 24,39	22 14 34,7	+ 2,28	+18,5
	Jul.	7	11 57 44,57	0 24,11	23 2 14,9	+ 2,13	+21,7

Uranus.

1833	Aug.	8	12 24 45,63	21 33 41,99	15 17 44,6	+ 2,45	+ 3,0
		9	20 40,38	33 30,25	18 32,0	+ 2,42	+ 4,2
		22	11 27 32,86	31 26,76	28 19,2	+ 2,65	+ 2,6
		24	19 22,69	31 10,45	29 50,8	+ 2,41	+ 3,5
		27	7 7,67	30 43,08	31 58,5	+ 2,53	+ 1,5
		29	10 58 58,07	30 25,34	33 26,6	+ 2,39	+ 3,3

Digitized by Google

Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber.

London 1834. Febr. 20.

With reference to Professor *Encke's* communications in Nr. 251 Astr. Nachr., I beg leave to observe that the places of the Comet, which were furnished by me, had been previously corrected for Parallax, and are therefore stated to be the „apparent geocentric positions," of the Comet. Consequently no further correction for Parallax is required.

The same remark applies to the positions of both Comets, which have been printed in Nr. 257. I am at present in London at a distance from my Papers, otherwise I would have mentioned the several corrections applied for Parallax.

T. Henderson.

Schreiben des Herrn Professors *Vieth* an den Herausgeber.

Dessau 1834. April 10.

Vielleicht ist es für die Leser Ihrer Astronom. Nachrichten nicht uninteressant, wenn ich eine Notiz mittheile, worin schon vor anderthalb hundert Jahren eine Erscheinung erörtert wird, die seit sechs Jahren als neue Entdeckung besprochen ist.

In den *Actis eruditorum vom Jahr* 1684 findet sich nämlich Seite 423 ein Aufsatz unter der Ueberschrift

Systema phaenomenorum Saturni, autore Galletio, Praeposito Avenionensi u. s. w. Excerptum ex Ephemeridibus Eruditorum Gallicis mensis Junii 1684 Nr. XVII.

wo Seite 144 folgende Bemerkung sehr beachtenswerth ist:

Nonnunquam corpus Saturni *non exacte annuli medium obtinere visum fuit;* id quod semper accidit, quoties Planeta quadrato adspectui cum Sole proximus est, quoniam tunc parallaxis orbis sensu percipi potest. Hinc evenit, ut quum Planeta orientalis est, centrum ejus extremitati orientali annuli propius videatur, et major pars ab occidentali latere sit cum ampliori obscuritate.

Dafs letzteres Wort den dunkeln Zwischenraum der Ansе bedeute, bedarf kaum der Erwähnung. Weiterhin Seite 425

Certum est, quod cum occidentalis quadratoque proximus erit, occidentali extremitati annuli proprior videbitur u. s. w.

Das Uebrige, was ich hier übergehe, verlangt Figuren wenn es deutlich werden soll.

Die obige Stelle ist meinem Freunde *Schwabe*, dem Herrn Prof. *Harding* und den übrigen würdigen Männern, welche sich mit diesem Gegenstande beschäftigt haben, unbekannt geblieben, was durchaus nicht befremden kann. Wer könnte Alles lesen und behalten? Auch mir kam sie erst vor einiger Zeit zufällig in die Hände, als ich ganz etwas anders in den Actis eruditorum nachschlug (die mir beiläufig gesagt lieber sind, als so manche Recension unserer Tage).

Ein Paar kleine Berichtigungen erlauben Sie mir bei dieser Gelegenheit hieher zu setzen.

Im 4ten Bande der Astron. Nachrichten Seite 386 und im 10ten Bande Seite 284 sind ein Paar Angaben von mir aufgeführt, die aus des sel. H. *v. Zach* Monatl. Correspondenz vom Jahr 1804 und 1805 genommen sind.

Die Polhöhe von Dessau ist dort 51° 50′ 6″ angegeben. Ich bemerke dabei, dafs spätere Beobachtungen sie mir immer etwas kleiner gaben nämlich 51° 49′ 40—45″. Vermuthlich wegen besserer Bestimmung des Collimationsfehlers meines Sextanten.

Die Länge von Dessau wurde aus den Pulversignalen auf dem Brocken 39 Min. 47 Sec. östlich von Paris gefunden. Herr Prof. *Wurm* berechnete sie aus einer von mir im Jahr 1804 den 20. Oct. beobachteten Sternbedeckung zu 38 Min. 44 Sec. Wir sind beide unschuldig an dieser Abweichung. Die Sache beruht auf einem Druckfehler in Bestimmung des Eintritts. Ich bemerkte damals den Fehler wohl, weifs ihn aber jetzt nicht mehr anzugeben. Hr. Prof. *Wurm* wird wohl ganz richtig vermuthen, dafs der Eintritt 1 Min. zu früh gesetzt sey. Seit jener Zeit, wo ich noch meinen schönen *Caryschen* Sextanten u. s. w. täglich benutzen konnte, sind dreifsig Jahre verflossen und längst habe ich jetzt, wegen Verdunkelung der Augen, allen eigenen Beobachtungen entsagen müssen.

G. U. A. Vieth.

Verbesserungen in Nr. 261 der Astr. Nachr.

pag. 374 unter *Gambarts* Brief lies Marseille le 16 Mars 1834. u. pag. 380 Zeile 11 lies grateful statt gratiful.

Inhalt.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus, auctore *P. A. Hansen*, speculae Seebergensis directore, ordinis Dannebrogici equite. p. 309. — Schreiben des Herrn *M. Koller* an den Herausgeber und Beobb. auf der Sternwarte zu Kremsmünster. p. 367. — Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber. p. 371. — Schreiben des Herrn Professors *Vieth* an den Herausgeber. p. 371. — Verbesserungen in Nr. 261 der Astron. Nachr. p. 371.

Altona 1834. Juni 24.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 261.

Comet, entdeckt von Herrn *Gambart*.

Le 8 au matin, au moment où je cessais mes recherches, j'aperçus dans le Sagittaire, assez près de l'horizon, une nébuleuse dont la présence me surprit un peu. Il n'y avait point, aux environs, d'étoiles visibles à l'œil nu, et il était trop tard pour recourir à la machine parallactique. En me rattachant aux étoiles de l'arc, qui ne laissaient pas que d'être un peu éloignées, il me parut que j'étais à peu près dans la région de la nébuleuse Nr. 75 *).

Le 10, l'horizon était un peu embrumé; néanmoins je retrouvais ma nébuleuse de l'avant-veille; elle paraissait s'être éloignée sensiblement de l'arc du Sagittaire; ensuite elle était au dessous et à peu de distance d'une étoile de 5ème grandeur dont je n'avais aucune souvenance: c'était la 4ème du Capricorne. A $16^h\ 32^m\ 45^s$ de tems sidéral, la Comète était par $20^h\ 9^m,7$ d'ascension droite et $-22°\ 33'$ de déclinaison; mais cette position ne peut-être considérée que comme un à peu près, attendu que les différences d'ascension droite et de déclinaison avec la 4ème du Capricorne, ont été données par les cercles de mon ancienne machine parallactique dont je suis forcé de continuer à me servir. Les progrès du jour ne m'ont pas laissé le tems d'entreprendre une comparaison exacte.

Les 11 et 12 le ciel était couvert, du moins dans la partie du SE. Le 13 toutes mes recherches ont été inutiles. Le 10, la Comète n'était visible qu'à la faveur de l'abaissement du terrain entre deux montagnes qui bornent notre horizon entre le Sud et l'Est; tout me porte à croire que le 13, elle était cachée derrière celle de ces montagnes qui est le plus au nord.

Le diamètre de cette Comète n'était guère que de 4 ou 5 minutes; elle était bien ronde et d'une lumière pale.

Gambart.

*) Nr. 75 *Messier* ist *Bodes* 343 Sagittarii und 2064 von Sir *John Herschels* Nebelflecken.

Olbers.

Anzeige des Herrn Doctors und Ritters *Olbers*, der Observations of Nebulæ and Clusters of Stars, made at Slough with a twenty feet Reflector between the years 1825 and 1833 by Sir *J. F. W. Herschel*, Kn. Guelp etc. From the Philos. Transactions London 1833.

Dies ist die längst angekündigte und mit Verlangen erwartete Abhandlung des würdigen Sohns seines grofsen Vaters über die Nebelflecke und Sternhaufen; gewifs eine der wichtigsten Schriften, über diese so interessanten, und zum Theil noch so räthselhaften Gegenstände des gestirnten Himmels. Sir *John* sagt, seine ursprüngliche Absicht sey gewesen, die Bekanntmachung seiner Beobachtungen so lange aufzuschieben, bis er der Königl. Societät ein vollständigeres Verzeichnifs aller unter der dortigen Breite sichtbaren Nebelflecke hätte darbieten können, das alle Nebelflecke seines Vaters, ihren Ort wenigstens durch zwey Beobachtungen bestimmt, enthalten hätte. Um dies zu erreichen, würden aber noch mehrere Jahre Arbeit erforderlich gewesen seyn: und da der Mangel einer ausgedehnten Liste der Nebelflecke, nach der Rectascension geordnet, bey der neuern Vervollkommnung der Achromata, und der zugenommenen Betriebsamkeit der Astronomen in Aufsuchung und Beobachtung von Cometen, immer fühlbarer und drückender geworden sey, so habe er es vorgezogen, schon jetzt seine bisherigen Beobachtungen, nach Rectascension geordnet, und auf 1830 reducirt, zu geben.

Wenn wir aber so nicht alles erhalten, was uns der Verfasser ursprünglich zugedacht hatte, so ist doch die

Digitized by Google

Gabe, wie sie jetzt vorliegt, sehr reich. Das Verzeichnifs enthält 2307 Nebelflecke und Sternhaufen. Davon sind etwa 1800 mit denen seines Vaters identisch: 500 sind neu von ihm entdeckt: 700 die Sir *William* anführt, hat Sir *John* bisher nicht angetroffen. Unter den 500 neuern ist nur ein sehr augenfälliger und grofser Nebel: nur sehr wenige sind zur ersten Classe, der glänzenden oder hellen Nebelflecke, zu zählen: der gröfste Theil ist von der äussersten Lichtschwäche, nur mit grofser Aufmerksamkeit bey dem günstigsten Zustande der Atmosphäre und der Instrumente zu sehen. Dies, fügt der Verfasser hinzu, ist in so fern befriedigend, als es zeigt, dafs jetzt unsere Kenntnifs der nebligten Gegenstände in der nördlichen Halbkugel mehr vollständig ist: und dafs, um noch weitere Fortschritte zu machen, ein Instrument von der Kraft des 40füfsigen Telescops nöthig seyn wird.

Von allen diesen 2300 Sternhaufen und Nebelflecken giebt nun das Verzeichnifs die AR. und Declin. mit völlig hinreichender Schärfe an. Ueber die Art, wie diese Orts-Bestimmungen in erforderlicher Genauigkeit und Sicherheit erhalten worden sind, belehrt uns Herr *Herschel* sehr umständlich im Anhange.

Auf die sinnreiche, von Sir *William H.* eingeführte Art wird jeder Nebelfleck durch wenig Buchstaben vollständig beschrieben. Diese Beschreibungen noch deutlicher zu machen, sind die Ausdrücke durch 24 Figuren sinnlich erläutert. Aufserdem aber sind noch 67 einzelne merkwürdig gebildete Gegenstände, Nebelflecke, Nebelsterne, planetarische Nebel sehr sauber dargestellt. Die Schwierigkeit, solche Gegenstände befriedigend darzustellen, ist freylich grofs, auch äufsert der Verfasser mit den 24 Muster-Darstellungen einige Unzufriedenheit: aber die übrigen Abbildungen sind so trefflich, wie man sie nur immer erwarten kann *). Die abgebildeten Nebelflecke werden zugleich im Anfange umständlicher beschrieben.

Dies ist der Hauptinhalt dieser vortrefflichen Schrift. Nun noch zu einigen einzelnen Bemerkungen.

Zuerst fällt die höchst ungleiche Vertheilung dieser Nebelflecke und Sternhaufen am Himmel auf. Schon Sir *W.* gab an, dafs die Nebel hauptsächlich in einer Schichte liegen, die die Milchstrafse fast senkrecht durchschneidet, und ungefähr der Richtung der Colure der Nachtgleichen folgt. Jetzt, da alles nach gerader Aufsteigung geordnet ist, läfst sich dies nun besser übersehen. Von den 2307 Nebelflecken und Sternhaufen sind in den Stunden 11. 12. 13, 926, in den Stunden 23. 24. 0, 301, in den Stunden 3. 4. 5 nur 92 und in den Stunden 16. 17. 18 gar nur 82. Die reichste Stunde ist die von 12 bis 13, die 441 zählt: die ärmste 17 bis 18, die nur 20 enthält. Begierig wird man erwarten, wie Sir *Johns* Durchmusterung des südlichen Himmels dies merkwürdige Verhältnifs bestätigen oder modificiren mag. Dann wird es auch Zeit seyn, auf zwey Planisphären blos diese Nebelflecke und Sternhaufen einzutragen, um so die Lage, Richtung und verschiedene Dichtigkeit dieser Nebelschichte mit einem Blicke übersehen zu können.

Höchst anziehend ist die Betrachtung der so verschiedenen, oft so sonderbaren Formen dieser himmlischen Gegenstände, von denen, wie schon erwähnt, Sir *John* uns 67 Abbildungen giebt, die man mit den etwa 70, die schon Sir *William* geliefert hat, vergleichen kann, so wie auch mit denen, die Herr *Dunlop* in den Philosoph. Transact. 1828 P. 1. seinem schätzbaren Verzeichnifs von mehr als 600 südlichen Nebelflecken beigefügt hat. Nur wenige sind beiden gemeinschaftlich; und auch bey einigen von diesen hat der Sohn noch manche merkwürdige Eigenheiten bemerkt, die dem Vater entgangen waren. Je mehr man darüber nachdenkt, ja räthselhafter werden zum Theil diese Nebel-Gestalten. Dafs der gröfste Theil der durch die bisherigen Telescope nicht in Sternhaufen aufgelösten Nebelflecke, doch entferntere Sternhaufen sind, ist wohl gewifs. Aber vieles deutet doch auch auf blofse, zum Theil ganz ungeheure Licht-Nebel, die an sich nichts Sternartiges enthalten, wohl aber mit Sternen in Verbindung und Beziehung zu stehen scheinen. Woher die abgeplattete Scheiben-Figur so vieler Nebelflecke? Woher die Tendenz so vieler zur ringförmigen Gestalt? Und was sollen wir denn wohl von den sogenannten planetarischen Nebelflecken

*) Sowohl Sir *John* als Sir *William H.* beziehen sich sehr oft auf *Messiers* Verzeichnifs der von diesem und *Mechain* aufgefundenen 103 Nebelflecke und Sternhaufen in der Conn. d. Tems 1784, so dafs dies Verzeichnifs beynahe unentbehrlich beym Lesen der *Herschel*schen Schriften über Nebelsterne ist. Nicht alle Astronomen werden den angeführten Jahrgang der C. d. T. zur Hand haben. Es ist deswegen vielleicht nicht unnütz, zu erwähnen, dafs Herr Prof. *Pfaff* dies Verzeichnifs bey seiner Uebersetzung der Schriften von Sir *William H.* „Ueber den Bau des Himmels (Leipzig 1826)“ wieder hat abdrucken lassen. Auch kann man sich allenfalls aus den Berliner Jahrbüchern von 1784 und 1786 helfen, wenn man die dort vorkommenden Verzeichnisse nummarirt.

Digitized by Google

eigentlich halten? Von diesen planetarischen Nebelflecken bemerkt Herr *Herschel* noch, und es ist auch in den Figuren zu sehen, dafs manche kleine Sterne nahe bey sich haben, die auf die Idee von sie begleitenden Trabanten führen. „Dies mögen sie," sagt der Verfasser, „denn auch wohl seyn. Die ganz ungeheure Gröfse und Masse dieser Körper mag ihnen, so wenig dicht sie auch angenommen werden, anziehende Kraft genug geben, kleine sternartige Körper in Bahnen von drei oder viermal ihres eigenen Durchmessers und in langen Perioden zu erhalten." Er empfiehlt, dies auszumitteln, sorgfältige Beobachtung ihrer Positionswinkel, und bedauert, nicht schon selbst bey seinen Beobachtungen aufmerksamer auf diesen Gegenstand gewesen zu seyn. — Aber auch noch in anderer Rücksicht verdienen diese kleinen Comites der planetarischen Nebelflecke Beachtung. Sind nämlich diese planetarischen Nebel wirklich Körper von so ungeheurer Masse und Schwerkraft, und nimmt man das Licht mit *Newton* für etwas Körperliches an, so mufs, wie *Laplace* zuerst erinnerte, und bewies, bey so grofsen Körpern ihre übermächtige Anziehung die Geschwindigkeit des von ihnen ausströmenden Lichts sehr vermindern, und sie müssen also eine viel gröfsere Aberration zeigen, als die sie umgebenden kleinen Sterne, worüber wenige Beobachtungen leicht entscheiden können.

Sehr merkwürdig sind die vielen doppelten Nebel. Alle die Verschiedenheiten in Abstand, Stellung und Helligkeit, die sich bey Doppelsternen finden, finden sich auch bey Nebelsternen: die also, wie jene, höchst wahrscheinlich in irgend einer Verbindung und Beziehung mit und aufeinander stehen.

H. erwähnt noch eines zuweilen ihm vorgekommenen sonderbaren Phänomens, da bey anscheinend heiterm Himmel, und ganz unabhängig von gewöhnlichem Dunst und Nebel unserer Atmosphäre, alle Sterne, bis zu denen 7ter Gröfse herab, plötzlich und während einer nur kurzen Zeit, mit einer Photosphäre, 2, 3 und mehr Minuten im Durchmesser umgeben schienen. Dies rührte auch nicht vom Beschlagen der Gläser, oder sonst einem Fehler des Instruments her.

Ehe Sir *John* seinen Anhang schliefst, erkennt er noch mit gebührendem Dank den grofsen Beystand an, den ihm seine so verehrungswürdige Tante, Miss *Caroline Herschel*, bey diesen Beobachtungen geleistet hat. Diese, schon sonst so hoch um die Sternkunde verdiente Dame hat nämlich auch noch mit grofser Sorgfalt und Geduld alle von Sir *William* beobachtete Nebelflecke, deren Lage dieser nur gegen benachbarte Sterne angegeben hatte, gehörig reducirt, und in einen nach Zonen geordneten Catalog gebracht, wonach Sir *John* seine sogenannten „working lists" einrichten konnte. In diese w. l. wurden alle Nebelflecke, Doppelsterne etc. im voraus eingetragen, die *H.* in jedem seiner „Sweeps" anzutreffen erwarten konnte. In Folge dieser w. l. mehrte sich nach und nach ein grofses Verzeichnifs vermifster Nebelsterne. Viele der schwächern werden blofs übersehen seyn: viele blofs deswegen zu fehlen scheinen, weil sie nach fehlerhaften Beobachtungen, oder sonst irrig in die Listen eingetragen waren: viele auf dem unrechten Platz, wegen nicht gehörig gerichteten Telescops, gesucht seyn. Herr *H.* hat deswegen dies Verzeichnifs nicht mitgetheilt, da er keine Zeit hatte, alles näher zu untersuchen. Er zweifelt sogar, „ob dies je der Mühe werth seyn wird: eigentliche Nebelflecke könnten wohl nicht verschwinden: und wenn auch einige kleine telescopische Cometen in seines Vaters Zonen als Nebelflecke angemerkt wären, so konnte doch eine so isolirte Beobachtung eines Cometen schwerlich je von einigem Nutzen seyn." Hier scheint Sir *John* nicht an die kleinen Cometen von kurzer Umlaufszeit gedacht zu haben, von denen wir wahrscheinlich bald noch mehrere kennen lernen werden. Für diese kann die Auffindung einer solchen einzelnen Cometen-Beobachtung oft vom gröfsten Nutzen, zur Bestätigung und Berichtigung ihrer Periode, seyn. Ein Verzeichnifs der nicht gefundenen Nebelsterne würde also, auch noch unberichtiget, den Astronomen sehr willkommen seyn: und da auch unter den 500 neuen, von Sir *John* aufgefundenen Nebelflecken einige Cometen gewesen seyn können, so wäre zu wünschen, dafs derselbe auch das Datum dieser Auffindungen, oder, noch besser, das Datum aller seiner 427 „Sweeps" bekannt machen möchte.

Bekanntlich hat sich Sir *John* jetzt mit seinen 20füfsigen Telescopen nach dem Vorgebirge der guten Hoffnung begeben, um auch am südlichen Himmel mit diesen mächtigen Werkzeugen die Doppelsterne, Nebelflecke u. s. w. aufzusuchen, an denen dieser, nach *Dunlops* vorläufigen Untersuchungen, so reich scheint. Möge diese so rühmliche, aus reinem aufopfernden Eifer unternommene Expedition ganz mit dem beabsichtigten Erfolge gekrönt werden, und dieser hochverdiente Astronom, gesund und glücklich zurückkehrend, dadurch ein Werk vervollkommnen und vollenden, das dem *Herschel*schen Namen schon jetzt auf ewig die dankbarste Verehrung ihrer Mit- und Nachwelt zugesichert hat.

Olbers.

Digitized by Google

Beobachtungen des Herrn *Th. J. Hussey* in Kent.

The following observations of Uranus are corrected for refraction and parallax, and the close agreement between the results obtained from α Aquarii and 61′ Cygni seems to indicate the degree of confidance which may be reposed in the places thus determined. The instrument employed was a Transit Circle by Simms with a Telescope of four feet and a circle (of which the readings are with microscopes) of two feet. I avail myself also of this opportunity to transmit some observations of Jupiters Satellites made with a Telescope of *Fraunhofer* of 6,5 english inches aperture and between 8 and 9 feet in focal length.

The Longitude of this place is East of Greenwich $3^s,58$ in time, 53″,7 in arc. The Latitude 51° 22′ 37″,8 N. Approximate Height above the Leval of the Sea 232 feet.

The Longitude was determined by a comparison of the Transit Clock here with that at Greenwich by the transport of Chronometers; for the use of two of which I was indebted to Messrs *M'Cabe* and *Strachan* three were the property of Messrs *Arnold* and *Dent*, to whose extreme liberality on all occasions where Science is concerned I am glad on this occasion to bear additional and gratiful testimony.

1833.	Stars on which the R. A. of Uranus depend.		AR. Uranus.	Stars on which the Decl. of Uranus depend.		Decl. of Uranus
			h m s			° ′ ″
October 6	γαβ Aquilae	α Aquarii	21 26 1,74	α Aquarii		−15 53 34,49
11	γαβ Aquilæ		25 42,65	α Aquarii		54 45,28
12	γαβ Aquilæ	α Aquarii	25 39,10	α Aquarii	61′ Cygni (6″,23)	55 6,62
19	γβ Aquilæ	α Aquarii	25 22,16	α Aquarii		56 21,43
20	γαβ Aquilæ	α Aquarii	25 20,53	α Aquarii	61′ Cygni (27″,24)	56 28,97
25	γα Aquilæ	α Aquarii	25 14,65	α Aquarii		56 40,30
28	γ α Aquilæ	2α Capr. α Aquarii	25 13,62	α Aquarii		56 36,31
30	γ α Aquilæ	2α Capr. α Aquarii	25 13,80	α Aquarii		56 29,91
Novbr. 4	γαβ Aquilæ	2α Capr. α Aquarii	25 17,89	α Aquarii		55 54,78
8	γαβ Aquilæ		25 24,86	α Aquarii	61′ Cygni (7″,26)	55 9,41
12	2α Capric.	α Aquarii α Arietis	25 34,86	α Aquarii		54 16,37
13	2α Capricorni	α Aquarii	25 37,59	α Aquarii	61′ Cygni (56″,37)	53 56,32
14	α Cygni	α Aquarii	25 41,32	α Aquarii		53 52,06
19	2α Capricorni		26 0,76	2α Capricorni		52 6,17
29	α Aquarii	α Arietis	26 53,17	α Aquarii		47 41,40
Decbr. 6	βα Aquarii		27 40,85	α Aquarii		43 34,06
7	βα Aquarii		27 48,48	α Aquarii		42 58,16

1833.	Sidereal Time.	Mean Time.			Power.	
	h m s	h m s				
September 27	21 37 18,6	9 11 39,98	Immersion	Sat. 1. Eclipsed	62	Good.
October 4	23 59 29,23	11 5 55,96	Immersion	Sat. 1. Eclipsed	177	Good.
29	22 26 52,41	7 55 16,6	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	177	Uncertain from dense haze.
November 3	1 36 43,42	10 44 56,98	Emersion	Sat. 3. Eclipsed	177	Good.
14	21 48 28,09	6 14 4,04	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	177	Very Good.
December 7	23 34 31,63	6 30 28,33	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Uncertain from cloud.
21	4 22 37,2	10 21 39,9	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Seen through a dense mist.
1834.						
January 15	0 46 2,20	5 7 22,44	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Very good.
22	3 10 15,8	7 3 41,04	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Uncertain from dense haze.
29	5 34 10,31	8 59 40,59	Emersion	Sat. 1. Eclipsed	112	Good.
February 6	3 7 43,51	6 2 10,52	Ingress	Shadow of Sat. 1.	174	Uncertain from mist.
	3 34 17,51	6 19 40,16	Ingress	Transit of Sat. 2	177	Good.

Digitized by Google

1834.		Sidereal Time.	Mean Time.			Power.	
		h m s	h m s				
February	6	3 43 38,80	6 37 59,92	Ingress	Shadow of Sat. 2.	177	Uncertain.
		4 5 5,26	6 59 22,87	Ingress	Transit. of Sat. 1.	177	Good.
	12	6 56 41,51	9 26 55,55	Immers.	Occult. of Sat. 1.	177	Uncertain too near the horizon.
	13	4 23 0,60	6 49 43,91	Ingress	Transit of Sat. 2.	300	Very good.
		4 23 17,50	6 50 0,76	Ingress	Transit of Sat. 1.	300	Very good.
	21	4 2 48,23	5 58 7,58	Immers.	Occult. of Sat. 1.	177	Good.

Rectory, Hayes, Kent February 1834.

Thomas John Hussey.

Beobachtungen der Pallas und Ceres auf der Mannheimer Sternwarte zur Zeit ihrer Opposition 1834.

1. Pallas.

1834.	M.Z. in Mannh.	AR. app. in temp.	Decl. app.
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″
Jan. 31	12 3 28,9	8 46 16,42	— 22 35 22,0
Febr. 1	11 58 47,4	8 45 30,69	— 22 18 13,1
— 3	11 49 25,3	8 44 0,16	— 21 42 23,5
— 12	11 7 41,9	8 37 38,91	— 18 35 7,7
— 17	10 45 3,9	8 34 39,92	— 16 36 3,0
— 19	10 36 9,9	8 33 37,61	— 15 46 8,1

2. Ceres.

Jan. 31	13 51 31,5	10 34 36,69	+ 25 9 31,9
Febr. 1	13 46 56,2	10 33 57,22	+ 25 17 59,9
Febr. 3	13 37 41,6	10 32 34,26	+ 25 34 48,0
— 16	12 36 0,6	10 21 58,31	+ 27 14 24,8
— 19	12 21 32,4	10 19 17,44	+ 27 33 42,4
— 22	12 7 3,0	10 16 35,30	+ 27 51 17,0
— 23	12 2 13,4	10 15 41,43	+ 27 56 42,5

Die Rectascensionen sind am sechsfüfsigen *Ramsden*'schen Mittagsfernrohre, die Declinationen am achtfüfsigen *Bird*'schen Mauerquadranten beobachtet worden.

Mannheim 1834. Febr. 25.

B. Nicolai.

Schreiben des Herrn Professors *Weisse* Directors der Sternwarte in Cracau an den Herausgeber.

Cracau 1834. Febr. 19.

Ich nehme mir die Freiheit, Ihnen hiemit die an der hiesigen Sternwarte im Jahre 1833 beobachteten Mondsterne, so wie einige Planeten-Beobachtungen, und die einzige in diesem Jahre beobachtete Sternbedeckung zur gefälligen Aufnahme in die Astr. Nachrichten mitzutheilen. Noch in keinem Jahre denke ich ein den Beobachtungen so ungünstiges Wetter, was man daraus abnehmen kann, dafs wir in diesem Jahre 237 ganz trübe, und nur 38 heitere Tage hatten; an 161 Tagen hatten wir Regen. Besonders zeichnete sich der December durch ein merkwürdig schlechtes Wetter aus; heitere Tage gab es in diesem Monathe gar nicht, sondern 30 ganz trübe, und nur einen Tag, an welchem wir „heiter mit Wolken" verzeichneten; an 21 Tagen hatten wir Regen, an 8 Tagen Schnee. Bedeutende und schnelle Aenderungen in dem Stande des Barometers hatten wir vom 18. bis 19. December, und vom 26. auf den 27. Vom 18. Abends, zu welcher Zeit es den niedrigen Stand von 26″ 8‴,39 hatte, stieg es bis den 19. früh um 7 Uhr auf 27″ 3‴,56, also um volle 7 Linien; dabei hatten wir heftigen Sturm von SW. Vom 26. auf den 27. stieg das Barometer um etwas mehr als 5 Linien, wobei wir aus NW. Sturm und Schneegestöber hatten. Ueberhaupt war dieser Monath reich an Stürmen; wir zählten deren an 11 Tagen, nemlich am 4. 8. 9. 10. 11. 12. 16. 17. 18. 23. 26. Der mittlere Barometerstand in diesem Jahre, auf 0° reducirt, war 27″ 5‴,09, die mittlere Wärme + 7°,97 R.

Ich hoffe und wünsche, dafs uns dieses böse Wetter nicht auch in diesem Jahre so verfolgen wird. Zur Zeit der in diesem Monathe gewesenen Oppositionen der Pallas und Ceres hatten wir wenigstens einige heitere Abende; auch erhielt ich den 13. d. eine im Jahrbuche nicht angezeigte Sternbedeckung.

Digitized by Google

An neuen Acquisitionen erhielt unsere Sternwarte im verflossenen Jahre ein Fernrohr von *Utzschneider* von 87 Linien Oeffnung. In diesem Jahre will ich trachten, eine gute Uhr zu erhalten.

Mit letzter Post erhielt ich vom Staatsrath *Struve* die Nachricht, dafs sich auf seine Verwendung die Academie in St. Petersburg entschlossen hat, das von mir reducirte Sternverzeichnifs aus *Bessels* Zonen auf ihre Kosten zu drucken. Ich werde nächster Tage den ersten Theil des Manuscriptes, d. i. die ersten sechs Stunden, der Academie einsenden.

Dr. *Max Weisse.*

Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1833 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinbare AR. h	′	″	Anzahl der Fäden.
1833 Jänner 2	(4) Ceti	3	2	12,34	5
	5 f Tauri	3	21	39,76	5
	Mond I	3	31	27,84	5
	(249) Tauri	3	58	26,36	5
4	104 m Tauri	4	57	35,46	5
	(37) Tauri	5	9	22,22	5
	Mond I	5	34	24,92	5
	62 χ Orionis	5	54	0,68	4
Febr. 27	α Tauri	4	26	20,36	4
	Mond I	4	37	14,57	5
	106 l 1 Tauri	4	57	55,55	5
	123 ζ Tauri	5	27	39,93	5
28	106 l 1 Tauri	4	57	55,44	5
	123 ζ Tauri	5	27	39,95	5
	Mond I	5	37	0,19	5
	18 ν Geminorum	6	19	2,90	5
März 29	56 q Geminorum	7	12	5,11	5
	Mond I	7	20	37,47	5
	85 l Geminorum	7	45	54,75	5
31	83 q Cancri	9	9	39,48	5
	Mond I	9	26	30,69	5
	87 Leonis	10	7	43,07	5
	42 Leonis	10	12	51,72	5
April 29	47 ρ Leonis	10	24	4,04	5
	53 l Leonis	10	40	28,62	5
	Mond I	11	3	48,36	1
	3 ν Virginis	11	37	17,28	5
30	3 ν Virginis	11	37	17,38	5
	Mond I	11	59	44,07	3
	Virginis	12	10	7,69	3
	14 η Virginis	12	11	22,82	5
	29 γ 1 Virginis	12	33	13,20	5
Mai 1	15 η Virginis	12	11	22,64	5
	29 γ 1 Virginis	12	33	13,04	5
	Mond I	12	54	27,25	1
2	80 l 3 Virginis	13	26	51,49	5
	Mond I	13	48	42,93	5

Datum.	Gestirne.	Scheinbare AR. h	′	″	Anzahl der Fäden.
1833 Mai 2	98 κ Virginis	14	4	1,02	4
	2 Librae	14	14	28,24	5
3	98 κ Virginis	14	4	1,20	5
	2 Librae	14	14	28,52	2
	Mond I	14	43	10,53	5
	Mond II	14	45	25,03	5
	38 γ Librae	15	26	13,16	5
4	2 α Librae	14	41	40,66	5
	21 χ 1 Librae	14	57	21,08	3
	38 γ Librae	15	26	13,42	5
	Mond II	15	40	32,48	5
12	49 δ Capricorni	21	37	48,91	4
	Mond II	22	46	41,58	5
Juni 29	7 χ Ophiuchi	16	17	23,94	5
	Mond I	16	45	54,18	5
	40 ρ Ophiuchi	17	11	2,09	5
	58 D Ophiuchi	17	33	27,59	5
Juli 1	13 μ 1 Sagittarii	18	3	48,59	5
	Mond I	18	37	5,70	5
	Mond II	18	39	21,44	5
	39 o Sagittarii	18	54	42,21	5
	41 π Sagittarii	18	59	51,56	5
24	Mond I	14	40	48,04	2
	β Librae	15	6	54,56	5
Aug. 24	Mond I	18	1	29,79	5
	88 Sagittarii	18	36	18,68	1
	32 ν 1 Sagittarii	18	44	7,73	1
	37 ξ 2 Sagittarii	18	47	48,36	5
27	7 α Capricorni	20	2	46,52	2
	(146) f Capricorni	20	19	44,72	5
	Mond I	20	42	56,98	3
	32 i Capricorni	21	12	58,55	5
28	32 i Capricorni	21	12	58,79	5
	Mond I	21	33	37,92	5
	49 d Capricorni	21	37	51,60	5
	51 μ Capricorni	21	44	13,62	5

Digitized by Google

Datum.	Gestirne.	Scheinbare AR.	Anzahl der Fäden.
		h ′ ″	
1833 Aug. 29	49 δ Capricorni	21 37 51,51	5
	51 μ Capricorni	21 44 13,67	5
	Mond I	22 22 24,48	5
	65 I Aquarii	22 34 11,58	5
Sept. 8	27 ε Geminorum	6 33 24,42	5
	Mond II	6 51 45,31	5
27	95 χ3 Aquarii	23 10 18,83	5
	Mond I	23 40 25,11	5
	29 q Piscium	23 53 18,71	5
	4 Ceti	23 59 13,88	4
	Ceti seq.	23 59 41,69	4
28	29 q Piscium	23 53 18,74	5
	4 Ceti	23 59 13,64	5
	Mond I	0 26 5,25	5
	Mond II	0 28 7,91	5
	20 m Ceti	0 44 30,69	5
Oct. 4	ζ Tauri	5 27 22,28	5
	Mond II	5 29 24,86	5
	χ^1 Orionis	5 44 11,80	5
	Q^2 Tauri	5 51 18,58	5
	χ^2 Orionis	5 53 42,39	2
	η Geminorum	6 4 30,00	5
22	49 δ Capricorni	21 37 50,91	5
	Mond I	21 49 21,92	5
	χ Aquarii	21 53 19,67	5
	56 f Aquarii	22 21 21,96	5
23	Mond I	22 37 26,98	5
	83 h 1 Aquarii	22 56 29,35	4
	Aquarii seq.	22 56 39,28	3
	95 χ^3 Aquarii	23 10 18,53	5

Datum.	Gestirne.	Scheinbare AR.	Anzahl der Fäden.
		h ′ ″	
1833 Oct. 24	83 h 1 Aquarii	22 56 29,39	5
	Aquarii seq.	22 56 39,32	2
	95 χ^3 Aquarii	23 10 18,60	5
	Mond I	23 24 2,73	5
	30 r Piscium	23 53 26,31	5
25	Mond I	0 9 49,45	5
	(120) Piscium	0 27 1,36	3
	20 m Ceti	0 44 31,44	5
26	(120) Piscium	0 27 1,00	5
	20 m Ceti	0 44 31,31	5
	Mond I	0 55 33,11	5
	106 ν Piscium	1 32 47,77	5
Nov. 4	Mond II	9 14 43,34	5
	30 η Leonis	9 58 16,46	5
	41 γ Leonis	10 10 48,64	5
17	Mond I	20 38 0,21	5
	22 η Capricorni	20 54 54,89	5
	28 φ Capricorni	21 6 8,47	4
	33 Capricorni	21 14 42,14	5

NB. Bei den Mondsternen ist zu bemerken, dafs den 24. Juli, den 8. September, den 4. October und den 4. November nicht die scheinbaren Rectascensionen der Gestirne, sondern die Durchgangszeiten durch den Meridian angegeben sind, weil an den genannten Tagen keine vollkommene Zeitbestimmung erhalten werden konnte.

Von den angezeigten Sternbedeckungen wurde blofs folgende beobachtet:

1833 März 31. Eintritt von 8 Leonis in den dunkeln Mondsrand $9^h\ 4'\ 13'',20$ Sternzeit. Sehr gut.

Planeten-Beobachtungen zur Zeit ihrer Culminationen im Cracauer Meridian.

Mercur.

Datum.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
	h ′ ″	° ′ ″
1833 Sept. 27	12 2 20,54	+ 1 33 39,13
—— 28	12 8 53,24	+ 0 46 56,11
—— 29	12 15 23,72	+ 0 0 7,17
Oct. 29	15 11 50,68	—19 25 12,37
—— 31	15 23 46,04	—20 22 16,52

Venus.

Mai 10	3 48 36,73	östlicher Rand.
Sept. 27	9 59 14,68	+12°51′18″84
Oct. 28	12 20 25,56	— 0 28 6,30
—— 30	12 29 39,96	— 1 24 48,83
Nov. 5	12 57 0,04	— 4 14 32,02

Datum.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
	h ′ ″	° ′ ″
1833 Nov. 11	13 24 37,46	— 7 4 18,88
—— 25	14 30 51,44	—13 15 7,75
—— 28	— — ——	—14 27 44,52

Jupiter.

Oct. 22	1 56 32,93	+10 18 5,66
—— 23	1 56 1,85	+10 15 18,53
—— 24	1 55 30,76	+10 12 31,88
—— 25	1 55 0,01	+10 9 49,77
—— 26	1 54 29,02	+10 7 4,94
—— 31	1 51 55,82	+ 9 53 28,25
Nov. 17	1 44 6,01	+ 9 12 41,14
Dec. 27	1 37 11,58	+ 8 45 36,32

Digitized by Google

Datum.	Scheinb AR.	Scheinb. Decl.
	Saturn.	
1833 April 25	11 34 9,72	+ 5 26 39,32
—— 30	11 33 21,94	——
Mai 1	11 33 13,32	+ 5 31 41,04
—— 4	11 32 49,67	+ 5 32 41,22
	Uranus.	
Aug. 11	21 33 11,69	—15 20 2,93
—— 17	32 15,79	24 29,08
—— 27	30 43,11	32 7,14
—— 29	30 25,51	33 31,42
Sept. 27	26 46,80	50 18,77
—— 28	26 41,09	50 52,42
—— 30	26 30,16	51 38,46
Oct. 2	26 20,31	52 25,31
—— 4	26 10,69	53 5,96
—— 7	25 57,92	54 11,06
—— 8	25 53,69	54 17,72
—— 9	25 50,09	54 34,79

Datum.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
1833 Oct. 11	21 25 42,91	—15 55 5,12
—— 14	25 33,70	55 47,95
—— 15	25 30,86	55 51,41
—— 23	25 16,14	56 50,68
—— 24	25 15,16	56 48,11
—— 25	25 14,69	56 52,46
—— 26	25 13,66	56 49,47
—— 28	25 13,11	56 44,75
—— 29	25 13,05	56 46,82
—— 31	25 13,84	56 38,63
Nov. 4	25 17,62	56 13,16
—— 7	25 22,38	55 45,04
—— 12	25 34,42	54 35,63
—— 15	25 44,01	53 41,63
—— 17	21 25 51,59	—15 53 3,44

NB. Die Angaben bei allen vorhergehenden Beobachtungen gelten für's Centrum des Planeten, ausgenommen bei der Venus den 10. Mai, wo der östliche Rand beobachtet wurde.

Anzeige die Königsberger Astronomischen Beobachtungen betreffend.

Um die Verbreitung dieses Werkes zu befördern, hat die Königl. Universitäts-Sternwarte das Eigenthumsrecht an demselben an sich gebracht und setzt nun den Preis bedeutend herunter. Die funfzehn ersten Abtheilungen werden Denen, welche alle zusammen nehmen, für 20 Thaler überlassen werden; Die, welche nur einen Theil derselben ankaufen wollen, erhalten jede Abtheilung für 2 Thaler.

Gegen die baare Zahlung dieses Preises an die Königl. Universitäts-Casse in Königsberg, wird dieselbe eine Quitung ausstellen, gegen welche die bezahlten Exemplare auf der Sternwarte in Empfang genommen werden können. Zu noch gröfserer Erleichterung wird die *Reinsche* Buchhandlung in Leipzig, so weit der dortige kleine Vorrath reicht, die Zahlung in Empfang nehmen und das dagegen zu Empfangende abliefern.

Die jetzt erschienene 16te Abtheilung ist für 2 Thaler auf dieselbe Art zu erhalten.

Die Universitäts-Casse und der Director der Sternwarte verbitten sich alle Correspondenz über dieses Geschäft, können sich auch mit Versendungen nicht befassen.

Es sind einige Exemplare auf der Altonaer Sternwarte niedergelegt, wo Liebhaber sie, gegen Einsendung des Betrags und Bemerkung, an welchen Altonaer oder Hamburger Buchhändler sie abzuliefern sind, erhalten können.

Sternbedeckung beobachtet auf der Hamburger Sternwarte.

Am 16ten März hatte ich eine sehr vollkommene Beobachtung der Bedeckung von *s* Tauri.

Eintritt	9h 43′ 56,4	Sternzeit.
Austritt	10 36 58,7	——

Rümker.

Inhalt.

Comet, entdeckt von Herrn *Gambart*. p. 373. — Anzeige des Herrn Dr. u. Ritters *Olbers*, der Observations of Nebulae and Clusters of Stars etc. p. 373. — Beobb. des Herrn *Th. J. Hussey* in Kent. p. 379. — Beobb. der Pallas und Ceres auf der Mannh. Sternwarte zur Zeit ihrer Opposition 1834. p. 381. — Schreiben des Herrn Prof. *Weisse* Dir. der Sternw. in Cracau an den Herausgeber. p. 381. — Anzeige, die Königsberger Astronomischen Beobachtungen betreffend. p. 387. — Sternbedeckung beobachtet auf der Hamburger Sternwarte. p. 387.

(Nr. 258, 259, 260 werden nachgeliefert.) Altona 1834. May 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 262.

Remarques sur une note de Mr. *de Pontécoulant*, qu'on trouve dans la Connaissance des tems de l'année 1836 pag. 21 et 22.

Par Mr. le Professeur *Hansen*, Directeur de l'Observatoire de Seeberg.

Dans un mémoire de Mr. *Poisson* „Sur le développement des coordonnées d'une planète etc." inseré dans la connaissance des tems de l'année 1836, on trouve une Note de Mr. *de Pontécoulant* dans laquelle ce géomètre a comparé la grande inégalité de Jupiter déterminée dans la Mécaniqne céleste, au résultat que j'ai obtenu pour la même inégalité dans mon mémoire couronné par l'Academie Royale de Berlin. En posant pour abréger

$$5n't + 5s' - 2nt - 2s = z.$$

Mr. *de Pontécoulant* trouve en secondes centésimales

$$3468'',741\ \sin z + 203'',186\ \cos z \qquad (Hansen)$$
$$3888,670\ \sin z + 354,716\ \cos z \qquad (Laplace)$$

et il ajoute: „la différence entre ces résultats est trop grande, pour qu'on puisse l'attribuer, en aucune manière, aux quantités que *Laplace* a negligées, puisque les quantités du cinquième ordre, dont il a tenu compte, sont déjà beaucoup moindres que cette différence."

En effet, on ne saurait point expliquer cette différence par les quantités negligées par *Laplace*, si elle avait effectivement lieu, mais en jettant un coup d'œil sur le résultat cité ci-dessus et sur celui de la Mécaniqne céleste, je voyais déjà que Mr. *de Pontécoulant* en faisant cette comparaison dût nécessairement s'être trompé, car, l'inégalité citée ci-dessus étant $3888'',670\ \sin z + 354'',716\ \cos z$ et l'inégalité de la Mécanique céleste étant $3893'',732\ \sin z + 297''735\ \cos z$, les quantités du second ordre à soustraire ici sont beaucoup plus grandes que la différence entre ces deux résultats. Aussi le calcul, que je vais exposer ici, prouva bientôt que la faute était du coté de Mr. *de Pontécoulant*.

Le résultat obtenu par moi dans le mémoire cité pour Jupiter, qui se rapporte à l'an 1800, est

$$+ 989'',498\ \sin(5g' - 2g) + 424'',937\ \cos(5g' - 2g)$$

g' et g désiguant les anomalies moyennes de Saturne et de Jupiter. En y convertant les secondes sexagésimales en secondes centésimales et en y introduisant, et la même masse de Saturne dont *Laplace* a fait usage dans la Mécanique céleste, et les longitudes moyennes au lieu des anomalies moyennes, j'ai trouvé, ainsi que Mr. *de Pontécoulant*

$$+ 3468'',741\ \sin(5v' - 2v) + 203'',186\ \cos(5v' - 2v)$$

v' et v désignant les longitudes moyennes de Saturne et de Jupiter. On doit se rappeller ici que ces coëfficients ne contiennent que les quantités du premier ordre par rapport à la masse perturbatrice, et que les longitudes moyennes y sont comptées de l'équinoxe fixe de 1800. Les diverses parties de cette inégalité, qu'on trouve dans le chapitre XII du livre VI de la seconde partie de la Mécanique céleste contiennent déjà une partie des termes du second ordre, et les longitudes y sont rapportées à l'an 1750. Ainsi pour pouvoir faire la comparaison il faut premièrement en soustraire ces parties. Pour cet effet on doit remarquer, qu'une partie de ces termes contient le carré du diviseur $5n' - 2n$, et que l'autre partie en contient seulement la première puissance. Soit

$$(a + a't + a''t^2)\ \sin(5n't - 2nt + 5s' - 2s)$$
$$+ (b + b't + b''t^2)\ \cos(5n't - 2nt + 5s' - 2s)$$

la partie de l'inégalité en question, qui contient le carré de $5n' - 2n$, et dans laquelle je suppose qu'on ait déjà réduit les coëfficients à l'an 1800. On aura sa seconde différentielle par rapport au temps égale à

$$-dt^2 (f^2 a + 2f b' - 2a'')\ \sin(5n't - 2nt + 5s' - 2s)$$
$$-dt^2 (f^2 b - 2f a' - 2b'')\ \cos(5n't - 2nt + 5s' - 2s)$$

en omettant dans cette différentielle les termes où se trouve le temps hors du signe de sinus et de cosinus, et en appellant f la quantité $5n' - 2n$ évalnée en parties du rayon. Cette expression ne contient que les termes du premier ordre, et en la réintégrant on trouve

$$\left.\begin{aligned}&\left(a + 2\frac{b'}{f} - 2\frac{a''}{f^2}\right)\sin(5n't - 2nt + 5s' - 2s)\\ &+\left(b - 2\frac{a'}{f} - 2\frac{b''}{f^2}\right)\cos(5n't - 2nt + 5s' - 2s)\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (a)$$

qui est l'inégalité exempte des termes du second ordre.

Digitized by Google

La partie de l'inégalité de la Mécanique céleste qui contient la première puissance de $5n' - 2n$ doit être traitée de la même manière, seulement on ne doit différentier et réintégrer qu'une seule fois. Cependant, comme il paraît que *Laplace* ait négligé dans cette partie les termes du second ordre, qui ne sont pas multipliés par le temps même, on peut se contenter à y réduire les coëfficients à 1800. Outre cela, il faut remarquer, que les longitudes $n't + \varepsilon'$ et $nt + \varepsilon$ sont comptées de l'équinoxe de 1750, tandis que les longitudes désignées par v' et v se rapportent à l'équinoxe de 1800, ainsi pour faire la comparaison, il faut réduire les expressions à ne contenir que des longitudes de la même espèce.

Après avoir exposé les principes sur lesquels doit s'appuyer cette comparaison, je prends l'inégalité de la Mécanique céleste. En se rappellant que les signes des quantités du cinquième ordre par rapport aux excentricités et aux inclinaisons y doivent être renversés, on a

$$(3900'',616 - t.0'',02598 - t^2.0'',0000594)\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+(368''910 - t.1''46199 + t^2.0''0002425)\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

et

$$-(38'',693 - t.0'',00542)\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+(25''065 + t.0''01508)\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

dont la somme est

$$(3861'',023 - t.0'',02656 - t^2.0'',0000594)\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+(393''975 - t.1''44691 + t^2.0''0002425)\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

pour la partie qui contient le carré du diviseur $5n' - 2n$. En y réduisant les coëfficients à 1800, on trouve facilement

$$(3860'',746 - t.0'',02650 - t^2.0'',0000594)\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+(322''235 - t.1''42266 + t^2.0''0002425)\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

Or, d'après la Mécanique céleste, on a $n' = 135792'',34$, $n = 337210'',78$, ainsi

$$5n' = 678961'',70$$
$$2n = 674421,56$$
$$5n' - 2n = +4540'',14 \ldots . log = 3,6570692$$
$$\text{log. de l'arc égal au rayon} \ldots = 5,8038801$$
$$log\, f = 7,8531891$$

partant le calcul d'après la formule (a) ci-dessus donne

$log\, 2 =$	0,3010300		0,30103	0,30103	
$log\, b' =$	0,1531011n	$log\, a'' =$	5,77379n	$log\, a' =$ 8,42325n	$log\, b'' =$ 5,38471
$log\, f =$	7,8531891	$2log\, f =$	5,70638	7,85319	5,70638
	2,6009420n		0,36844n	0,87109n	0,97936

Nombres $= -398'',972 \ldots\ldots\ldots\ldots -2'',336 \ldots\ldots\ldots\ldots -7'',432 \ldots\ldots\ldots\ldots +9'',536$

ainsi le résultat de ce calcul est

$$(b) \ldots\ldots \begin{cases} +3464'',110\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \\ +\ 320''131\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \end{cases}$$

Les autres parties de la grande inégalité de Jupiter, excepté celles qui ne contiennent que des termes du second ordre sont, d'après la Mécanique céleste,

$$\begin{cases} -58'',176 + t.0'',006050 \\ +\ 2,532 - t.0,001831 \end{cases} sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+\begin{cases} 16,543 + t.0,016818 \\ -5,673 - t.0,000046 \end{cases} cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

en prenant leur somme et en la réduisant à 1800, on trouve

$$-50'',433\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$
$$+\ 11''709\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

Si l'on ajoute cette quantité à la quantité (b), il vient

$$(c) \ldots\ldots \begin{cases} +3413'',677\ sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \\ +331''840\ cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \end{cases}$$

pour les termes du premier ordre, que *Laplace* a considérés dans la grande inégalité de Jupiter. Or, en désignant la précession générale annuelle par ψ, on a

$$nt + \varepsilon = v - 50\psi \quad \text{et} \quad n't + \varepsilon' = v' - 50\psi$$

partant

$$5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon = 5v' - 2v - 150\psi$$

et l'expression précédente devient

$$3413'',677\ sin(5v' - 2v - 150\psi + 331'',840\ cos(5v' - 2v - 150\psi)$$

ou

$$\left\{3413'',677\ cos(150\psi) + 331'',840\ sin(150\psi)\right\} sin(5v' - 2v)$$
$$+\left\{331,840\ cos(150\psi) - 3413,677\ sin(150\psi)\right\} cos(5v' - 2v)$$

En prenant $\psi = 50'',2238$, ce qui donne $150\psi = 2^\circ\,5'\,33'',6$, on trouve

$log\, cos(150\psi) =$	9,9997103	$log\, sin(150\psi) =$	8,5624809
$log\, 3413,677 =$	3,5332224	$log\, 331,840 =$	2,5209287
$log\, sin(150\psi) =$	8,5624809	$log\, cos(150\psi) =$	9,9997103
Sommes	3,5329327		1,0834096
	2,0957033		2,5206390
Nombres	$+3411'',401$		$+124'',658$
	$+\ 12,117$		$+331,619$

partant l'expression (c) est convertie en

$$3423'',518\ sin(5v' - 2v) + 206'',966\ cos(5v' - 2v)$$

Digitized by Google

qui étant comparée à mon résultat cité plus haut donne pour différence entre *Laplace* et moi

$+45'',223\ \sin(5v'-2v) - 8'',778\ \cos(5v'-2v)$ (centésimales)

différence qui est beaucoup plus petite que celle que Mr. *de Pontécoulant* avait trouvée. Elle vient en partie de quelques termes que *Laplace* a negligés, et en partie de ce que nous avons fondé le calcul numérique des perturbations sur des élémens elliptiques de Jupiter et de Saturne, qui diffèrent sensiblement les uns des autres.

Tous les calculs numériques de mon mémoire sur les perturbations de Jupiter et de Saturne ont été tellement institués, qu'ils portent en eux-mêmes, et indépendemment de tout calcul étranger, les preuves de leur justesse, et par conséquent, il n'est pas nécessaire pour prouver l'exactitude de mes coëfficients, que je les calcule de nouveau par une méthode différente. Cependant pour satisfaire le mieux possible à mes lecteurs, je vais exposer ici le calcul de cette partie de la grande inégalité de Jupiter qui, suivant la théorie de la variation des constantes arbitraires, affecte le moyen mouvement de cette planète, et je me servirai dans ce calcul de la méthode de développement de la fonction perturbatrice, que *Laplace* a donnée dans la Mécanique céleste.

Les expressions analytiques des termes du troisième ordre par rapport aux excentricités et à l'inclinaison réciproque de cette inégalité se trouvent dans le tome III de la Méc. cél. à la page 23, et la plupart des termes du cinquième ordre est donnée avec des signes contraires à la page 27 et 28. Je néglige les termes du septième ordre et des ordres supérieurs, mais j'ajoute aux termes mentionés les suivans, qui sont aussi du cinquième ordre,

$$\text{à } N^{(10)} \cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + \varpi' - 4\Pi)$$
$$\text{à } N^{(11)} \cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + \varpi - 4\Pi)$$

où l'on a

$$\text{à } N^{(10)} = -\frac{e'\gamma^4}{256}\left[3\alpha^2\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha} - 27\alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}\right]$$

$$\text{à } N^{(11)} = +\frac{e\gamma^4}{256}\cdot 3\alpha^2\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha}$$

et au lieu des valeurs de à $N^{(7)}$ et de à $N^{(8)}$ de la Méc. cél., je fais usage des suivantes

$$\text{à } N^{(7)} = -\frac{e'^3\gamma^3}{128}\left[\alpha^4\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^3} + 18\alpha^3\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^2} - 23\alpha^2\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha} - 810\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(3)}\right]$$
$$-\frac{e^2e'\gamma^3}{64}\left[\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^3} + 16\alpha^3\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha^2} + 30\alpha^2\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha} - 140\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(3)}\right]$$
$$+\frac{e'\gamma^4}{128}\left[3\left\{\alpha^3\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha} + \alpha^3\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{d\alpha}\right\} + 33\left\{\alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(4)} + \alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(2)}\right\}\right]$$

$$\text{à } N^{(8)} = +\frac{e'^3\gamma^3}{128}\left[\alpha^4\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^3} + 11\alpha^3\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^2} - 2\alpha^2\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha} - 150\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(4)}\right]$$
$$+\frac{e^2e'\gamma^3}{64}\left[\alpha^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^3} + 13\alpha^3\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha^2} + 66\alpha^2\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{d\alpha} - 686\alpha b_{\frac{1}{2}}^{(4)}\right]$$
$$-\frac{e\gamma^4}{128}\left[3\left\{\alpha^3\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{d\alpha} + \alpha^3\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{d\alpha}\right\} + 24\left\{\alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(1)} + \alpha^2 b_{\frac{1}{2}}^{(3)}\right\}\right]$$

que j'ai obtenues par un développement exécuté par moi-même. La signification des lettres est ici la même que dans la Méc. cél., seulement on doit entendre sous γ le double du sinus de la demie inclinaison des orbites de Jupiter et de Saturne, et on doit étendre cette signification aux formules de la Méc. cél.

J'ai fondé les calculs numériques sur les mêmes élémens elliptiques de Jupiter et de Saturne, dont je me suis servi dans mon mémoire sur les perturbations de ces planètes, et c'est ainsi que j'ai trouvé les valeurs numériques suivantes, à qui j'ai donné par-tout les signes contraires,

Digitized by Google

à $M^{(0)} e'^3 \cos 3\pi'$	=	− 0,0000421911	à $M^{(0)} e'^3 \sin 3\pi'$	=	− 0,0000279281
à $M^{(1)} e'^2 e \cos(2\pi' + \pi)$	=	+ 0,0014404616	à $M^{(1)} e'^2 e \sin(2\pi' + \pi)$	=	+ 0,0002382517
à $M^{(2)} e' e^2 \cos(\pi' + 2\pi)$	=	− 0,0002760790	4 $M^{(2)} e' e^2 \sin(\pi' + 2\pi)$	=	+ 0,0007049532
à $M^{(3)} e^3 \cos 3\pi$	=	− 0,0001085386	à $M^{(3)} e^3 \sin 3\pi$	=	− 0,0000715182
à $M^{(4)} e' \gamma^2 \cos(\pi' + 2\Pi)$	=	+ 0,0000162719	à $M^{(4)} e' \gamma^2 \sin(\pi' + 2\Pi)$	=	− 0,0000054961
à $M^{(5)} e \gamma^2 \cos(\pi + 2\Pi)$	=	+ 0,0000008896	à $M^{(5)} e \gamma^2 \sin(\pi + 2\Pi)$	=	+ 0,0000076133
Sommes....		+ 0,0010308144			..... − 0,0000541232

à $N^{(0)} \cos(4\pi' + \pi)$	=	− 0,00000131757	à $N^{(0)} \sin(4\pi' - \pi)$	=	+ 0,00000034316 *)
à $N^{(1)} \cos 3\pi'$	=	+ 0,00000035654	à $N^{(1)} \sin 3\pi'$	=	+ 0,00000784134
à $N^{(2)} \cos(2\pi' + \pi)$	=	− 0,00001953659	à $N^{(2)} \sin(2\pi' + \pi)$	=	− 0,00000323134
à $N^{(3)} \cos(\pi' + 2\pi)$	=	+ 0,00000639011	à $N^{(3)} \sin(\pi' + 2\pi)$	=	− 0,00001631677
à $N^{(4)} \cos 3\pi$	=	+ 0,00000562727	à $N'^{(4)} \sin 3\pi$	=	+ 0,00000370792
à $N^{(5)} \cos(-\pi' + 4\pi)$	=	− 0,00000066408	à $N^{(5)} \sin(-\pi' + 4\pi)$	=	+ 0,00000065540
à $N^{(6)} \cos(2\pi' - \pi + 2\Pi)$	=	− 0,00000018247	à $N^{(6)} \sin(2\pi' - \pi + 2\Pi)$	=	− 0,00000030786
à $N^{(7)} \cos(\pi' + 2\Pi)$	=	+ 0,00000003994	à $N^{(7)} \sin(\pi' + 2\Pi)$	=	− 0,00000001349
à $N^{(8)} \cos(\pi + 2\pi)$	=	− 0,00000002318	à $N'^{(8)} \sin(\pi + 2\Pi)$	=	− 0,00000019828
à $N^{(9)} \cos(-\pi' + 2\pi + 2\Pi)$	=	+ 0,00000007250	à $N^{(9)} \sin(-\pi' + 2\pi + 2\Pi)$	=	+ 0,00000000676
à $N^{(10)} \cos(-\pi' + 4\Pi)$	=	− 0,00000000028	à $N^{(10)} \sin(-\pi' + 4\Pi)$	=	− 0,00000000040
à $N^{(11)} \cos(-\pi + 4\Pi)$	=	+ 0,00000000117	à $N^{(11)} \sin(-\pi + 4\Pi)$	=	− 0,00000000124
Sommes.....		− 0,00000923664			..... − 0,00000751480

*) J'ai déjà ajouté aux nombres de cette ligne le terme, qui provient de l'attraction de Saturne sur le Soleil.

Ainsi, après avoir ajouté ces sommes respectives, on trouve

$$-\text{à } R = +m'.0{,}0010215778 \cos(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) - m'.0{,}0000616380 \sin(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$$

En y introduisant les anomalies moyennes au lieu des longitudes moyennes, et en se rappellant, que la fonction perturbatrice, que j'ai appellée Ω d'après *Lagrange*, est égale à $-R$, on trouve facilement

$$\Omega = + m'.0{,}0004021973 \cos(5g' - 2g) - m'.0{,}0009410936 \sin(5g' - 2g)$$

g' et g étant les anomalies moyennes de Saturne et de Jupiter. En appellant f le facteur par lequel on doit multiplier le premier terme de cette expression pour en déduire le coëfficient de l'inégalité correspondante du mouvement moyen, le facteur du second terme sera $-f$, et l'on trouve au moyen des données de mon mémoire.

$$\log f = 6{,}0272731$$

et par conséquent l'inégalité cherchée égale à

$$+ 428'',265 \sin(5g' - 2g) + 1002'',088 \cos(5g' - 2g)$$

Or, la table V de mon mémoire mentionné donne

$$\Omega = + m' (6{,}6044167) \cos(5g' - 2g) - m' (6{,}9736110) \sin(5g' - 2g)$$

où les nombres en parenthèses sont les logarithmes des coëfficients, que j'ai obtenus, comme on sait, par une méthode tout à fait différente de celle-ci, par laquelle j'ai calculé les coëfficients ci-dessus. En multipliant les coëfficients de la dernière expression de Ω par f et par $-f$, on aura l'inégalité cherchée égale à

$$+ 428'',243 \sin(5g' - 2g) + 1002'',088 \cos(5g' - 2g)$$

La différence entre ces deux résultats est

$$- 0'',022 \sin(5g' - 2g) - 0'',050 \cos(5g' - 2g)$$

Voici donc un accord aussi bon, qu'on peut le desirer.

Obs. de Seeberg le 2 Juin 1834.

Hansen.

Digitized by Google

Mondskulminationen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte des Generalstaabes in St. Petersburg.

1829 neuen Styls.		AR. Unterschiede.	
Den 13 März.	E[a] Orionis	+ 26′ 47″,75	(7)
Mond I R. (5)	G Geminor.	— 8 24,23	(7)
	λ ——	— 36 40,96	(7)
Den 14 März.	λ ——	+ 15 42,35	(7)
Mond I R. (7)	f ——	— 5 37,86	(4)
	β ——	— 10 52,73	(6)
	r Cancri	— 27 47,25	(7)
Den 15 März.	r ——	+ 22 58,72	(7)
Mond I R. (7)	e ——	— 2 32,42	(4)
	29 ——	— 4 20,79	(3)
	a[2] ——	— 34 24,06	(7)
Den 16 März.	a[a] Cancri	+ 14 50,34	(7)
Mond I R. (7)	k ——	+ 5 29,36	(7)
	35 Leonis	— 4 36,27	(7)
	0 ——	— 28 3,08	(7)
Den 18 März.	α Leonis	+ 39 49,76	(7)
Mond I R. (7)	z ——	+ 25 1,91	(7)
	35 Sextantis	+ 4 36,99	(7)
	d Leonis	— 12 38,52	(7)
	τ ——	— 40 3,56	(7)
Den 19 März.	q Leonis	+ 17 19,40	(7)
Mond I R. (5)	β Virginis	— 15 58,61	(1)
Den 11 April.	e Cancri	— 20 57,98	(3)
Mond I R. (3)	A[2] ——	— 41 15,14	(5)
Den 14 April.	16 Sextantis	+ 22 2,87	(7)
Mond I R. (7)	48 Leonis	— 3 32,82	(6)
	35 Sextantis	— 12 8,31	(7)
	d Leonis	— 29 23,97	(7)
Den 15 April.	d Leonis	+ 17 22,93	(7)
Mond I R. (7)	τ ——	— 10 2,16	(7)
Den 16 April.	β Virginis	+ 14 6,53	(7)
Mond I R. (7)	213 ——	+ 3 37,11	(7)
	n ——	— 14 0,72	(7)
	γ′ ——	— 37 6,41	(7)
Den 20 April.	α[2] Librae	+ 35 16,15	(6)
Mond II R. (7)	a[2] ——	+ 3 11,94	(5)
	γ ——	— 8 16,18	(7)
	δ ——	— 27 23,86	(7)

Sternbedeckung den 15 April 1829.
Eintritt r Leonis = 10[h] 33′ 9″,5 Sternzeit.

1831 neuen Styls.			
Den 20 März.	E[2] Orionis	— 24′ 0″,07	(7)
Mond I R. (7)	21 Geminor.	— 41 32,70	(7)

1831 neuen Styls.		AR. Unterschiede.	
Den 22 März.	λ Geminor.	+ 33′ 30″,85	(6)
Mond I R. (7)	f ——	+ 12 10,66	(6)
	g ——	+ 5 33,26	(7)
Den 24 März.	ν Leonis	— 13 58,10	(7)
Mond I R. (7)	237 ——	— 19 55,91	(7)
Den 25 März.	π Leonis	+ 36 44,44	(7)
Mond I R. (7)	A ——	+ 29 5,40	(7)
	b′ ——	+ 11 40,76	(7)
Den 26 März.	56 Leonis	+ 31 52,30	(7)
Mond I R. (7)	c ——	+ 27 8,07	(7)
	σ ——	+ 6 41,83	(4)
Den 27 März.	50 Leonis	+ 53 47,40	(7)
Mond I R. (7)	77 ——	+ 49 10,11	(7)
	o ——	+ 40 8,18	(7)
Den 28 März.	143 Virginis	+ 29 44,42	(7)
Mond II R. (7)	38 ——	+ 14 14,32	(7)
	k ——	+ 8 49,01	(7)
Den 20 April.	ψ Leonis	— 15 34,64	(4)
Mond I R. (5)	ν ——	— 30 10,80	(7)
	237 ——	— 36 8,34	(6)
Den 24 April.	η Virginis	+ 29 12,67	(7)
Mond I R. (7)	91 ——	+ 21 16,81	(7)
	γ′ ——	+ 7 22,34	(7)
Den 25 April.	δ Virginis	+ 26 41,18	(7)
Mond I R. (5)	l[a] ——	+ 4 42,67	(7)
Den 26 April.	287 Virginis	+ 19 57,66	(7)
Mond I R. (7)	y ——	+ 15 21,90	(6)
	x ——	+ 11 29,25	(7)
Mond II R. (1)	287 ——	+ 22 1,51	(7)
	y ——	+ 17 25,75	(6)
	x ——	+ 13 33,10	(7)

Sternbedeckung den 24 März 1831.
Eintritt anon. 9[h] 42′ 25″,3 Sternzeit.

1832 neuen Styls.			
Den 10 Febr.	48 Tauri	+ 17′ 14″,73	(6)
Mond I R. (5)	I ——	— 24 11,23	(7)
	m ——	— 34 2,49	(7)
Den 12 Febr.	χ[2] Orionis	+ 35 28,65	(7)
Mond I R. (5)	ζ Geminor.	— 24 43,44	(7)
	q ——	— 42 36,76	(7)
Den 15 Febr.	π[2] Cancri	+ 36 18,58	(7)
Mond I R. (7)	74 Leonis	+ 26 1,85	(7)
	α ——	— 17 9,74	(7)

Digitized by Google

1832 neuen Styls.		AR. Unterschiede.	
Den 9 März.	119 Tauri	— 17′ 19″,73	(6)
Mond I R. (5)	N ——	— 32 36,32	(7)
Den 10 März.	ξ Geminor.	— 47 1,94	(7)
Mond I R. (5)			
Den 13 März.	ν Leonis	— 34 15,11	(6)
Mond I R. (7)	a ——	— 44 29,46	(7)
Den 14 März.	ν Leonis	+ 24 69,98	(3)
Mond I R. (5)	α ——	+ 14 45,45	(7)
	l ——	— 26 14,84	(7)
Den 15 März.	l Leonis	+ 30 26,55	(7)
Mond I R. (7)	ν Virginis	— 26 21,52	(7)
	b ——	— 40 28,69	(7)
Den 16 März.	ν Virginis	+ 30 11,17	(7)
Mond II R. (7)	b ——	+ 16 4,02	(7)
	r ——	+ 6 19,68	(6)
Den 10 April.	7 Leonis	+ 26 53,83	(7)
Mond I R. (7)	α ——	— 5 49,90	(7)
	ρ ——	— 30 22,22	(7)
	l ——	— 46 50,22	(7)
Den 11 April.	ρ Leonis	+ 25 44,62	(7)
Mond I R. (7)	l ——	+ 9 16,84	(7)
	ν Virginis	— 47 31,44	(7)
Den 12 April.	ν Virginis	+ 6 21,14	(7)
Mond I R. (7)	r ——	— 17 30,42	(7)
	142 ——	— 46 13,98	(5)
Den 13 April.	142 Virginis	+ 5 56,73	(7)
Mond I R. (5)	k^2 ——	— 19 30,16	(7)
Den 15 April.	88 Virginis	+ 40 59,80	(7)
Mond II R. (7)	94 ——	+ 23 6,48	(7)
	x ——	+ 16 34,39	(7)
Den 8 May.	χ Leonis	— 23 7,23	(6)
Mond I R. (7)			
Den 10 May.	b Leonis	+ 27 20,58	(4)
Mond I R. (7)	γ Virginis	— 14 27,84	(6)

Sternbedeckungen 1832 n. St.

Den 10 Febr.	Eintritt α Tauri	4 40 29,1	St. Z.
	Austritt ——	5 49 44,1	
Den 15 Febr.	Eintritt ψ Leonis	4 55 3,4	St. Z.
Den 8 März.	Eintritt anon.	8 45 0,2	St. Z.
	Eintritt anon.	9 52 32,7	
	Eintritt anon.	10 5 30,2	
	Eintritt anon.	10 45 23,2	

1833 neuen Styls.			
Den 29 Jan.	103 Tauri	— 24′ 53″,61	(7)
Mond I R. (6)	b Plejad.	— 29 52,55	(6)
Den 30 Jan.	λ Tauri	+ 8′ 46″,66	(7)
Mond I R. (7)	ε ——	— 18 39,74	(7)
	α Tauri	— 26 8,22	(7)
	97 i ——	— 40 24,24	(7)
Den 26 Febr.	α Arietis	+1h 41 53,24	(6)
Mond I R. (5)	λ Tauri	—0 11 46,96	(6)
	γ ——	—0 30 38,89	(7)
	δ′ ——	—0 33 39,84	(6)
	ε ——	—0 39 13,35	(7)
Den 28 Febr.	β Tauri	+0 29 29,66	(7)
Mond I R. (7)	δ Orionis	+ 11 45,33	(7)
	ζ Tauri	+ 7 33,98	(7)
	α Orionis	— 10 54,20	(7)
	ν ——	— 22 48,50	(7)
	η Geminor.	— 29 34,12	(7)
	μ ——	— 37 38,72	(7)
	18 ν ——	— 43 49,08	(6)
	γ ——	— 52 50,25	(7)
	ξ ——	— 59 20,79	(6)
Den 5 März.	γ Leonis	+ 44 0,67	(7)
Mond I R. (7)	ρ ——	+ 30 44,96	(7)
	θ ——	— 10 42,53	(7)
	σ ——	— 17 45,81	(7)
	τ ——	— 24 35,23	(6)
	ξ Virginis	— 41 54,71	(7)
	β Leonis	— 45 46,61	(7)
Den 6 März.	σ Leonis	+ 43 51,46	(7)
Mond II R. (7)	ξ Virginis	+ 19 32,43	(7)
	β Leonis	+ 15 40,60	(7)
	η Virginis	— 15 9,02	(7)
	ε ——	— 57 39,04	(7)
Den 7 März.	γ′ Virginis	+ 19 50,13	(6)
Mond II R. (7)	δ ——	+ 5 50,65	(7)
	θ ——	— 8 16,38	(7)
	α ——	— 23 22,00	(7)
	ζ ——	— 33 8,89	(7)
Den 9 März.	α Virginis	+1 26 8,70	(7)
Mond II R. (7)	τ ——	+ 49 29,98	(5)
	μ ——	+ 8 17,43	(7)
	z ——	+ 4 44,51	(7)
	f′ Librae	— 42 30,26	(6)
	α Serpentis	— 53 29,37	(5)
	μ ——	— 68 21,17	(5)
	θ Librae	—1 1 46,12	(3)
Den 27 März.	α Tauri	+ 49 13,73	(7)
Mond I R. (7)	α Orionis	— 30 34,00	(7)

Digitized by Google

1833 neuen Styls.		AR. Unterschiede.	
Den 30 März.	α Geminor.	+ 58′ 11″,50	(7)
Mond I R. (7)	α Canis min.	+ 51 38,89	(7)
	β Geminor.	+ 47 1,80	(7)
	85 l ——	+ 36 12,44	(7)
	(42) Cancri	+ 11 30,91	(7)
	83 q ——	— 47 32,44	(7)
	α Hydrae	— 57 16,24	(7)
Den 3 April.	β Leonis	+ 41 7,95	(7)
Mond I R. (7)	7 b Virginis	+ 30 16,47	(7)
	ε ——	+ 24 58,03	(7)
	η ——	+ 10 18,16	(7)
	29 γ 1 ——	— 11 32,17	(7)
	δ ——	— 25 31,56	(7)
	ε ——	— 32 11,85	(6)
	θ ——	— 39 38,68	(7)
	κ ——	— 54 44,21	(7)
Den 4 April.	29 γ 1 Virginis	+ 46 32,36	(7)
Mond II R. (7)	38 ——	+ 35 6,11	(7)
	δ ——	+ 32 32,94	(5)
	ε ——	+ 25 52,64	(7)
	θ ——	+ 18 25,80	(7)
	ι ——	+ 3 20,15	(5)
	ζ ——	— 6 26,70	(7)
	τ ——	— 33 34,60	(7)
	χ ——	— 44 15,43	(7)
Den 6 April.	α Virginis	+1h 53 34,49	(7)
Mond II R. (7)	α² Librae	+ 28 19,59	(7)
	δ ——	+ 17 55,29	(7)
	β ——	+ 1 57,06	(3)
	o² ——	— 3 24,73	(5)
	f′ ——	— 15 4,75	(5)
	η ——	— 24 42,44	(7)
	μ Serpentis	— 30 55,75	(7)
	θ Librae	— 34 20,57	(7)
	π Scorpii	— 39 46,86	(7)
Den 7 April.	η Librae	+ 30 34,32	(7)
Mond II R. (5)	μ Serpentis	+ 24 20,96	(6)
	θ Librae	+ 20 55,94	(6)
	π Scorpii	+ 16 29,79	(5)
	β ——	+ 9 31,39	(7)
	ε Ophiuchi	— 4 13,78	(5)
	α Scorpii	— 14 55,05	(7)
	ζ Ophiuchi	— 22 42,28	(6)

1833 neuen Styls.		AR. Unterschiede.	
Den 29 April.	i Leonis	— 13′ 3″,44	(7)
Mond I R. (7)	τ ——	— 17 10,99	(5)
	υ ——	— 26 14,13	(6)
	3 ν Virginis	— 35 6,68	(4)
	β Leonis	— 38 22,57	(7)
Den 1 May.	γ′ Virginis	+ 19 40,25	(6)
Mond I R. (7)	δ ——	+ 5 40,77	(7)
	α ——	— 23 32,03	(7)
	ζ ——	— 33 18,98	(7)
	τ ——	—1h 0 16,94	(7)
Den 2. May.	θ Virginis	+ 45 49,46	(5)
Mond I R. (7)	α ——	+ 30 43,69	(7)
	ζ ——	+ 20 56,72	(5)
	τ ——	— 6 1,19	(7)
	χ ——	— 16 51,93	(7)
	λ ——	— 22 57,12	(3)
	2 Librae	— 27 19,27	(3)
	φ Virginis	— 32 28,34	(7)
	μ ——	— 47 8,19	(7)
	ζ ——	— 50 40,87	(7)
Den 3 May.	α Virginis	+1 25 10,34	(7)
Mond I R. (7)	χ ——	+ 37 34,81	(7)
	2 Librae	+ 27 7,37	(7)
	φ Virginis	+ 21 58,14	(7)
	μ ——	+ 7 18,43	(7)
	ζ ——	+ 3 45,67	(4)
	β Librae	— 26 27,44	(7)
	f′ ——	— 43 29,25	(7)
Den 3 May.	α Virginis	+1 27 25,85	(7)
Mond II R. (5)	χ ——	+ 39 50,32	(7)
	2 Librae	+ 29 22,87	(7)
	φ Virginis	+ 24 13,64	(7)
	μ ——	+ 9 33,98	(7)
	ζ ——	+ 6 1,17	(4)
	β Librae	— 24 11,93	(7)
	f ——	— 41 13,76	(7)

Sternbedeckung den 27 März 1833.

Eintritt (125) Tauri = 8h 9′ 53″,0 Sternzeit.

Digitized by Google

Opposition der Pallas 1834.

Von Herrn Hofrath *Gauss* in Göttingen habe ich folgende von ihm am Meridiankreise gemachte Beobachtungen der Pallas erhalten. Wir haben hier keine erhalten.

1834	Febr. 6	8h 41′ 47″,02	— 20° 44′ 23″,7
	— 9	8 39 39,10	— 19 41 52,9
	— 10	8 38 57,80	— 19 20 0,3

S.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Francis Baily* an den Herausgeber.

London, 37 Tevistock Place June 16. 1834.

I beg leave to state that I have recently discovered, amongst *Flamsteed*'s MSS at the Royal Observatory at Greenwich, the original computation book, in which are detailed the steps of the process by which the positions of the major part of the stars in the British Catalogue have been deduced: and that I have thereby been enabled to detect a great number of errors in that catalogue; and to ascertain that several of the stars, which cannot now be discovered, never existed, but have been inserted in the catalogue by mistake. I have also compared the whole of the British Catalogue with the values given by *Bradley*, *Piazzi* and others, reduced to the epoch of 1690: and by means of the above computation book have detected a great many other errors. Having thus corrected and also enlarged the original catalogue, I drew up a statement of the case, which was presented to Government; who have directed the catalogue, thus amended, to be printed at the public expence, together with such extracts from the other MSS, discovered at the Royal Observatory, as may tend to illustrate the early history of the observatory, and of the times in which *Flamsteed* lived: and I am now proceeding with the work. There is much curious and interesting matter contained in those MSS; as you already partly know from the brief account of them read before the Astronomical Society in November last.

Francis Baily.

Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber.

London, June 13, 1834.

I have compared the observations of Transits of the Moon and Moon Culminating Stars made at the Observatory Cape of Good Hope in 1832 and 1833 with the corresponding observations made at the Observatories of Greenwich and Cambridge, and combining the result with that obtained from former observations made by the late Mr. *Fallows* in 1829 and 1830, I now find the Longitude of the Cape Observatory to be $1^h\,13^m\,55^s,0$ East of Greenwich, being one second less than the quantity I have hitherto adopted.

From the observed Declinations of Mars and Stars made at Altona on four different days, about the period of opposition in 1832, published in Astronomische Nachrichten No. 240, compared with the corresponding Declinations observed at the Cape, the Sun's mean Equatoreal horizontal parallax appears to be 9″,105. The mean of the four values of this Element obtained from comparing the observations made at the Cape with those made at Greenwich, Cambridge and Altona is 9″,028.

T. Henderson.

Inhalt.

Remarques sur une note de Mr. *de Pontecoulant*, qu'on trouve dans la Connaissance des tems de l'année 1836 pag. 21 et 22, par Mr. le Professeur *Hansen*. pag. 389.
Mondkulminationen und Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte des Generalstaabes in St. Petersburg. pag. 397.
Opposition der Pallas 1834. pag. 403.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Fr. Baily* an den Herausgeber. pag. 403.
Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber. pag. 403.

Altona 1834. Juli 9.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 263.

Beiträge zu Längenbestimmungen aus Schweden

von *A. Häggbladh* und *G. Svanberg*.

Im Herbste 1830 wurden provisorische Sternwarten in Umeå und Haaparanta im nördlichen Schweden errichtet, um die Länge dieser beiden Oerter aus Sternbedeckungen und Mondsternen zu bestimmen. In Umeå gebrauchte *Häggbladh* ein Reflexionstelescop, ein portables Passageninstrument von *Jones*, eine Pendeluhr von *Berthoud* und ein Chronometer von *Arnold*. Die Pendeluhr ging im Anfange gut, aber bei zunehmender Kälte immer schlechter, und blieb zuletzt ganz stehen; doch gelang es gröfstentheils gleich vor und nach den Occultationen eine oder mehrere Fundamentalsterne am Passageninstrument zu beobachten. In Haaparanta hatte Premierlieutenant *Osterman* ein ähnliches Passageninstrument, wie in Umeå, ein kleines *Dollond*'sches Fernrohr, eine Pendeluhr mit Holzpendel, nebst zwei Chronometern. Er mufste früher mit den Beobachtungen aufhören, weil die starke Kälte einen sehr nachtheiligen Einfluss auf die Uhren äufserte und endlich, bei einigen dreifsig Graden unter dem Gefrierpunkte, ihren Gang ganz hemmte. Zu derselben Zeit suchten Professor Ritter *Cronstrand* in Stockholm und *G. Svanberg* in Upsala so viel wie möglich correspondirende Beobachtungen zu bekommen, was jedoch durch das verschiedene Wetter an so entfernten Oertern nicht sehr begünstigt wurde. Schon vor zwei Jahren hatten wir die Berechnung von den auf diese Art erhaltenen Sternbedeckungen und den, uns bekannten, damit correspondirenden vorgenommen. Da uns aber seitdem Umstände verhindert haben einige noch übrige, wie auch die Mondsterne zu berechnen, so glauben wir die schon berechneten vorläufigen Resultate nicht länger zurückhalten zu dürfen, und hoffen in einer Fortsetzung dieselben näher berichtigen zu können.

Von den folgenden Columnen enthält die zweite die Beobachtungsmomente; die dritte und vierte die Conjunctionszeiten, nebst der Breitenverbesserung.

1830. Sept. 5 ν Piscium.

		h ′ ″	h ′ ″	$d\beta$	
Haaparanta	A.	11 20 41,47	10 53 55,38	+0,988	gut.
Umeå	E.	10 10 49,50	10 38 34,83	—1,072	nicht gut.

1830. Sept. 6. μ Ceti.

		h ′ ″	h ′ ″	$d\beta$	
Umeå	A.	11 0 20,93	10 38 26,87	+0,973	angenhl.
Schwarzkosteletz	A.	10 7 58,62	10 16 44,06	+1,679	
Oberkastell	A.	9 38 43,68	9 53 49,62	+1,742	sehr gut.
Åbo	E.	13 18 19,66	13 38 31,81	—1,738	sehr genau.
	A.	14 0 43,01	13 37 45,18	+1,990	ebenso.
Umeå	A.	13 58 42,00	13 29 53,69	+1,434	gut.
Schwarzkosteletz	E.	12 39 14,85	13 9 30,21	—4,537	2—3″ unsicher.

1830. Sept. 8. 89 Tauri.

		h ′ ″	h ′ ″	$d\beta$	
Haaparanta	E.	12 14 20,55	13 4 26,44	+0,993	nicht sicher.
	A.	13 6 30,80	13 5 13,62	—0,756	nicht gut.
Åbo	E.	11 56 23,50	12 57 6,14	+0,799	nicht sehr gut.
	A.	12 50 0,40	12 56 54,31	—0,538	plötzl. obgl. höher erwartet.
Umeå	E.	11 54 54,73	12 48 58,59	+0,988	nicht gut.
	A.	12 46 8,42	12 49 1,23	—0,742	gut.
Schwarzkosteletz	A.	12 2 53,34	12 27 31,51	—0,180	

1830. Sept. 8. σ' Tauri.

		h ′ ″	h ′ ″	$d\beta$	
Haaparanta	A.	13 25 40,60	13 25 56,37	+1,295	gut.
Åbo	E.	12 21 37,56	13 18 30,29	—1,303	gut.
	A.	13 5 28,27	13 18 5,59	+1,707	sehr gut.
Umeå	E.	12 17 2,90	13 10 20,23	—1,027	nicht gut.
	A.	13 5 12,60	13 10 25,41	+1,326	gut.
Schwarzkosteletz	E.	11 39 42,24	12 48 46,12	—2,308	
	A.	12 9 24,84	12 48 41,08	+3,314	

1830. Sept. 8. σ^2 Tauri.

		h ′ ″	h ′ ″	$d\beta$	
Haaparanta	E.	12 37 36,65	13 30 30,70	—0,178	nicht gut.
	A.	13 35 57,87	13 30 7,39	—0,295	gut.
Åbo	E.	12 20 46,70	13 22 51,95	—0,340	gut.
Umeå	E.	12 17 56,20	13 15 2,20	—0,185	gut.
	A.	13 15 34,29	13 14 52,58	+0,396	gut.
Schwarzkosteletz	E.	11 34 58,24	12 53 13,04	—0,702	
	A.	12 25 37,34	12 53 14,09	+1,056	

1830 Sept. 9. N. Tauri. $d\beta$

Umeå	E.17 3 32,40	17 39 16,34	+1,134	gut.
Prag	E.16 15 48,84	17 15 56,11	—0,014	2–3 zweif.

1830. Sept. 10. 21 Geminorum.

Haaparanta	A.12 22 34,77	12 47 11,53	—1,661	gut.
Umeå	E.11 29 47,47	12 31 53,63	+2,365	nicht gut.
	A.12 4 55,10	12 31 43,95	—1,621	gut.

1830. Sept. 10. 26 u Geminorum.

Haaparanta	E.16 1 0,94	17 5 9,57	+0,101	nicht gut.
Umeå	E.15 40 35,07	16 49 42,86	+0,022	gut.
Prag	A.15 51 53,26	16 26 4,73	+1,686	

1830. Sept. 30. (1596) Aquarii.

Umeå	E. 9 0 40,73	9 7 25,69	—0,282	
Altona	E. 7 58 25,72	8 26 9,79	—0,417	viell. auf 1" unsicher.

1830. Oct. 23. d Sagittarii.

Die Declination nach *Argelander* A. N. Nr. 206.

Åbo	E. 7 13 38,22	7 1 42,20	+0,365	sehr gut.
Umeå	E. 7 1 3,36	6 53 40,76	+0,514	sehr gut.
Cracau	E. 7 11 12,73	6 52 23,69	—0,062	sehr gut.
Stockholm	E. 6 53 49,01	6 44 48,42	+0,404	
Upsala	E. 6 51 22,36	6 43 8,80	+0,430	
Wien	E. 6 53 30,90	6 38 3,02	—0,074	
Kremsmünster	E. 6 41 16,05	6 29 7,55	—0,038	
Oberkastell	E. 6 13 22,68	6 9 3,11	+0,044	plötzlich.

1830. Oct. 23. 774 Tob. Mayer.

Die Declination nach Herrn *A. Petersen* in Altona. Der Stern ist von ihm vier Mal am Meridiankreise beobachtet und die dadurch erhaltene Bestimmung weicht sehr wenig von *Piazzi* und Hist. Cél. ab.

Cracau	E. 7 33 22,52	7 8 36,17	+0,443	gut.
Stockholm	E. 7 17 43,08	7 1 2,03	+1,048	
Upsala	E. 7 15 23,14	6 59 21,43	+1,088	

1830. Oct. 30. ν Piscium.

Die Declination nach *Argelander* A. N. Nr. 206.

Åbo	E. 7 7 18,20	7 33 15,94	—1,643	sehr gut.
	A. 7 49 3,03	7 33 48,09	+1,442	viell. etwas (zu spät.
Umeå	E. 7 2 20,80	7 25 10,96	—1,399	
Stockholm	E. 6 46 26,64	7 16 25,11	—1,571	unsicher.
	A. 7 28 56,77	7 16 57,18	+1,517	
Upsala	E. 6 45 3,36	7 14 37,10	—1,525	unsicher.
	A. 7 28 11,82	7 15 15,02	+1,466	

1830. Nov. 29. γ Tauri.

Haaparanta	E. 9 44 53,24	10 14 53,87	+0,383	
Stockholm	E. 9 7 43,59	9 50 35,16	+0,144	

1830. Nov. 29. δ Tauri.

Die Declination nach *Argelander* A. N. Nr. 206.

Haaparanta	E.13 44 31,31	13 38 32,22	—0,103	
	A.14 45 40,62	13 38 33,61	+0,088	
Stockholm	E.13 20 0,95	13 13 34,38	—0,601	
Upsala	E.13 17 28,31	13 11 57,94	—0,551	nicht völlig sicher.

1830. Nov. 29 δ^2 Tauri.

Die Declination nach *Argelander* A. N. Nr. 206.

Haaparanta	E.13 46 49,93	13 38 27,29	—0,676	
	A.14 44 22,83	13 39 25,78	+0,659	
Stockholm	E.13 27 36,90	13 14 12,44	—1,490	
Upsala	E.13 24 31,67	13 12 33,54	—1,388	

1830. Nov. 29. α Tauri.

Stockholm	E.16 51 35,30	16 7 40,50	+2,225	
	A.17 21 6,44	16 7 25,82	—2,782	
Upsala	E.16 49 58,44	16 6 2,38	+2,397	

Wir lassen nun die vorläufigen Längen folgen, so wie sie die obigen Conjunctionszeiten geben, und bemerken dabei, dafs nur, wo es möglich war, Eintritte mit Eintritten und Austritte mit Austritten verglichen worden sind. Ferner haben wir nach den Mondsbeobachtungen in Åbo, A. N. Nr. 206, Oct. 23. $d\beta = 0$, Oct. 30 $= -3'',54$ gefunden, und damit die Conjunctionszeiten für diese Tage verbessert; Nov. 29 wurde $d\beta$ aus der Beobachtung von α Tauri abgeleitet und $= -2'',93$ in Rechnung genommen. Die übrigen Tage hingegen ist die Breitencorrection ganz vernachlässigt, weil sich aus den Ein- und Austritten kein wahrscheinlicher Werth dafür bestimmen läfst und uns bekannte Meridianbeobachtungen des Mondes nicht vorhanden sind. Die Mittel sind mit Rücksicht auf das Gewicht genommen und dieses nach der Zahl der Vergleichungen bestimmt, z. B. Eintritt und Austritt mit Eintritt und Austritt verglichen hat das Gewicht $= 1$, Eintritt mit Eintritt oder Austritt mit Austritt $= 0{,}5$ bekommen u. s. w.; hievon machen nur die Sterne erster Gröfse und die Sonnenfinsternisse eine Ausnahme, welchen wir das Gewicht $= 1$ gegeben haben.

Länge von Stockholm.

aus d Sagittarii Oct. 23 durch

Åbo	=	1 2 53,52	
Cracau	=	52,73	h ′ ″
Wien	=	55,80	1 2 53,68
Kremsmünster	=	51,87	
Oberkastell	=	54,51	

aus 774 T. Mayer Oct. 23 durch Cracau		53,86
aus α Tauri Bedeck. 1810 Sept. 18	Cronstrand	52,99
aus Sonnenfinstern. 1816 Nov. 19	Cronstrand	53,15
	Mittel	$= 1^h 2' 53'',33$

Aeltere Bestimmungen geben sie folgendermafsen an:

1751 Dec. 29.	Jup. Bedeck.	= 1	2 52,00	Allg. Geogr. Eph. 1803
1764 April 1.	Sonnenfinst.		56,00	*Lexell* W. A. H. 1773
			51,20	*Du Sejour* T. A. T. I.
Sept. 15.	η Plejad.-Bed.		54,50	A. G. E. 1799.
1765 Aug. 16.	Sonnenfinst.		49,30	——— ———
1766 Aug. 5.	———		46,60	——— ———
Sept. 22.	Celaeno		56,20	——— ———
	Taygeta		54,60	——— ———
	Maja		50,20	——— ———
1769 Jun. 4.	Sonnenfinst.		51,00	*Lexell* A. P. T. XV
			55,00	——— W. A. H. 1773.
			52,00	*Du Sejour* T. A. T. I.
			52,70	*Walbeck.*
1774 Jan. 22.	α Tauri Bed.		50,20	A. G. E. 1799.
1776 Jan. 29.	α Tauri		48,90	——— ———
1777 Sept. 21.	1 δ Tauri		47,40	——— ———
	2 δ ———		54,90	——— ———
1778 Jun. 24.	Sonnenfinst.		53,00	A. P. 1778 P. II.
1786 April 23.	Mercur ☽		49,00	——— ——— ———
1787 Juni 15.	Sonnenfinst.		52,70	A. G. E. 1798.
Nov. 25.	η Gemin.		50,60	Mon. Corr. 1800
1788 März 3.	Jupit. ☽		52,70	——— ———
Juni 3.	Sonnenfinst.		56,20	A. G. E. 1798.
			51,40	Astr. Jahrb. 1792.
1801 May 24.	α Virg. B.		55,80	Mon. Corr. 1803.
			48,23	*Walb.* W. A. H. 1817.

Länge von Upsala.

aus d Sagittarii Oct. 23 durch

	Åbo	=	1 1 13,90	
	Cracau	=	13,11	
	Stockholm	=	13,71	1 1 14,01
	Wien	=	16,18	
	Kremsmünster	=	12,25	
	Oberkastell	=	14,89	
774 Tob. Mayer. Oct. 23 durch				
	Cracau	=	13,26	13,00
	Stockholm	=	12,73	
ν Piscium A. Oct. 30 durch				
	Åbo	=	14,14	12,75
	Stockholm	=	11,35	
ϑ^2 Tauri Nov. 29 durch Stockholm				14,13
α Tauri ——— ——— ———				14,71
Sonnenfinst. 1764 April 1	vergl. mit Stockh.			14,13
——— 1769 Juni 4	vergl. mit Stockh.			12,60
α Virginis B. 1801 Mai 24	——— — Paris			12,23
Sonnenfinst. 1816 Nov. 19	——— — Stockh.			12,07
1820 Sept. 7	——— — Paris *)			13,51

Mittel = 1h 1' 13"29

*) Astr. Nachr. Nr. 64. Wir haben nur die Beobachtung von *Schilling* benutzt, weil er der eigentliche Astronom war und aufserdem ein vergleichungsweise besseres Fernrohr gebrauchte.

Der Längenunterschied zwischen Stockholm und Upsala, welchen *Wargentin* aus vielen Jupiterstrabanten-Ein- und Austritten = 1' 39"—40" gesetzt hatte, ist nach folgenden immediate verglichenen Beobachtungen:

Sonnenfinst. 1764		=	1' 39"20
1769		=	40,73
1816		=	41,26
oben genannte Sterne	d Sagittarii	=	39,62
	774 Tob. M.	=	40,60
	ν Piscium A	=	41,98
	ϑ^2 Tauri	=	39,20
	α Tauri	=	38,62
	Mittel	=	1' 40"15
Obige Längen geben denselben			40,04
Er ist aus der Triangelmessung			40,26

Länge von Umeå.

aus ν Piscium Sept. 5 durch				
	Schwarzkosteletz	= 1h 11'51"27		1h 11'48"86
	Oberkastell		46,45	
μ Ceti Sept. 6 durch Åbo				55,81
89 Tauri Sept. 8 durch				
	Åbo		46,99	44,05
	Schwarzkosteletz		38,18	
σ' Tauri Sept. 8 durch				
	Åbo		52,18	49,93
	Schwarzkosteletz		47,68	
σ^2 Tauri Sept. 8 durch				
	Åbo		57,55	54,04
	Schwarzkosteletz		52,29	
N Tauri Sept. 9 durch Prag				40,68
26u Gemin. Sept. 10 durch Prag				58,53
(1596) Aquar. Sept. 30 durch Altona				45,86
d Sagittarii Oct. 23 durch				
	Åbo		45,86	
	Cracau		45,07	
	Stockholm		45,67	
	Upsala		45,25	45,86
	Wien		48,14	
	Kremsmünster		44,21	
	Oberkastell		46,85	
ν Piscium Oct. 30 durch				
	Åbo		41,46	
	Stockholm		38,58	42,25
	Upsala		46,71	
	Mittel	= 1h 11'48"49		

Der Längenunterschied zwischen Umeå und Stockholm wird hiernach = 8' 55"16

Oberstlieut. Ritter *Hallström* hatte durch Chronometer gefunden	58,14
Häggbladh auch mit Chronometern	52,87

Digitized by Google

Länge von Haaparanta.

aus ν Piscium.	Sept. 5. durch			
	Umeå.....	= 1h 27′ 17″00		
	Schwarzkosteletz	19,78	1 27 17,25	
	Oberkastell.....	14,96		
89 Tauri.	Sept. 8 durch			
	Åbo.....	37,10		
	Umeå.....	38,61		40,39
	Schwarzkosteletz	50,57		
σ^1 Tauri.	Sept. 8 durch			
	Åbo.....	38,08		
	Umeå.....	19,35		27,06
	Schwarzkosteletz	23,75		
σ^2 Tauri.	Sept. 8 durch			
	Åbo.....	26,05		
	Umeå.....	10,15		14,84
	Schwarzkosteletz	13,94		
21 Gemin.	Sept. 10 durch Umeå			16,07
26 uGemin.	Sept. 10 durch			
	Umeå.....	15,20		20,22
	Prag.....	25,24		
γ Tauri.	Nov. 29 durch Stockholm			11,34
ϑ^1 Tauri.	Nov. 29 durch			
	Stockholm.....	49,71		47,98
	Upsala.....	46,26		
ϑ^2 Tauri.	Nov. 29 durch			
	Stockholm.....	5,79		5,37
	Upsala.....	4,95		
		Mittel = 1h 27′ 25″77		

Der Längenunterschied zwischen Haaparanta und Stockholm wird hiernach..... = 24′ 30″44

Hällström hatte mit Chronometern gefunden... 35,93

Der Längenunterschied zwischen Haaparanta und Umeå aus obigen Längen..... = 15 35,28

Hällström mit Chronometern..... 36,89

Einige von den bis jetzt berechneten Mondsternen geben..... 30,29

Diese Mondsterne führen wir hier auch an:

1830.	Haap—Umeå	Anzahl.	Gewicht.	Mondrand.
Sept. 4	15′ 28″54	1	0,00175	2
27	40,21	1	0,00292	1
30	40,71	3	0,00288	1
Oct. 26	44,20	1	0,00177	1
30	29,83	2	0,00295	1
Nov. 8	26,55	1	0,00147	2
24	20,35	3	0,00545	1
25	19,30	3	0,00278	1
27	31,95	3	0,00659	1
Mittel = 15′ 30″29				

G. Svanberg.

Bemerkungen über eine angenommene Atmosphäre des Mondes.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel.*

Es ist so häufig von einer Atmosphäre des Mondes die Rede gewesen, dafs es einiges Interesse hat, auf eine zwar nicht neue, aber dennoch nicht gehörig durch den Calcül verfolgte Bemerkung, welche dem Dasein einer Atmosphäre von einigermafsen erheblicher Dichtigkeit zu widersprechen scheint, zurückzukommen. Es ist nämlich längst bekannt, dafs das Licht eines Fixsterns, in dem Augenblicke in welchem er den Mondrand berührt, nicht merklich von seiner geradlinigen Bewegung abgelenkt wird. Man erkennt dieses aus der Vergleichung der beiden Werthe des Mondhalbmessers, welche man einerseits aus directer Messung, andrerseits aus der Dauer des Verweilens vor einem Fixsterne, ableiten kann; wäre eine Strahlenbrechung am Rande des Mondes vorhanden, so müfste die zweite Bestimmung den Halbmesser um das Doppelte derselben kleiner ergeben, als die erste; wogegen aber beide Bestimmungen so nahe übereinstimmen, dafs man keinen entschiedenen Unterschied derselben hat finden können.

Um dem Monde dennoch eine Atmosphäre zuzuschreiben, mufs man sie entweder als unfähig, die Strahlen zu brechen annehmen; oder man mufs behaupten, dafs der Rand des Mondes mit Bergen besetzt und deren Höhe so beträchtlich sei, dafs die Sterne, indem sie an dem Rande derselben verschwinden und wiedererscheinen, durch eine schon so verdünnte Schichte der Atmosphäre gesehen werden, dafs sie daselbst keine merkliche Strahlenbrechung mehr erleiden. Die erste Annahme schneidet offenbar alle weitere Erörterungen ab, verstöfst aber wohl zu sehr gegen die Analogie aller uns bekannten Flüssigkeiten, als dafs man sie für richtig zu halten geneigt seyn könnte; die zweite ist von den Vertheidigern der Mondsatmosphäre wirklich gemacht worden. Indessen haben sie unterlassen, die Dichtigkeiten der Atmosphäre, in der Höhe der angenommenen Randgebirge und an der Oberfläche des Mondes, mittelst des Mariotteschen Gesetzes, miteinander zu vergleichen, und daher, ohne ihren Glauben rechtfertigen zu können geglaubt, dafs trotz des Mangels oder der Unerheblichkeit der Strahlenbrechung in der Höhe der angenommenen Gebirge, die Atmosphäre, an der Oberfläche des Mondes selbst, eine erhebliche Dichtigkeit, welche *Schröter* auf ein neunundzwanzigstel der Dichtigkeit unserer Luft schätzt, haben könne.

Digitized by Google

Was hier vermifst wird, werde ich jetzt zu ergänzen suchen.

Wenn die Atmosphäre des Mondes eine elastische Flüssigkeit ist, deren Dichte sich zu der Dichte unserer Luft, beide unter gleichem Drucke und in gleicher Temperatur angenommen, wie λ zu 1 verhält, so ist ihre Dichte unter demselben Drucke, welchen eine Quecksilbersäule von 336,905 Lin. ($= 0^{met.},76$) Höhe auf der Oberfläche der Erde äufsert, und in der Temperatur des schmelzenden Eises, den Versuchen von *Biot* und *Arago* zufolge,

$$= \frac{\lambda}{10466,8}$$

wobei die Dichte des Quecksilbers in der Temperatur des schmelzenden Eises zur Einheit angenommen ist. Wenn aber der Druck, dem Drucke welchen eine Quecksilbersäule von der Höhe p auf der Oberfläche der Erde äufsert, gleich und die Temperatur $= t$ Graden der Centesimalscale wird, so ist die Dichte, dem *Mariotte*schen Gesetze und der, sich für alle Gasarten bewährenden gleichen Ausdehnbarkeit durch die Wärme zufolge:

$$[1]\ldots\ldots \rho = \frac{p}{336,905} \cdot \frac{\lambda}{10466,8} \cdot \frac{1}{1+t.0,00375}$$

Bezeichnet man die von dem Mittelpunkte des Mondes angezählte Entfernung der Schichte seiner Atmosphäre, für welche ρ, p und t gültig sein sollen, durch r, den Halbmesser des Mondes durch a, dan der Erde durch a', die Masse des Mondes, in Theilen der Erdmasse ausgedrückt, durch m, so ist ferner:

$$[2]\ldots\ldots\ldots\ldots dp = -\rho\, dr . m\frac{a'a'}{rr}$$

Aus beiden Gleichungen zusammengenommen folgt

$$\frac{dp}{p} = \frac{m a'a' \lambda\, d\frac{1}{r}}{336,905 . 10466,8\,[1+t.0,00375]}$$

und wenn man die Toise, statt der Linie, zur Maafseinheit nimmt und

$$l = \frac{336,905}{864}\,10466,8 = 4081,39 \text{ Tois.}$$

setzt

$$[3]\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{dp}{p} = \frac{m a'a' \lambda\, d\frac{1}{r}}{l[1+t.0,00375]}$$

Integrirt man dieses Differential von der Oberfläche des Mondes, oder von $r = a$ an, und bezeichnet man den Druck an dieser Oberfläche durch (p), so erhält man:

$$p = (p)\, e^{\frac{m a'a'\lambda}{tl}\int \frac{d\frac{1}{r}}{a^1+t.0,00375}}$$

und da, der Formel [1] zufolge

$$\frac{\rho[1+t.0,00375]}{(\rho)[1+(t).0,00375]} = \frac{p}{(p)}$$

ist,

$$d[1+t.0,00375] = (\rho)[1+(t)0,00375]\, e^{\frac{m a'a'\lambda}{l}\int \frac{d\frac{1}{r}}{a^1+t.0,00375}}$$

oder

$$[4]\ldots(\rho)[1+(t)0,00375] = \rho[1+t.0,00375]\, e^{-\frac{m a'a'\lambda}{l}\int \frac{d\frac{1}{r}}{a^1+t.0,00375}}$$

Diese Formel ergiebt, wenn die Function von r, welche t ausdrückt, bekannt ist, so dafs die angedeutete Integration ausgeführt werden kann, die Dichte der Atmosphäre an der Oberfläche des Mondes, aus der als bekannt angenommenen, in einer gegebenen Entfernung r vom Mittelpunkte des Mondes stattfindenden. Man sieht leicht, dafs für die erstere die gröfstmögliche Grenze gefunden wird, wenn die Temperatur auf dem Monde nicht abnehmend mit der Höhe, sondern gleichförmig, angenommen wird. Die Dichte der Atmosphäre an der Oberfläche des Mondes kann daher die Grenze

$$\rho\, e^{-\frac{m a'a'\lambda}{l(1+t.0,00375)}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{a}\right)}$$

wofür man näherungsweise, und indem man λ' für

$$\frac{\lambda}{1+t.00375}$$

schreibt,

$$[5]\ldots\ldots\ldots\ldots\rho\, e^{\frac{m a'a'\lambda}{l}(r-a)}$$

setzen kann, nicht überschreiten.

Die Relation zwischen der, in der Höhe $r - a$ über der Oberfläche des Mondes stattfindenden horizontalen Strahlenbrechung R und der ebendaselbst stattfindenden Dichte ρ der Atmosphäre, ist, mit hinreichender Annäherung, in der Formel (Méc. Cél. IV. p. 252).

$$R = \alpha\sqrt{\frac{a\pi}{2l}}$$

enthalten. Die durch α bezeichnete Gröfse ist das Product der Dichte der Atmosphäre in die Brechungskraft derselben multiplicirt; also wenn R sowohl als α in Secunden ausgedrückt werden, und wenn die Brechungskraft unserer atmosphärischen Luft als Einheit der Brechungskraft der Mondsatmosphäre angenommen, oder die erstere zur letzteren im Verhältnisse $1:\mu$ gesetzt wird, so ist, nach der meinen Refractionstafeln zum Grunde liegenden Bestimmung

Digitized by Google

der Constante, $\alpha = 60'',73.\mu.\rho$ zu setzen. Statt des l der Formel ist hier

$$\frac{l}{\lambda}(1+t.0{,}00375) = \frac{l}{\lambda'}$$

zu schreiben; a ist der Halbmesser des Mondes; π die halbe Kreisperipherie. Man hat also

$$[6]\ldots\ldots\ldots R = 60'',73.\mu\rho\sqrt{\frac{a\lambda'\pi}{2l}}$$

oder

$$\rho = \frac{R}{60'',73.\mu}\sqrt{\frac{2l}{a\lambda'\pi}}$$

wodurch die Grenze der Dichtigkeit der Atmosphäre, an der Oberfläche des Mondes [5], sich in

$$[7]\ldots\ldots\ldots \frac{R}{60'',73.\mu}\sqrt{\frac{2l}{a\lambda'\pi}}\, e^{\frac{ma'a'\lambda'}{aal}(r-a)}$$

verwandelt. Nimmt man für a' den Halbmesser des Erdaequators $= 3271922{,}1$ Toisen, $a = 0{,}2725\,a'$, $m = \frac{1}{87{,}73}$, so wird diese Formel

$$[8]\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{R}{\mu}\,\frac{1}{1125\sqrt{\lambda'}}\, e^{\frac{\lambda'(r-a)}{26598}}$$

Um hieraus ein Resultat ziehen zu können, mufs ich die einzelnen Elemente der Formal näher betrachten. Einer unmittelbaren Bestimmung fähig ist die Horizontalstrahlenbrechung am Mondrande R. Die genügendste vorhandene Bestimmung des Halbmessers des Mondes, so wie derselbe sich in den Vorübergängen vor anderen Himmelskörpern zeigt, scheint mir die von Herrn *de Ferrer* auf 8 Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen gegründete zu seyn, deren Resultat (Conn. des Tems 1817 p. 319) den mittleren Werth dieses Halbmessers $= 15'\,31'',69$ ergiebt. Der von *Burckhardt* aus den Meridianbeobachtungen des Mondes gefolgerte Werth ist dagegen $= 15'\,31'',95$. Der letztere überschreitet den ersteren um $0'',26$ und giebt also für R den kleinen, ganz in der Grenze der Unsicherheit der Bestimmungen liegenden Werth $0'',13$. Ich selbst habe ein Paar günstige Gelegenheiten benutzt, den Halbmesser des Mondes in verschiedenen Richtungen gegen die Declinationskreise, mit dem Heliometer zu messen und werde bei dieser Veranlassung, die Resultate davon mittheilen. Ich wählte zu diesen Messungen die Zeiten der beiden Mondfinsternisse am 2 Sept. 1830 und 26 Dechr. 1833, weil unmittelbar vor dem Anfange und nach dem Ende einer Mondfinsternifs die Erleuchtung des Mondes am vollständigsten ist; während der totalen Verdunkelung war beidemale der Himmel bewölkt. Die erste Finsternifs hat das, was man dem in den Ephemeriden von *Encke* angegebenen Halbmesser hinzusetzen mufs, um ihn mit den Beobachtungen übereinstimmend zu machen, folgendermafsen ergeben:

Positionswinkel.	
°	″
0	+ 0,46
30	— 0,08
60	+ 0,14
90	— 0,41
120	— 0,21
150	+ 0,12

die zweite:

0	+ 0,82
30	+ 0,78
60	+ 0,83
90	+ 0,51
120	+ 0,88
150	+ 0,57

Beide Messungsreihen lassen keinen Zweifel darüber, dafs der Mond sehr nahe kreisförmig erscheint; die Uebereinstimmung der verschiedenen Halbmesser ist gröfser, als die, die Genauigkeit der Messungen beeinträchtigenden Ungleichheiten an dem Rande des Mondes vorher erwarten liefsen. Ich führe dieses an, weil daraus hervorzugehen scheint, dafs man, trotz der Ungleichheiten des Randes, welche oft zwei Secunden übersteigen, den allgemeinen Zug desselben ziemlich sicher erkennen kann, und dafs diese Beobachtungen nicht nöthigen, anzunehmen, dieser Zug des Randes habe an verschiedenen Stellen einen verschiedenen Halbmesser. Die erste Reihe ergieht den Halbmesser des Mondes, im Mittel, ganz übereinstimmend mit den (*Burckhard*'schen) Tafeln; die zweite giebt ihn $0'',73$ gröfser. Der Unterschied beider Reihen hat, meiner Meinung nach, seinen Grund in einer Unvollkommenheit der Tafeln in Beziehung auf die Parallaxe. Obgleich es, bei so bewandten Umständen, schwer seyn wird, eine ganz sichere Bestimmung des Halbmessers des Mondes zu erhalten, so zweifle ich doch nicht, dafs der Unterschied der durch Sternbedeckungen und durch directe Messungen bestimmten Halbmesser des Mondes, nicht so weit bezweifelt werden kann, dafs er in der Wirklichkeit $2''$ betrüge. Ich halte also die Annahme $R = 1''$ für die äufserste, deren weiterer Vergröfserung durch die Beobachtungen entschieden widersprochen wird.

Für $r-a$ (in der Formel [8]) sollte die Höhe über der Mondoberfläche gesetzt werden, in welcher die Verschwindungen und Wiedererscheinungen der Sterne sich ereignen, auf welche also die eben angeführte Bestimmung der Grenze von R sich bezieht. Diese Höhe mufs beträchtlich kleiner sein, als die Höhe der höchsten Berge des Mondes; denn man sieht den Rand, wie ich schon angeführt habe, noch mit Ungleichheiten besetzt, welches nicht seyn könnte, wenn

Digitized by Google

nur die höchsten Berge den Rand begrenzten. Die Berge, welchen *Schroeter* die gröfste Höhe, von 4000 Toisen beilegt, hat er gerade am Rande gefunden, und auch ihre Höhen durch ihre Hervorragung über den allgemeinen Zug des Randes bestimmt. Man sieht also weder in den vorher angeführten Messungen, noch in dem Anblicke den der Mondrand gewährt und den *Schroeter*, durch seine Messungen der Randgebirge, selbst anerkennt, einen Grund, welcher die Annahme rechtfertigte, dafs die vom Monde bedeckt werdenden Sterne immer am hohen Gebirge verschwinden und wiedererscheinen; vielmehr ist bei weitem wahrscheinlicher, dafs am Rande sowohl als an anderen Theilen der Oberfläche Berg und Thal mit einander abwechseln, und dafs ein Fixstern sehr häufig im Thale verschwinden und im Thale wiedererscheinen wird, in welchem Falls die beobachtete Strahlenbrechung unmittelbar für die Oberfläche des Mondes gültig ist. Um indessen den Vertheidigern der Mondsatmosphäre so viel zuzugeben, als sie irgend zu fordern geneigt seyn können, will ich $r - a$ der angegebenen Höhe der höchsten Gebirge gleich, d. h. $= 4000$ Toisen annehmen.

Setzt man $\lambda' = 1$ und $\mu = 1$, oder nimmt man an, dafs die Atmosphäre des Mondes aus unserer Luft besteht und dafs sie die Temperatur des schmelzenden Eises besitzt, so ergiebt die Formel [8] die Dichte an der Oberfläche, trotz der übertriebenen Werthe von R und $r - a$, doch nicht gröfser als $\frac{1}{960}$ der Dichte der Luft an der Oberfläche der Erde.

Die Herren *Biot* und *Arago* haben indessen nicht blofs für die atmosphärische Luft, sondern für 7 verschiedene Gasarten, sowohl λ als μ bestimmt. Ich habe alle diese Zahlen in die Formel gesetzt, und gefunden, dafs nur das Sauerstoffgas, für welches

$$\lambda = 1{,}10359, \quad \mu = 0{,}86161$$

ist, eine Dichte giebt, welche die vorher bezeichnete überschreitet und bis auf $\frac{1}{810}$ steigt. Das Stickstoffgas giebt sie etwas kleiner, die übrigen Gasarten aber gehen sie beträchtlich kleiner als atmosphärische Luft. In dieser Rechnung ist, wie ich schon gesagt habe, $t = 0$ gesetzt; giebt man ihm einen negativen Werth, so vergröfsert derselbe die Dichte an der Oberfläche; allein man müfste $t = -240°$ voraussetzen, um selbst die Dichte der Sauerstoffgas-Atmosphäre auf $\frac{1}{100}$ zu bringen.

Aus diesen Entwickelungen geht hervor, dafs die Vereinbarkeit der unerheblichen oder ganz fehlenden Strahlenbrechung am Mondrande, mit einer erheblichen Dichte der Atmosphäre an der wahren Oberfläche des Mondkörpers, nicht so leicht zugegeben werden kann, als die Vertheidiger der Aehnlichkeiten des Mondes mit der Erde geglaubt haben. Ich weifs in der That kein Mittel, dem Monde eine Atmosphäre zu retten, als die Annahme einer nicht-strahlenbrechenden. Ob man sich lieber hierzu, oder zu der Aufsuchung neuer Erklärungen der Beobachtungen, aus welchen man das Vorhandensein der Atmosphäre gefolgert hat entschliefsen wird, mufs ich erwarten.

Ohne mich selbst auf diese neuen Erklärungen einlassen zu wollen, werde ich doch Einiges über die zu erklärenden Beobachtungen bemerken. Die unzweideutigste derselben scheint mir *Schroeters* Wahrnehmung einer schwachen Erleuchtung nahe an der Lichtgrenze gelegener Flächen zu sein; dieses schwache Licht schrieb er einer Dämmerung zu, welche nicht ohne Atmosphäre stattfinden kann; die Höhe der atmosphärischen Schichte, welche Dämmerungslicht noch zu verbreiten im Stande sey, bestimmte er, aus der Ausdehnung des von ihm beobachteten Phänomens, $= 1313$ Toisen. Auch zur Zeit einer Sonnenfinsternifs ist ihm nicht allein der Ausschnitt in der Sonnenscheibe, sondern auch der Rand des vorliegenden Mondes selbst erschienen, was er derselben Dämmerung zuschreibt. Die letzte Erklärung mufs man, meines Erachtens, gänzlich zurückweisen, indem das helle Licht der Sonne die Anwendung eines Dämpfglases vor dem Fernrohre fordert, durch welches man keinen Theil des Mondes, wenn derselbe bei Tage am Himmel steht, selbst nicht den dem directen Sonnenlichte ausgesetzten, also noch viel weniger den durch schwache Dämmerung überdies auf der leuchtenden Sonnenscheibe selbst liegenden Rand, sehen kann. Wenn man demzufolge diese Erklärung hier nicht annehmen kann, so sehe ich keinen Grund, welcher zu der Annahme derselben Erklärung der ähnlichen, allein bei Nacht und in Berührung mit der Lichtgrenze wahrgenommenen schwachen Erleuchtung zwingen könnte. Wenn man aber die Aehnlichkeit beider Wahrnehmungen nicht anerkennen, sondern das gegen die Erklärung der einen Angeführte, als die der anderen nicht schwächend ansehen will, so bleibt nur noch die Annahme einer, das Licht nicht brechenden, wohl aber zurückwerfenden Atmosphäre möglich. Gegen eine Atmosphäre dieser Art spricht aber nicht nur, dafs sie aller Analogie entbehrt, sondern auch die, allen Beobachtern bekannte Art der Verschwindung und Wiedererscheinung eines Fixsterns am dunkelen Mondrande, das Licht desselben bleibt unmittelbar vor der ersteren und nach der anderen ungeschwächt, so dafs ich wenigstens nie einen Stern anders verschwinden oder wiedererscheinen gesehen habe, als im vollen Glanze. Andere, für Andeutungen einer Atmosphäre des Mondes angesehene Wahrnehmungen, scheinen mir noch weniger

Digitized by Google

unzweideutig zu seyn. *Schroeter* hat z. B. kleine, auf dem Monde vorhandene Gegenstände zu gewissen Zeiten nicht sehen können und erklärt diese Unsichtbarkeit derselben durch über ihnen liegende Wolken. Allein wer den Mond unter verschiedenen Beleuchtungen und in verschiedenen Lagen der Gesichtslinie betrachtet hat, wird zahllose Gegenstände bemerkt haben, welche bei diesen Umständen sichtbar, bei jenen unsichtbar sind. Da genau dieselben Umstände schwerlich je wiederkehren, so wird man ein Recht haben, zu fragen, wodurch die Sicherheit erlangt worden sei, dafs die von *Schroeter* zuweilen nicht wahrgenommenen, nicht aus dieser Ursache, sondern durch Gewölk, unsichtbar geworden seyen?

Ich glaube, dafs, nach der Berücksichtigung dieser Zweifel gegen die Erklärungen der für Andeutungen einer Mondsatmosphäre genommenen Wahrnehmungen, kein Grund für das Dasein derselben übrig bleiben wird, welcher wahrscheinlicher wäre, als der Grund, welchen die Unmerklichkeit der Strahlenbrechung am Mondrande gegen dieselbe giebt. Die Stärke dieses Grundes vollständig darzulegen, war der Zweck dieses Aufsatzes, der übrigens nicht für Die geschrieben ist, welche ein Vergnügen darin finden, von Aehnlichkeiten zwischen dem Monde und der Erde zu träumen: darin wünsche ich sie, durch mathematisches Raisonnement, nicht zu stören.

Bessel.

Verzeichnifs der mathematischen Instrumente, welche in dem mathematisch-mechanischen Institute: *T. Ertel* in München um beigesetzte Preise verfertigt werden.

Alle optischen Gläser sind aus dem optischen Institute: *Utzschneider et Fraunhofer* in München entnommen, alle angegebenen Gröfsen im zwölftheiligen Pariser Mafse, und die Preise ohne Verpackung im 24 Guldenfufse zu verstehen.

1. Meridienkreis. Der silberne Limbus des Kreises von 3 Fufs 4 Zoll Durchmesser ist vermittelst 4 Nonien von Secunde zu Secunde getheilt. Der Meridiankreis ist wie ein Passageninstrument zur Untersuchung und Berichtigung des Collimationsfehlers zum Umhängen eingerichtet, in allen seinen Theilen vollständig balancirt, und hat zwei grofse Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Kreises. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 96 Zoll Brennweite und 66 Linien Oeffnung, 4 astronomische Oculare zum Verschieben und 1 Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Horizontalachse. 6600 fl.

2. Meridienkreis. Der silberne Limbus des Kreises von 3 Fufs Durchmesser ist vermittelst 4 Nonien von 2 zu 2 Secunden getheilt. Der Meridienkreis ist zur Untersuchung und Berichtigung des Collimationsfehlers zum Umhängen eingerichtet, in allen seinen Theilen vollständig balancirt, und hat 2 grofse Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Kreises. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 60 Zoll Brennweite und 51 Linien Oeffnung, 4 astronomische Oculare zum Verschieben und ein Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Horizontalachse. 4200 fl.

3. Meridienkreis. Der silberne Limbus des Kreises von 2 Fufs Durchmesser ist vermittelst 4 Nonien von 2 zu 2 Secunden getheilt. Der Meridiankreis ist zur Untersuchung und Berichtigung des Collimationsfehlers zum Umhängen eingerichtet, in allen seinen Theilen vollständig balancirt, und hat zwei grofse Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Kreises. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 50 Zoll Brennweite und 42 Linien Oeffnung, 4 astronomische Oculare zum Verschieben und ein Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Hauptachse. 2300 fl.

4. Meridienkreis. Der silberne Limbus des Kreises von 20 Zoll Durchmesser ist vermittelst 4 Nonien von 4 zu 4 Secunden getheilt. Der Meridienkreis ist zur Untersuchung und Berichtigung des Collimationsfehlers zum Umhängen eingerichtet, in allen seinen Theilen vollständig balancirt, und hat 2 grofse Libellen, die eine zum Aufstecken auf die Horizontalachse, die andere an der Alhidade zur Versicherung des festen Standes der Nonien beim Drehen des Kreises. Das Fernrohr hat ein achromatisches Objectiv von 42 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung, 3 astronomische Oculare zum Verschieben und ein Sonnenglas. Die Fädenbeleuchtung geschieht durch die Hauptachse. 1800 fl.

(Die Fortsetzung folgt.)

Inhalt.

Beiträge zu Längenbestimmungen aus Schweden von *A. Häggbladh* und *G. Svanberg*. p. 405.
Bemerkungen über eine angenommene Atmosphäre des Mondes. Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel*. p. 411.
Verzeichnifs der mathematischen Instrumente, welche in dem mathematisch-mechanischen Institute: *T. Ertel* in München um beigesetzte Preise verfertigt werden. p. 419.

Altona 1834. Juli 16.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 264.

Schreiben des Herrn *Th. Hussey* an den Herausgeber.

Rectory. Hayes. Kent. April 19. 1834.

For the measurement of objects where diminution of light is of secondary importance, there are few persons I think who will not prefer a double image micrometer of some sort or other to a parallel wire micrometer. On my own part at least this preference is the result of many years uninterrupted experience and not being aware that any measures of the planets have been taken with a double image micrometer applied to a telescope deserving to rank among those which of late have furnished similar observations with a parallel wire micrometer I for this purpose adapted a dynameter as an eye piece to a telescope of the Munich manufacture 6,5 English inches aperture, and which I have no reason to consider inferior to any instrument of the same dimensions. The dynameter was of *Dollonds* well known construction, having three lenses and that next the eye divided. The value of the scale was determined in the usual way by letting a star run along a spider line parallel to the section of the lens and taking the interval of transit over the two images of a line perpendicular to the former at the utmost range of the instrument. Then by ten observations of

α Orionis	The value of one revolution of the Dynameter screw expressed in Arc was	40″831
Sirius		41,103
α Lyræ		40,562
β Ursæ min.		40,274
α Orionis		40,878

Mean 40″7296

This being premised, the measures that I obtained of Saturn in parts of a revolution of the Dynameter screw are as follow:

1833.	Saturn's Polar Diam. = A.	Numb. of Obs.	A mult. by Sat. log. dist. div. by 1.	Saturn's Equat. Diam. = B.	Numb. of Obs.	B mult. by Sat. log. dist. div. by 1.
April 30	0,452375	10	3,9665	0,507725	10	4,4518
May 3	0,452875	10	3,9881	0,4893	10	4,3089
5	0,443225	10	3,9147	0,491025	10	4,3369
8	0,448125	10	3,9762	0,50765	10	4,5043
13	0,445625	10	3,9857	0,487675	10	4,3617
14	0,442575	10	3,9649	0,47405	10	4,2468
15	0,425275	10	3,8161	0,4733	10	4,2471
16	0,4309	10	3,8730	0,473225	10	4,2534
18				0,472325	10	4,2596
20	0,4324375	20	3,9131	0,47815	10	4,3267
			35,3983			43,2972
	Mean 3,933144 = 2′ 40″207			6Mean 4,32972 = 2′ 56″3478		

After April 30, the Earth being in the plane of the Ring, the latter was invisible, and the planet consequently in the most favourable position for accuracy of micrometrical measurement, and that the instrument employed was not inferior to the occasion may be estimated from the observations of May 14. for example.

Equatorial Diameter of Saturn.		Polar Diameter of Saturn.	
R. 0,6815	L. 0,2720	R. 0,6575	L. 0,2100
0,6725	0,2620	0,6900	0,2365
0,6725	0,2875	0,6565	0,2120
0,6750	0,2540	0,6760	0,2225
0,6815	0,2615	0,6775	0,2090
0,6600	0,2550	0,6780	0,2125
0,6745	0,2920	0,6725	0,2025
0,6750	0,2510	0,6645	0,2080
0,6985	0,2800	0,6665	0,2115
0,6900	0,2850	0,6700	0,2180
6,7810	2,7000	6,7090	2,1425
2,7000		2,1425	
9,4810		8,8515	
20 = 0,47405		20 = 0,442575	

The observations of Jupiter agreed equally well. The mean amount of them was as follows.

1832.	Jupiter's Equat. Diam. = A.	Numb. of Obs.	A mult. by Jup. log. dist. div. by 1.	Jupiter's Polar. Diam. = B.	Numb. of Obs	B mult. by Jup. log. dist. div. by 1.
Aug. 24	1,206125	10	4,8602			
26				1,164425	10	4,6779
Sept. 1	1,2324	8	4,9142	1,166225	10	4,6500
4	1,23329	12	4,9040	1,169765	10	4,6511
8	1,27664	30	5,0612	1,20829	20	4,7902
9	1,29305	10	5,1234	1,22915	10	4,8703
10	1,2833	12	5,0822	1,2295	12	4,8692
11	1,270975	10	5,0310	1,212925	10	4,8013
12	1,26965	10	5,0241	1,193475	10	4,7223
13				1,197975	10	4,7408
15	1,266675	20	5,0119	1,206675	10	4,7737
25				1,20595	10	4,7869
27	1,258125	10	5,0010	1,22315	10	4,8624
Oct. 5	1,266875	10	5,0834	1,2081	10	4,8479
8	1,258075	10	5,0705	1,195475	10	4,8179
13	1,23495	10	5,0229	1,1894	10	4,8368
Nov. 4	1,2000	9	5,1328	1,1207125	20	4,7935
6	1,176525	20	5,0857	1,146175	10	4,9551
7	1,17285	10	5,0846	1,15915	10	4,9392

Digitized by Google

1832.	Jupiter's Equat. Diam. = A.	Numb. of Obs.	A mult. by Jup. log. dist. div by 1.	Jupiter's Polar Diam. = B.	Numb. of Obs.	A mult by Jup log. dist. div. by 1.
Nov. 11	1,1577125	20	5,0822	1,127	20	4,9471
17				1,1187	5	5,0056
22	1,1288625	20	5,1352	1,092725	20	5,0857
23	1,11445	10	5,0857	1,077925	10	4,9187
25	1,120275	10	5,1458	1,072925	10	4,9289
27	1,10935	10	5,1304	1,061375	10	4,9086
		21	106,0724		24	116,1811
	Mean 5,05106 = 3'25"7281			Mean 4,840879 = 3'17"1672		

The quantities which I have thus obtained, and upon which I am disposed to place great reliance, are *the apparent diameters of the Planets supposing their distance from the Earth equal to the Suns mean distance from the Earth.* And this is the quantity which ought always to be taken as the measure of the Planets diameters. The quantities which are usually taken are *the apparent diameters supposing the Planets distances from the Earth equal to their mean distances from the earth*, which means I suppose their mean distances from the Sun.

Th. J. Hussey.

Bemerkungen über die Mondfinsternifs am 26. December 1833 vom Particulier *C. J. G. Pastorff* zu Buchholz bei Drossen unweit Frankfurt an der Oder.

Die Mondfinsternifs vom 26. December 1833 giebt mir wiederholt Veranlassung zu vermuthen, dafs die Mondfinsternisse überhaupt uns noch nicht beachtete Zustände unserer Atmosphäre kenntlich machen möchten. Diese Mondfinsternifs war an sich schon merkwürdig wegen der vielen Sternbedeckungen, die während der Dauer derselben Statt fanden; doch auch in physischer Hinsicht sind vielleicht nicht unwichtige Bemerkungen gemacht worden. Der Mond erschien in den verfinsterten Theilen in einem röthlichen Lichte. Zur Zeit der totalen Verfinsterung war dieses im Fernrohr morgenroth ähnliche, mit blofsen Augen aber dunkler scheinende Licht, an den Randtheilen des Mondes ziemlich hell, in der Mitte jedoch dunkler. Nachdem dieser dunkle Theil des Schattens sich über die Mondscheibe fortbewegt hatte, der Mond durchaus röthlich aussah, Aristarch ausgetreten war, erschien dieses röthliche Licht in den Theilen des Randes, wo Langren, Petarius und Furner liegen, fast bis zum Tycho hin am stärksten und verlohr sich dicht an der Lichtgrenze des Schattens beim Aristarch etc. schwach ins Bläuliche. Zwischen hier und Langren Zwischenfarben des Regenbogens zu erkennen war unmöglich, das Röthliche vielmehr vorherrschend.

Es wäre zu wünschen, dafs sämmtliche Beobachter sich über die Färbung des Schattens erklärten, um zu entscheiden: ob sie von localen oder allgemein verbreiteten Beschaffenheiten und Veränderungen unsers Dunstkreises herrührt? Denn obwohl die rothe Färbung die am häufigsten wahrgenommene ist, so findet sie doch nicht bei jeder Mondfinsternifs Statt und mag vielleicht an verschiedenen Orten gleichzeitig verschieden seyn. Bei der Mondfinsternifs am 26 Januar 1823 zum Beispiel, war der Schatten milchigt, wie ich auch in *Bode's* Jahrbuch für 1827 pag. 100 bemerkte. Ebenso bei der am 6 Jan. 1833. Dagegen berichtet *Gambart* in *Bode's* Jahrbuch für 1827 von der Mondfinsternifs am 23 July 1823 von einer ähnlichen röthlichen Färbung des Mondes während der Verfinsterung, indem er sagt: „der verfinsterte Theil erscheint in Kupferfarbe;" und beim Eintritt der totalen Verfinsterung fügt derselbe hinzu: „der Mond erschien in sehr rother Farbe und alle seine Flecke sind zu erkennen." Auch *Schröter* erwähnt der rothen Färbung bei der Verfinsterung vom 22 Oct. 1790 vid. *Bode's* Jahrbuch für 1794 pag. 124. Damals blieb Aristarch sichtbar. Desgl. *Beitler* bei der Mondfinsternifs vom 28. April 1790 vid. *Bode's* Jahrb. für 1794 pag. 255. *Bode* bei der Mondfinsternifs vom 3 Febr. 1795 vid. *Bode's* Jahrbuch für 1799 pag. 229, erwähnt aufser der gelbröthlichen Färbung auch der bläulichen Farbe von einem Theile des Schattens. *Bode* bei der Mondfinsternifs vom 3 Decbr. 1797 (vid. dessen Jahrbuch für 1801 pag. 98) sah den verfinsterten Mond ganz röthlich. *Schröter* hingegen sagt ebend. pag. 193 von derselben Mondfinsternifs, dafs der verfinsterte Mond mit blofsen Augen kupferroth, im Telescop aber aschgrau ausgesehen habe. Dem Erblandmarschall *von Hahn* erschien bei dieser Mondfinsternifs (vid. *Bode's* Jahrb. für 1802 p. 204) der Schatten Anfangs aschgrau, dann bläulich, während der Mitte der Verfinsterung im röthlichen Lichte, was er einer Phosphorescenz des Mondkörpers zuschreibt. *Bode* dagegen schilderte den Schatten bei dee Finsternifs vom 29 Mai 1798 (vid. Jahrb. für 1802 pag. 246) dunkelroth. *Schröter* bei der Finsternifs vom 11. Sept. 1802 (vid. Jahrb. für 1805 pag. 258) sagt: „der Erdschatten war sehr helle, von lichtgrauer Farbe, der Halbschatten aber fast gar nicht zu erkennen."

Eben solche Verschiedenheiten zeigen sich in den Randtheilen des Schattens. Bei der Mondfinsternifs am 5ten Dec.

Digitized by Google

1816 umgab ein Streif Halbschatten von ziemlicher Präcision den dunklen Schatten, in dem die Eintritte erfolgten und zwar in einer Breite von der Längenausdehnung des Grimald, welche *Schröter* zu 30 Meilen annimmt. Diese Präcision habe ich bei späteren Mondfinsternissen nicht mehr wahrgenommen, auch bei der gegenwärtigen nicht; da ich mir alle Mühe gab, die Erscheinung des ersten Rauchigwerdens der Mondflecke wahrzunehmen, und dies schien schon um 8^h 29′ w. Buchholzer Sonnenzeit zu geschehen. (Nördliche Breite des hiesigen Beobachtungsortes zu 52° 25′ 51″ und Länge 32° 38′ 2″,5 östlich von Ferro.) Wie Grimalds erster Rand in den eigentlichen Schatten trat um 8^h 43′ 30″, wurde Orontius und Hell schon rauchig. Aristarch war beinah noch 4′ nach seinem Eintritt in den Schatten zu sehen, da er dann gänzlich verschwand, obwohl die Meere des Mondes während der Dauer der Verfinsterung noch kenntlich blieben. Merkwürdig war auch, dafs um die Zeit, da Proklus eintrat, circa um 9^h 20′ 49″ in der Gegend des Grimald an 20 bis 25° des Mondrandes gänzlich verschwanden, welche einige Zeit nachher, zur Zeit der totalen Verfinsterung wieder in einem röthlichen Lichte erschienen; da nun der dunkle Theil des Mondschattens sich auf der Mitte der Mondscheibe befand, ohne jedoch dort ein gänzliches Verschwinden aller Meere hervorzubringen.

Uebrigens macht schon *Lambert* im Jahrbuch für 1777 pag. 110—114 auf die bei Mondfinsternissen an dem Schatten merkbare Verschiedenheit unserer Atmosphäre aufmerksam. Er hielt die rothe Färbung desselben damals für eine Wirkung des Abendrothes, was wohl nicht immer der Fall ist; die Präcision im Halbschatten aber für Wirkungen einer dichten Erdwolkenlage in dem Theile der Erdperipheria, wo die Sonnenstrahlen tangiren.

Auch den Alten ist die verschiedene Färbung des Mondes bei den Finsternissen mehr als einmal aufgefallen. So erzählt *Dio Cassius* im 65sten Buch, Kap. 11 seiner römischen Geschichte folgendes: „Noch gröfser ward die Verwirrung im Lager des *Vitellius* (Jahr 822 nach Roms Erb. oder 71 n. Chr.) durch eine in derselben Nacht eintretende Mondfinsternifs. Doch nicht sowohl die Finsternifs an sich, obgleich sie bei mangelnder Geistesruhe unglückbedeutend scheinen kann, als vielmehr, dafs der Mond in blutrother, schwarzer und andern traurigen Farben spielte, erfüllte die Seele mit vielen Besorgnissen.“

Die Zusammenstellung vorstehender Beobachtungen macht es ziemlich wahrscheinlich, dafs bei einer und derselben Mondfinsternifs die Färbung des Schattens an den verschiedenen Orten verschieden seyn kann, also von localen Beschaffenheiten unsers Dunstkreises herrührt. Indefs ganz begründet ist dies aus dem Gegenwärtigen noch nicht, bis man diesen Gegenstand einer besonderen Aufmerksamkeit gewürdigt hat.

C. J. G. Pastorff.

Mondsterne, beobachtet auf der Sternwarte zu Kremsmünster 1833.

Tag.	Gestirn.	Sternzeit der Culmination. h ′ ″	Fädenzahl.
1833 Januar 4	104 m Tauri	4 57 35,41	5
	Mond I	5 35 25,43	5
	62 χ 3 Orionis	5 53 59,97	5
6	26 χ 3 Orionis	5 54 0,58	4
	Mond I	6 42 23,00	2
	43 ζ Gemin.	6 54 12,39	5
	56 q Gemin.	7 12 5,75	5
6	43 ζ Gemin.	6 54 12,37	5
	56 q Gemin.	7 12 5,60	5
	Mond II	7 53 0,55	5
	(42) Cancri	8 10 35,77	5
März 29	56 q Gemin.	7 12 5,26	5
	Mond I	7 21 38,92	5
	85 l Gemin.	7 45 54,52	5
	(42) Cancri	8 10 36,12	5
Mai 2	80 l 3 Virg.	13 26 51,64	5
	Mond I	13 49 35,36	5
	98 x Virgin.	14 4 1,12	5
	2 Librae	14 14 28,43	5
1833 Mai 3	98 x Virginis	14 4 1,23	5
	Mond I	14 44 3,87	5
	38 γ Librae	15 26 13,48	5
Mai 4	α 2 Librae	14 41 40,43	5
	21 ν 1 Librae	14 57 20,69	5
	38 γ Librae	15 26 12,99	5
	Mond II	15 41 25,89	5
28	15 η Virginis	12 11 22,86	5
	Mond I	12 36 52,13	5
	44 k 1 Virg.	12 51 4,75	5
	48 k 4 Virg.	12 55 19,49	5
Jun. 2	24 m Scorpii	16 31 56,92	5
	(214) Scorpii	16 43 35,63	5
	Mond II	17 9 23,40	4
28	38 γ Librae	15 26 13,40	5
	44 η Librae	15 34 42,68	5
	Mond I	15 52 13,58	5
	7 χ Ophinch	16 17 23,12	5

Digitized by Google

Tag	Gestirn.	Sternzeit der Culmination. h , "	Fädenzahl.
1833 Jun. 29	7 χ Ophiuchi	16 17 23,27	5
	Mond I	16 46 47,63	5
	40 ρ Ophiuchi	17 11 2,05	5
	58 D Ophiuchi	17 33 27,69	5
Aug. 24	Mond I	18 2 23,00	5
	28 Sagittarii	18 36 18,25	5
	32 ν 1 Sagittarii	18 44 7,25	5
	37 ξ 2 Sagittarii	18 47 48,07	5
27	(146) f Capric.	19 19 45,42	6
	Mond I	20 43 47,44	5
	32 ι Capricorni	21 12 58,90	5
28	32 ι Capricorni	21 12 58,84	5
	Mond I	21 34 25,85	5
	49 δ Capricorni	21 37 51,38	5
	51 μ Capricorni	21 44 13,51	5
29	49 δ Capricorni	21 37 51,41	5
	51 μ Capricorni	21 44 13,58	6
	Mond I	22 23 10,26	5
	65 J Aquarii	22 39 16,32	5
Sept. 24	19 Capricorni	20 45 23,31	2
	22 η Capricorni	20 54 65,84	5
	Mond I	21 18 6,40	5
	40 γ Capricorni	21 30 52,30	5
25	40 γ Capricorni	21 30 52,24	5
	Mond I	22 7 20,80	5
	57 σ Aquarii	22 21 50,71	6
	71 τ 2 Aquarii	22 40 47,18	5
26	71 τ 2 Aquarii	22 40 47,15	5
	Mond I	22 54 52,51	5
27	95 χ 3 Aquarii	23 10 18,73	5
	Mond I	23 41 9,62	5
	29 q Piscium	23 53 18,26	5
	4 Ceti	23 59 13,24	6
28	29 q Piscium	23 53 18,58	5
	Mond II	0 28 51,76	5
	20 m Ceti	0 44 31,17	5
29	26 Ceti	0 55 15,85	5
	33 Ceti	1 2 0,70	5
	Mond II	1 14 36,90	3
Oct. 25	30 r Piscium	23 53 26,30	5
	Mond I	0 10 33,28	5
	(120) Piscium	0 27 0,88	5
	20 m Ceti	0 44 30,99	5
26	(120) Piscium	0 27 1,14	5
	20 m Ceti	0 44 30,97	5
	Mond I	0 66 17,14	5
	106 ν Piscium	1 32 47,49	5
28	73 ξ 2 Ceti	2 19 19,78	5
	Mond II	2 32 67,73	1
	43 σ Arietis	2 42 19,91	5
29	43 σ Ariet.	2 42 19,88	5
	(4) Ceti	3 2 15,14	5
	Mond II	3 23 23,56	5
	(103) Tauri	3 30 2,52	5

Tag	Gestirn.	Sternzeit der Culmination. h , "	Fädenzahl.
1833 Nov. 27	43 ω^1 Tauri	3 59 30,26	5
	50 ω^2 Tauri	4 7 32,36	6
	Mond II	4 52 9,77	5
Dec. 22	65 ξ 1 Ceti	2 4 11,92	6
	Mond I	2 38 4,28	5
	(4) Ceti	3 2 15,20	5
	5 f Tauri	3 21 42,78	5
26	141 Q^2 Tauri	6 51 40,23	5
	7 η Gemin.	6 4 51,45	5
	13 μ Gemin.	6 12 55,21	5
	Mond II	6 26 55,69	5

Jupiter.

1833.	Mittl. Zeit Kremsm. h , "	AR. h , "	Decl. ° , "	dx "	dd "
Oct. 25	11 38 41,98	1 54 58,98	+10 9 52,4	+ 0,73	+ 6,9
26	11 34 15,27	1 54 28,10	10 7 3,2	+ 0,66	+11,2
28	11 25 21,73	1 53 26,56	10 1 40,9	+ 0,56	+ 5,0
29	11 20 55,32	1 52 55,75	9 58 56,4	+ 0,72	+ 6,5
30	11 16 29,25	1 52 25,42	9 56 15,6	+ 0,57	+ 5,6
31	11 12 3,26	1 51 55,21	9 53 35,8	+ 0,46	+ 4,6
Nov. 11	10 23 31,87	1 46 38,25	9 26 52,1	+ 0,69	+ 7,7
12	10 19 9,43	1 46 11,55	9 23 34,6	+ 0,77	+ 7,6
16	10 1 44,19	1 44 29,65	9 14 54,6	+ 0,68	+ 4,5
27	9 14 35,63	1 40 35,39	8 56 35,1	+ 0,37	+ 1,6
28	9 10 22,06	1 40 17,77	8 54 10,9	+ 0,44	+ 2,7
Dec. 5	8 41 7,68	1 38 34,34	8 46 22,6	+ 0,43	+ 4,9

Pallas.

1834					
Jan. 31	12 3 33,28	8 46 17,03	−22 35 34,2	+19,48	−13,8
Febr. 2	11 54 10,26	8 44 45,80	22 0 52,9	+19,75	− 7,8
3	11 49 29,17	8 44 0,67	21 42 33,7	+19,70	−12,7
4	11 44 48,59	8 43 16,04	21 23 43,9	+19,50	−15,6
6	11 35 28,98	8 41 47,75	20 44 32,7	+19,46	−17,6
9	11 21 33,45	8 39 39,56	19 42 0,6	+19,67	−19,2
10	11 16 56,49	8 38 58,64	19 20 22,0	+19,50	−10,9
11	11 12 20,87	8 38 18,28	18 57 59,7	+19,65	−19,2
12	11 7 46,00	8 37 39,32	18 35 22,1	+19,40	−17,3
17	10 45 8,34	8 34 40,22	16 36 12,0	+19,45	−25,1
18	10 40 41,08	8 34 8,86	16 11 30,6	+18,84	−17,6
20	10 31 49,40	8 33 8,86	15 21 2,2	+19,19	−17,7
23	10 18 43,77	8 31 50,61	14 3 36,2	+19,21	−16,1
26	10 5 53,24	8 30 47,56	12 44 34,4	———	———
27	10 1 39,33	8 30 29,79	12 18 3,9	———	———
März 1	9 53 17,48	8 29 59,51	11 24 32,9	———	———
2	9 49 9,00	8 29 47,03	10 57 51,5	———	———
3	9 45 2,28	8 29 36,00	10 30 59,9	———	———
4	9 40 58,17	8 29 27,52	10 4 7,3	———	———
5	9 36 55,16	8 29 20,65	9 37 16,1	———	———

Ceres

1834					
Jan. 31	13 51 36,68	10 34 37,20	+25 9 32,8	+ 0,96	−16,6
Febr. 2	13 42 23,61	10 33 16,82	25 26 20,0	+ 1,04	−15,2
3	13 37 45,52	10 32 34,59	25 34 36,2	+ 1,24	−10,5
4	13 33 6,69	10 31 51,54	25 42 59,5	+ 1,00	−16,6
6	13 23 44,98	10 30 21,49	25 59 14,3	+ 1,06	− 9,3

Digitized by Google

1834.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Febr. 9	13 9 34,91	10 27 58,66	+26 23 10,7	+ 1,11	—13,5
10	13 4 49,69	10 27 9,37	26 30 50,3	+ 1,05	— 9,2
11	13 0 4,01	10 26 19,16	26 38 29,1	+ 1,09	—11,8
17	12 31 16,07	10 21 5,60	27 20 58,3	+ 1,09	—14,3
18	12 6 26,89	10 20 12,18	27 27 20,4	+ 0,89	— 9,0
20	12 16 47,29	10 18 24,15	27 39 44,0	+ 1,10	—12,5
23	12 2 18,09	10 15 41,99	27 56 39,5	+ 1,34	—12,9

1834.	Mittl. Zeit Kremsm.	AR.	Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
	h ′ ″	h ′ ″	° ′ ″	″	″
Febr. 26	11 47 50,73	10 13 2,07	+28 11 33,6	+ 0,85	—10,6
27	11 46 57,43	10 12 8,80	28 16 5,0	+ 1,05	—10,3
März 1	11 33 26,34	10 10 24,99	28 24 22,5	+ 1,00	—11,4
2	11 28 39,07	10 9 33,57	28 28 6,5	+ 0,86	— 8,0
3	11 23 52,74	10 8 43,09	28 31 39,7	+ 1,16	—10,4
4	11 19 7,58	10 7 53,65	28 34 55,4	———	———
5	11 14 22,91	10 7 4,70	28 37 58,6	———	———

M. Koller.

Nachricht von der Gründung einer Haupt-Sternwarte für Rufsland bei der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg. (St. Petersburg, gedruckt in der Buchdruckerei der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. 1834)

Es liegt in der Eigenthümlichkeit der Naturwissenschaften, dafs zu ihrem Gedeihen die Unterstützung von Seiten der Mächtigen der Erde erforderlich ist. Sie heischen Anstalten, deren Ausführung und Erhaltung die Kräfte des Privatmannes übersteigen. Die Richtigkeit dieser Behauptung bewährt sich in einem vorzüglichen Grade in der Astronomie, deren Geschichte die Fortschritte dieser Wissenschaft als aufs innigste verbunden mit dem Schutze darstellt, den ausgezeichnete Regenten ihr gewährten, die es häufig nicht verschmähten, selbst an der Erweiterung der Wissenschaft thätigen Antheil zu nehmen.

Als *Ptolemäus Philadelphus* Griechenlands Gelehrte nach Alexandrien berief und im Museum vereinigte, da sehen wir 250 Jahre vor Chr. die erste Sternwarte entstehen, auf welcher während einer langen Folge von Jahren beobachtet wurde. Im Porticus des Museums, welches in demselben Stadttheile mit dem königlichen Pallast belegen war, im Bruchion, stellte *Eratosthenes* seine Armillarsphären auf, um an ihnen die Bewegungen der Gestirne zu verfolgen. Mit demselben Apparate arbeitete hundert Jahre später *Hipparch*, der gröfste Beobachter des Alterthums, und 140 Jahre nach Chr. *Ptolemäus*. An demselben Orte hatte *Hipparch* seine Himmelskugel aufgerichtet, welche die Sterne und deren Bilder nach seinen Ortsbestimmungen darstellte. Hier befanden sich die Dioptern desselben Astronomen, des *Ptolemäus* Astrolabium und seine parallactischen Regeln. Nach einem ruhmvollen Daseyn von 400 Jahren, welches die systematische Behandlung der Astronomie begründet hatte, verfiel die Sternwarte zu Alexandrien, hörte aber vielleicht erst auf, als durch die erobernden Araber alle wissenschaftlichen Anstalten daselbst zu Grunde gingen.

Wenn der nachfolgende, fast tausendjährige Zeitraum bis zur Wiederherstellung der Wissenschaften als eine für die meisten derselben traurige Periode angesehen werden mufs, so ist dies am wenigsten für die Astronomie der Fall. Nach einander pflegten die Chalifen Arabiens und die Mongolischen Chane diese Wissenschaft, und suchten durch Anlegung von Sternwarten das Material derselben zu erweitern. Der Chalif *Almamum* gründete eine Sternwarte in Damascus und eine zu Bagdad; später wurde eine vom Aegyptischen Chalifen *Hakem* zu Kairo angelegt. Nach dem Untergange des Chalifats im 13ten Jahrhunderte ging die Astronomie zu den siegenden Mongolen über. *Holagu-Ilekan*, der Grofssohn des *Dschangischan*, Sieger des letzten Abassiden Mostazem, ward der eifrige Beschützer der Astronomie. Es lebte damals im Orient der Thusite *Nassireddin*, der gröfste Astronom seiner Zeit, durch eine Kabale vom Hofe des Chalifen *Mostasem* vertrieben. Schon *Mangu*, der Bruder und Vorgänger im Chanate, hegte den Wunsch eine Sternwarte zu gründen, und hatte daher seinem Bruder, der als sein Feldherr das Chalifat bekriegte, den bestimmten Auftrag gegeben, ihm, sobald er Herr von Irac sei, den Astronomen zuzusenden. *Mangu* erlebte die Ankunft *Nassireddins* nicht. Aber als *Holagu* seine siegreichen Feldzüge, in welchen er bis Aegypten vordrang, geendigt hatte, ward er der Beförderer der Wissenschaft. *Nassireddin* begab sich in *Holagu's* Schutz und eine unzertrennliche Freundschaft verband den Chan und den Kodshah. Unmittelbar nach der Einnahme von Bagdad 1258 erhielt der Schatzmeister vom Chan den Befehl, alles zu liefern, was *Nassireddin* zu wissenschaftlichen Zwecken gebrauche, und schon im folgenden Jahre ward der Grund gelegt zur Sternwarte in Meragah, der Hauptstadt, etwa 100 Werst südlich vom jetzigen Tauris belegen. Das Gebäude der Sternwarte lag auf einem Berge aufserhalb der Stadt. *Nassireddin* beobachtete auf derselben bis in sein hohes Alter, und eine Frucht dieser Arbeiten sind die Ilekanischen Tafeln, lange Zeit die berühmtesten des Orients. Es gibt eine Beschreibung der Sternwarte zu Meragah vom Mujawad aus Damask, dem Freunde und Mitarbeiter des *Nassireddin*, aus welcher man sieht, dafs auf derselben 4 Instrumente Griechischer Art, und 5 von den Arabern erfundene aufgestellt waren, alle von beträchtlicher Gröfse, so dafs sie,

Digitized by Google

da ihre Standpunkte unveränderlich seyn mufsten, ein grofses Gebäude erforderten.

Endlich wanderte die Astronomie, ehe sie in Europa von Neuem erblühte, zu den Usbek'schen Tartaren, deren Fürst *Ulugh-Bey*, Enkel des *Timurleng*, entschieden der gröfste Astronom des Mittelalters war. Er regierte zu Anfange des 15ten Jahrhunderts während 40 Jahre, und versammelte in seiner Hauptstadt Samarkand die geschicktesten Astronomen Asiens, welche er, selbst der gröfste unter ihnen, zu Mitarbeitern auf seiner Sternwarte annahm. Die Instrumente derselben waren prachtvoll, und von ungeheurer Gröfse, unter ihnen ein Gnomon von 180 Fufs Höhe, an welchem durch den Schatten die Breite von Samarkand und die Schiefe der Ecliptik bestimmt wurde. Die Tafeln des *Ulugh-Bey* und sein Fixstern-Catalog gelten mit Recht für die gröfste Leistung der Astronomen des Mittelalters, und setzen Beobachtungen voraus, welche alle früheren an Genauigkeit übertreffen.

Dem Eifer dieser Fürsten verdankt die Astronomie die Erhaltung der Kenntnisse der Griechen und ihre Erweiterung, so wie den Uebergang derselben nach Europa. Schon im 13ten Jahrhundert hatte Kaiser *Friedrich II.* die Werke des *Ptolemäus* aus dem Arabischen ins Lateinische übersetzen lassen, und König *Alfons von Castilien* neue astronomische Tafeln veranlafst. Aber eine neue Epoche der Astronomie als Beobachtungswissenschaft ward eigentlich erst im 16ten Jahrhundert hervorgerufen, theils durch die Theilnahme, welche der Landgraf *Wilhelm IV.* von Hessen, durch eifrig und lange fortgesetzte Beobachtungen der Wissenschaft schenkte, theils durch die Unterstützung, welche auf die Aufforderung des Landgrafen, der König *Friedrich II.* von Dänemark dem gröfsten Astronomen seiner Zeit, *Tycho de Brahe*, angedeihen liefs. Er schenkte ihm die im Sunde gelegene Insel Hveen, um dort die erste grofse Sternwarte der neueren Zeit, Uranienburg genannt, anzulegen, wozu der König die Kosten hergab. Für die Ausrüstung dieser Sternwarte mit Instrumenten ward eine eigne Werkstatt angelegt, auf welcher deutsche Meister unter *Tycho's* Obhut arbeiteten. Im Jahre 1577 begann dieser seine Beobachtungen an 28 verschiedenen Instrumenten, unter Beihülfe vieler Mitarbeiter, und setzte sie bis 1597 fort. Dieser unvergleichliche Schatz von Beobachtungen war in den Händen seines Schülers und Freundes, *Kepler*, die Veranlassung zu den grofsen Entdeckungen über die wahren Formen der Planetenbahnen und die Gesetze der Bewegung in denselben, die *Keplers* Namen verewigt haben, und bald nachher durch *Newton* die physische Astronomie hervorriefen. Nach dem Tode des Königs *Friedrich* ward der Kaiser *Rudolph* der Beschützer *Tycho's*, und zog ihn nach Prag, wo er mit *Keplern* in Verbindung trat.

Bekannt ist der Aufschwung, den die Astronomie im 17ten Jahrhunderte nahm, vorzüglich nach der Erfindung des Fernrohrs, durch welches dem Erdbewohner der Zugang zu den Wundern des Himmels erst eröffnet wurde. Viele Sternwarten entstanden unter dem Schutze aufgeklärter Fürsten, in Copenhagen, Paris, Greenwich, noch in diesem Jahrhunderte; andre sah das nächste Jahrhundert entstehen, in Mannheim, Palermo, Stockholm und an mehreren Orten. Es würde zu weit führen, hier einzeln zu erwähnen, was alles von den Regenten in dieser Zeit zum Gedeihen der Astronomie gewährt worden ist. Wer aber erinnert sich nicht, was die Sternkunde dem König *Georg III.* von England dadurch verdankt, dafs er dem gröfsten Himmelsforscher aller Zeiten, *Herschel*, die Mittel gab, ungestört sich der Wissenschaft weihen zu können. Dieser Fürst war überdiefs selbst Astronom und besafs eine eigene prachtvolle Sternwarte zu Richmond, auf welcher er im Jahr 1769 den Vorübergang der Venus vor der Sonne beobachtete. Unserer Zeit näher liegt die Gründung der Sternwarte auf dem Seeberge bei Gotha durch den Herzog *Ernst*, die erste des Festlandes, deren Gebäude nach *Zachs* Angabe mit klarem Bewufstseyn der Erfordernisse einer guten Sternwarte angelegt ist, und die einen wesentlichen Einfluss auf alle späterhin auf dem Continente angelegten Sternwarten gehabt hat, bei deren Erbauung sie mehr oder minder das Muster abgab, so für Göttingen, Dorpat, München u. s. w. Herzog *Ernst* war nicht nur Beförderer der Astronomie, sondern erhält mit Recht eine Stelle in der Reihe der fürstlichen Astronomen, da er an den Beobachtungen und selbst an weitläuftigen Rechnungen Theil nahm. Von der Seeberger Sternwarte ging eine Zeitschrift aus, die monatliche Correspondenz, herausgegeben durch die Barone *von Zach* und *von Lindenau*, die als ein Hauptheber zum Aufblühen der Astronomie in allen Ländern, denen deutsche wissenschaftliche Bildung zugänglich ist, angesehen werden mufs. Was Preufsens jetziger König für die Astronomie gethan durch Anlegung der Sternwarte in Königsberg, so wie durch Anordnung einer neuen in Berlin; dadurch dafs er zwei Männer wie *Bessel* und *Encke*, deren Namen unvergänglich in der Geschichte der Wissenschaft dastehen, in seine Staaten zog; wie Dänemarks *Frederik* unsere Wissenschaft als Beschützer und Kenner befördert; wie er Künstler unterstützt und ehrt, und die Astronomen des Auslandes, wie seiner Staaten, durch seine Theilnahme an ihrem Wirken ermuntert; alles dieses ist zu bekannt, um ausführlicher Belege zu bedürfen.

Aber wenden wir uns zu dem, was in unserm Vaterlande, in Rufsland, zum Besten der Astronomie gewährt worden. Mit der Gründung der Akademie der Wissenschaften durch *Peter den Grofsen*, erhielt Rufsland seine erste

Digitized by Google

feste Sternwarte, die späterhin durch *Catharina II.* mit kostbaren Instrumenten beschenkt wurde, einem Birdschen Mauerquadranten, einem zwanzigfüfsigen Spiegeltelescope und anderen. Auf Ihr Geheifs wurde der Vorübergang der Venus im Jahre 1769 von 12 Astronomen, Inländern und Fremden, an den entferntesten Punkten des Reichs beobachtet, und bei dieser Gelegenheit des Reiches Geographie berichtigt, so wie noch späterhin durch wiederholte Reisen der Akademiker. Ausgezeichnete Männer nennt Rufsland unter seinen Astronomen des vorigen Jahrhunderts, *Delisle*, *Lexell*, *Rumowsky*, *Inochodzoff* und *Schubert*, den letzten als einen der bedeutendsten Theoretiker unserer Zeit.

Eine neue Epoche der beobachtenden Astronomie in Rufsland beginnt aber mit der glorreichen Regierung *Alexanders*. Unter ihm wurden die Sternwarten zu Dorpat und Åbo begründet und mit Apparaten versehen, die sie den reichsten Anstalten Europas an die Seite stellten. Für Dorpat ward der grofse Refraktor *Fraunhofers* erworben, das ausgezeichnetste Kunstwerk dieses unvergleichlichen Künstlers, eins der vollkommensten Instrumente, das die Geschichte der Astronomie kennt. Der Bau einer dritten Sternwarte in Nicolajef am schwarzen Meere ward begonnen, eingeleitet durch die Verwendung des Admirals *Greig*, den Europa als einen in der praktischen Astronomie hocherfahrnen Mann verehrt, welcher in ihr der seiner Leitung anvertrauten Flotte einen wissenschaftlichen Stützpunkt zu verschaffen bemüht war. In gleichem Geiste ward durch *Nicolai's* Huld die Astronomie gefördert. Er schenkte der Dorpater Sternwarte durch die Erhöhung ihres Etats die Mittel zu einer fortwährenden Thätigkeit: Ihm verdankt die aus Åbo nach Helsingfors versetzte Universität die Errichtung einer neuen Sternwarte im jugendlichen Musensitze, die jetzt so eben vollendet, ihrer Anlage nach ohne Zweifel als die am besten eingerichtete in Europa angesehen werden mufs, und bei des unermüdeten *Argelanders* Thätigkeit der Astronomie grofse Früchte tragen wird. Unter Seiner Regierung ist eine Sternwarte in der alten Hauptstadt Moskwa angelegt, eine andere in Kasan im Baue begriffen, die sich den vollkommensten an die Seite setzen wird, und bald wird auch der neueste Musensitz Kiew unter seinen wissenschaftlichen Instituten einer Sternwarte sich erfreuen. So können wir ohne Bedenken sagen, dafs seit einem Menschenalter in Rufsland mehr von Seiten der Regierung zum Wohle der Astronomie gewährt ist, als in demselben Zeitraume in irgend einem andern Staate, ja als je während eines gleichen geschah, wenn wir auch die ganze Geschichte der Wissenschaft bei unserm Gedächtnisse vorbeiführen.

Aber es sollte noch mehr gewährt werden von unseres erhabenen Monarchen Huld. Er hat befohlen zu den vielen astronomischen Anstalten, eine Hauptsternwarte des Reichs in der Nähe der Hauptstadt zu errichten, welche zur Akademie, als dem obersten wissenschaftlichen Vereine gehörig, in der grofsartigsten Form angelegt, den höchsten Forderungen der so weit ausgebildeten Astronomie entsprechen soll.

Sollte hier jemand die Frage aufwerfen, wozu so viele Sternwarten, so ist die Antwort leicht gegeben. Rufslands Grenzen sind so weit umfassend, dafs die relative Lage der entfernteren Punkte nur auf rein astronomischem Wege ermittelt werden kann. Durch ihre Bedeutsamkeit für die Geographie ist daher die Astronomie ein Bedürfnifs für Rufsland. Und wie erfreulich ist das Gedeihen dieser Wissenschaft zu einer Zeit, wo Rufslands Seemacht die ihr gebührende hohe Stellung wieder eingenommen hat. Welchen Umfang hat endlich nicht die Astronomie als Wissenschaft? Welch' einen unermefslichen Stoff bietet das Weltall der Beobachtung dar? Alles verändert sich in ihm, alles bewegt sich im Weltraume. Aus unendlicher Ferne, mit dem Rohre bewaffnet, beobachtet der Astronom in nächtlicher Einsamkeit die Gestirne, und vergleicht neue Bestimmungen mit alten, um den Veränderungen der Bewegungen nachzuforschen, die theils von kürzerer Periode sind, theils von so langer Dauer des Umlaufs, dafs wir kaum die ersten Spuren ahnen. Wie könnte Einer, wie könnten Wenige alles umfassen, und hätten sie selbst eines *Herschels* Hülfsmittel, seinen Geist, seine Beharrlichkeit und seine Lebensdauer? Nur den vereinten Bemühungen vieler, ununterbrochen fortgesetzt durch alle Menschenalter, kann die Zukunft die mannigfachen Aufschlüsse verdanken, welche die Wissenschaft zu hoffen hat.

Die Akademie der Wissenschaften hatte ihre bisherige Sternwarte als den jetzigen Forderungen nicht entsprechend, schon seit Jahren erkannt. Die früher zwar ausgezeichneten Instrumente waren veraltet, ihrer Aufstellung auf einem hohen Thurme, in der Mitte der volkreichen Stadt, mangelte Festigkeit. Durch Anschaffung eines neuen trefflichen Meridian-Instruments von *Ertel* in München war nur einseitig geholfen worden. Die Hauptstadt des Reichs entbehrt daher noch jetzt eine ihrer würdige astronomische Anstalt. Lange schon hatte die Akademie den Wunsch gehegt, diesem Mangel abgeholfen zu sehen und sich daher seit Jahren mit dem Plane zu einer neuen Sternwarte beschäftigt. Als im Jahre 1831 der Kaiser die Gnade hatte der Dorpater Sternwarte einen neuen Etat zu schenken, geruhten Seine Majestät zugleich seinen Willen kund zu geben, dafs mit der Zeit auch bei der Akademie zu St. Petersburg besser für das Bedürfnifs der Astronomie gesorgt werde, und Seine Meinung dahin zu äufsern, dafs die Anhöhe von Pulkowa, als die zweckmäfsigste Stelle zur Anlegung einer Sternwarte in der

Digitized by Google

Umgegend der Hauptstadt erscheine. Am 26. October 1833 geruhten Seine Majestät sich der Angelegenheit der Sternwarte von neuem zu erinnern und von Sr. Excellenz dem Herrn Geheimenrath *von Ouwaroff*, als Minister der Aufklärung und Präsidenten der Akademie, Entwurf und Anschlag zur Anlegung der akademischen Sternwarte einzufordern. Diese konnten sogleich überreicht werden, da die Akademie einen vom Akademiker *Parrot* ausgearbeiteten Plan zur Sternwarte besafs, nebst muthmafslichem Kostenbetrage, so wie ein Verzeichnifs fertig hatte über die zur Ausrüstung erforderlichen Instrumente nebst deren genäherten Preisen. Nach diesem Projekte betrug die Bausumme 346,500 Rubel, und 135,000 Rubel waren für die Instrumente angesetzt. Seine Majestät hatten die Gnade schon unter dem 28. zu befehlen, dafs die Akademie unverzüglich zur Bestellung der Instrumente schreiten solle, und dafs 100,000 Rubel zur Disposition des Ministers der Volksaufklärung gestellt werden sollten, um den Bau im Frühlinge 1834 beginnen zu können, an demjenigen Orte den die Akademie selbst als den zweckmäfsigsten wählen würde.

Um die Ausführung der gnädigen Gesinnungen Seiner Majestät in vollkommenster Art zu bewerkstelligen, ernannte hierauf der Herr Minister eine Commission, aus den Akademikern *Wisniewski*, *Fufs*, *Parrot* und *Struve* bestehend, und veranlafste Seine Majestät den Kaiser dieser Commission in der Person des jetzt als Mitglied des Reichsraths in der Hauptstadt anwesenden Admirals *Greig*, den die Akademie mit Stolz unter ihre Ehrenmitglieder zählt, einen Präsidenten zu geben. Die Commission begann unter Leitung ihres Präsidenten ihre Geschäfte im November und erkannte, dafs die bisherigen Arbeiten der Akademie für die Anlegung der Sternwarte nur als Vorarbeiten anzusehen seyen. Da es offenbar die Absicht des Monarchen war, in der Nähe von St. Petersburg eine Hauptsternwarte zu errichten, die als Mittelpunkt der astronomischen Thätigkeit im Reiche angesehen werden sollte, so setzte sich die Commission die Aufgabe, nach gründlicher Erwägung der Bestimmung dieser Anstalt, die Erfordernisse derselben aufs genaueste zu ermitteln, und diesem gemäfs einen vollständigen Plan für die künftige Thätigkeit derselben, und die hieraus folgende Einrichtung und Ausrüstung zu entwerfen. Sie arbeitete daher zunächst das Projekt zum Statute der Sternwarte aus, in welchem als Grundlage der dreifache Zweck ausgesprochen ist, dafs auf derselben:

1. regelmäfsige und möglichst vollkommene Beobachtungen angestellt werden, welche die Förderung der Astronomie als Wissenschaft beabsichtigen;
2. correspondirende Beobachtungen gemacht werden, welche für die geographischen Unternehmungen im Reiche und auf Reisen erforderlich sind;
3. dafs sie für die Vervollkommnung der praktischen Astronomie in ihrer Anwendung auf Geographie und Nautik wirksam sey.

Diesem dreifachen Zwecke gemäfs suchte die Commission die Apparate zu bestimmen, welche zur Ausrüstung der Sternwarte nöthig sind, dann das Personal für die Ausführung der Beobachtungen u. s. w. festzusetzen, endlich die Erfordernisse der Gebäude, sowohl in Rücksicht auf das wissenschaftliche als aufs ökonomische, aufzustellen. Vorher hatte die Commission noch nach einer Beprüfung der Umgegend von St. Petersburg, sich unbedingt für den vom Kaiser selbst vorgeschlagenen Platz, den Berg Pulkowa, als den zur Anlegung in jeder Rücksicht geeignetsten ausgesprochen. Im December geruhten Seine Majestät sich die Ansichten der Commission vortragen zu lassen, und befahlen darauf, dafs zwei Mitglieder der Akademie der Künste, die Herren Architekten *Brüloff* und *Thon*, jeder für sich einen Plan zur Sternwarte, den Instructionen der Commission zufolge, entwerfen sollten. Die beiderseitigen Pläne wurden der Commission am Ende des Februar-Monats vorgelegt. Sie entschied sich für den des Herrn *Brüloff*, und veranlafste ihn seinen Plan noch ein Mal zu überarbeiten, damit er, als den Absichten der Commission völlig entsprechend, zur Allerhöchsten Kenntnifs gebracht werden könne. Am 3ten April hatte der Akademiker *Struve* das Glück durch den Herrn Minister der Volksaufklärung, dem Kaiser vorgestellt zu werden und Seiner Majestät einen umständlichen mündlichen Bericht über den von der Commission angenommenen Plan abzustatten. Seine Majestät geruhten aufs gnädigste diesen so umfassenden Plan in seiner ganzen Ausdehnung zu bestätigen, Herrn *Brüloff* zum Architekten für die Ausführung zu ernennen, die Anschaffung der Instrumente nach dem Vorschlage der Commission zu genehmigen, endlich den Situations-Plan des Pulkowaschen Berges in Augenschein zu nehmen, auf welchem die projektirte Anlage der Sternwarte verzeichnet war, die Anlage derselben an diesem Platze zu bewilligen, und der Akademie das hierzu erforderliche Terrain zu schenken. Aufserdem geruhte der huldreiche Monarch mündlich dem Akademiker *Struve* den Auftrag zu geben im bevorstehenden Sommer nach dem Auslande zu reisen und mit den ausgezeichneten Künstlern Münchens, Hamburgs und Altonas persönlich sich über die anzufertigenden Instrumente zu einigen, erforderlichen Falls auch, wenn es im Interesse der Sache läge, die Reise bis Paris und London auszudehnen, überhaupt dafür Sorge zu tragen, dafs die Sternwarte bei ihrer Eröffnung mit den vollkommensten Instrumenten ausgerüstet sey, welche die jetzige Mechanik und Optik zu liefern vermögen. Die nach dem muthmafslichen Kostenanschlage bewilligte Summe beträgt 192,500 Rubel. Wie

Digitized by Google

hoch der Bau der Sternwarte zu stehen kommen wird, kann erst nach Vollendung des Bauanschlages angegeben werden. Aber es ist zu vermuthen, dafs die ganze Anlage, Bau und Ausrüstung, über eine Million Rubel kosten wird, abgesehen von dem nicht geringen Werthe des Grundstückes, welches vom Kaiser geschenkt worden ist.

Die Anhöhe von Pulkowa, zum Gebiete des Kaiserlichen Schlosses Zarskoje-Selo gehörig, liegt 17 Werst südlich vom Thore der Hauptstadt. Die nach Zarskoje-Selo führende Chaussée geht in gerader Richtung bis an den Fufs des Berges, der sich hier steil 200 Fufs über dieselbe erhebt, und biegt dann zur linken Hand ab. Die Oberfläche des Berges ist ein fester Lehm und bietet so einen vortrefflichen Grund dar zur Anlegung eines Gebäudes, bei welchem ein unveränderlicher Stand der Grundmauern ein Haupterfordernifs ist. Die steilen Abhänge sind bewachsen, auf der Höhe ist das Land fruchtbar und mit Acker, Garten und einem Lustwäldchen besetzt. Dieses Land ist bisher zum Theil von Bauern in Pacht besessen. Diese sollen nach dem ausdrücklichen gnädigen Willen des Monarchen anderweitig reichlich für das entschädigt werden, was sie hier abgehen. Das ganze geschenkte Grundstück beträgt fast genau 20 Defsjatinen, und erstreckt sich von N. nach S. in seiner gröfsten Ausdehnung auf 315 Sashen oder 2205 Engl. Fufs, und von O. nach W. 226 Sashen oder 1582 Engl. Fufs. Nahe in der Mitte dieses Terrains wird die Sternwarte angelegt, so dafs ihr Centrum genau in die Verlängerung der Linie der Chaussée zu liegen kommen wird, und die Façade des Gebäudes mit dieser fast genau einen rechten Winkel bildet. So wird sich das Gebäude, so wie man aus Petersburg herauskommt, hoch erhaben gerade in der Richtung der Chaussée darstellen. Der Umstand, dafs diese am Fufse des Berges sich nach Osten biegt und die Höhe des Berges über dem Wege, sichern die Sternwarte gegen Erschütterungen und Staub. Diese Höhe gewährt der Sternwarte überdiefs den Vorzug, dafs sie, erhaben über den Ausdünstungen der Niederungen, sich einer reineren Luft erfreuen wird. Die Entfernung von der im Norden gelegenen Hauptstadt macht den Rauch derselben für die Sternwarte ganz unschädlich. Ueberhaupt läfst sich nicht leicht eine günstigere und freundlichere Stelle für die Anlage einer Sternwarte denken. Die Aussicht ist nach allen Seiten frei, und eben so mannigfaltig als reizend. Man erblickt im Norden die Hauptstadt, im Süden die näher gelegenen Schlösser und Anlagen von Zarskoje-Selo und Pawlowsk, im Westen den Finnischen Meerbusen und Kronstadt, Strelna, Oranienbaum, nach der andern Seite Finnlands Felsenhöhen u. s. w.

Die Sternwarte wird aus 2 Theilen bestehen, dem zu den wissenschaftlichen Arbeiten bestimmten Gebäude, der Sternwarte im engern Sinn, und den Wohnungen nebst Nebengebäuden und deren Verbindungen. Das Ganze wird zusammengenommen eine Ausdehnung von 120 Sashen, 840 Englische Fufs oder eine viertel Werst in der Richtung von Ost nach West einnehmen. Die eigentliche Sternwarte liegt in der Mitte, und bildet ein Kreuz, von Ost nach West 220 Engl. Fufs, in der Richtung des Meridians 175 Fufs ausgedehnt. In diesem Gebäude befinden sich zu ebener Erde: ein grofser Saal für die Aufbewahrung der nicht in beständigem Gebrauche befindlichen Instrumente und zum Empfange besuchender bestimmt; 2 Meridian-Säle, jeder mit 2 Durchschnitten, ein Saal mit einem Durchschnitt von Ost nach West; ein Zimmer zur Reguirung der Uhren, mit einer Einrichtung, bedeutende Temperaturunterschiede in demselben zu erzeugen; das Directionszimmer, die Bibliothek, ein Auditorium und 5 Kabinette, die den Beobachtern zur Erholung, Erwärmung und zum Arbeiten dienen, zweckmäfsig vertheilt gegen die Beobachtungslocale. Ueber dem Gebäude erheben sich 3 Thürme mit beweglichen Dächern, der mittlere von 32 Fufs, die beiden andern von 20 Fufs Durchmesser, zur Aufnahme derjenigen Instrumente bestimmt, mit denen jeder Punkt des Himmelsgewölbes erreicht werden mufs. Oestlich und westlich stofsen an die eigentliche Sternwarte zwei Corridore, jeder 13 Sashen lang und geben die Verbindung mit den Wohnungen, die absichtlich in diese Entfernung von der Sternwarte gerückt sind. 4 Gebäude sind zu Wohnungen bestimmt. An sie stofsen Hofräume, und an diese die Nebengebäude, welche die ökonomischen Bequemlichkeiten, eine kleine Schmiede u. s. w. enthalten. Als zur eigentlichen Sternwarte gehörig müssen noch 4 Pavillons angesehen werden, die symmetrisch um dieselbe herumliegen, von denen zwei zur Aufnahme von Cometensuchern und die andern zur Aufstellung tragbarer geodätisch-astronomischer Instrumente dienen sollen. Auch die erwähnten Corridore bieten Locale zum Gebrauch kleinerer Instrumente in der Richtung des Meridians dar. Das Personal der Sternwarte, aus dem Director, 4 Astronomen, 2 Aufsehern, wovon einer Mechaniker, einem Secretair und der Bedienung bestehend, wird in den Wohngebäuden bequeme und hinreichend geräumige Wohnungen finden. Die Fläche des Berges wird, für die verschiedenen Familien, Gärten darbieten, und aufserdem reichlichen Raum zu angenehmen Spaziergängen gewähren.

Es ist hier nicht der Ort ausführlich über die einzelnen Instrumente zu verhandeln, welche zur Ausrüstung der neuen Sternwarte bestellt werden. Die Commission ist schon mit mehreren Künstlern in Unterhandlungen getreten, deren Abschlufs aber erst nach des Akademikers *Struve* persönlicher Zusammenkunft mit ihnen gemacht werden wird.

Digitized by Google

Das berühmte optische Institut Münchens, das ehemals von *Fraunhofer* geleitet wurde, jetzt von den Herren *von Utzschneider* und *Merz*, hat versprochen einen Refraktor für die St. Petersburger Sternwarte zu Stande zu bringen, gröfser als alle die bisher aus demselben hervorgegangenen, und hofft ihm dieselbe Vollendung geben zu können, welche die Kunstwerke *Fraunhofers* auszeichnete. Durch Benutzung der Erfahrungen der letzten 20 Jahre, durch Beibehaltung des bewährten, Verbesserung in den Theilen, die noch zu wünschen übrig gelassen, zum Theil durch Ausführung neuer eigenthümlicher Construktionen, hofft die Commission auch den übrigen Instrumenten einen ausgezeichneten Grad von Vollkommenheit verschafft zu sehen.

Nach dem Willen Seiner Majestät des Kaisers bleibt die Commission in Thätigkeit bis zur Vollendung der Sternwarte. Sie wird in dieser Zeit vorzüglich ihr Augenmerk dahin richten, dafs das Gebäude seinem wissenschaftlichen Zweck entsprechend ausgeführt werde, während das rein Architektonische gänzlich der Einsicht des bewährten Architekten überlassen bleibt. Sie wird speciell selbst die Ausführung der beweglichen Bedachungen der Thürme leiten, in denen nicht sowohl eine architektonische als eine mechanische Aufgabe vorliegt, welche vor neun Jahren schon in dem Drehthurme der Dorpater Sternwarte von zweien Mitgliedern der Commission, *Parrot* und *Struve*, mit vollem Erfolge gelöst worden. Sie wird in beständiger Relation mit den die Instrumente ausführenden Künstlern bleiben, bis zur Ablieferung derselben.

Da der Bau der Sternwarte eigenthümliche Vorsichten und Maafsregeln heischt, und die Vollendung der Instrumente Zeit erfordert, so ist die Eröffnung der Sternwarte erst im Laufe des Jahres 1838 oder im Anfange 1839 zu erwarten. Dann wird die Commission ihre Arbeit als geschlossen ansehen und die Akademie der Wissenschaften die Leitung der Sternwarte einem Direktor übertragen, der, wie schon erwähnt, in den wissenschaftlichen Arbeiten von vier Astronomen unterstützt werden wird. Die Anordnung und Vertheilung der Arbeiten auf der Sternwarte wird beständig vom Direktor ausgehen, damit dieselben einem festen Plane gemäfs ausgeführt werden. Nach Ablauf eines jeden Jahres mufs der Director der Akademie das Tagebuch der in demselben angestellten Beobachtungen übergeben, und die Akademie verpflichtet sich, sie im Laufe des neuen Jahres unter dem Titel: *Annales speculae Imperialis in Academia caesarea Petropolitana*, mit lateinischem Texte durch den Druck bekannt zu machen. Zur Unterhaltung der Sternwarte ist von Seiner Majestät dem Kaiser vorläufig ein jährlicher Etat von 47,200 Rubeln bewilligt worden, der, mit der Vollendung der Gebäude sofort in Kraft treten soll.

So sieht die Akademie der Wissenschaften einen lange gehegten Wunsch auf eine Weise realisirt, die ihre kühnsten Hoffnungen bei weitem übertrifft. Sie wird zu ihren andern wissenschaftlichen Anstalten sich einer Sternwarte erfreuen, deren Gründung als ein Ereignifs sondergleichen in den Annalen der Astronomie dasteht. Rufsland wird mit Stolz auf eine Stiftung sehen, die es seinem hochherzigen Kaiser verdankt, um welche es ganz Europa beneiden mufs. Heil und Dank dem Monarchen, der sie uns gewährte, und mit eigenem Scharfblicke alles für die geistige Ausbildung und die Wissenschaft Ersprieſsliche erkennend, sie mit wahrhaft Kaiserlicher Freigebigkeit ausführen heifst.

Berichtigungen.

Seite 213.	Zeile 22.	statt: Peeking	liefs: Paking.	
— —	— 27.			
— 214	— 5.			
— —	— 12.	— Keedarinsk	— Kndarinsk	
— —	— —	— Tschikoufluss	— Tschikoyflusse	

In der Tafel S. 214 u. 215 sind folgende Berichtigungen anzubringen:

Seite 214.	statt: Stepnoja	liefs: Stepnaja	
	— Chunsal	— Chunzal	
	— Baletzai	— Batchay	
	— Sharabudneguna	— Scharabudurguna	
	— Dshandsjakén	— Dshan-dsja-kéu	
	— Peeking	— Peking	
	— Troizkossansk	— Trbizkossawsk	
Seite 215.	— Pogrommy	— Pogromnoy	
	— Argunskog	— Argunskoy	
	— Ustj-Orow	— Ustj-urow	
	— Urjussina	— Urjupina	
	— Ljopinafluſs	— Ljapinafluſs	
	— Gorbiza	— Gorbiza	
	— Abasaitui	— Abagaitu	

bey Tschindant mufs die obere Zeile 2 July ganz weggestrichen werden.

statt: Mandschinskoy	lies: Mendshinskny	
— Dschidinskoy	— Dshidinskoy	

Seite 215	statt: Kültung		lies: Kültun	
— —	Zeile 10 (nach der Tafel)	statt: 42°	lies: 47°	
— 216	— 12	statt: zusammenläuft	lies: tusammenlaufe	
— —	— 13	— vereinigt	— vereinige	
— —	— 20	— Peeking	— Peking	
— 217	— 6	— Waygion	— Waygion	
— —	— 24	— Carpisee	— Kaspisee	
— 218	— 11	— Peeking	— Peking	
— —	— 10	— Irkutk	— Kjachta	
— —	— 37	— Karpisee	— Kaspisee	
— 219	— 21	— Länge eines der westl. Systeme	— Länganaza des westl. Systems	
— 220	— 6	— Progressionen	— progressiven	
		Baobachtungen der Naigung etc.		
— —	— 4	— gemacht	— gekauft	
— 221		— Baingoh	— Baingöl	
		— Chunzah	— Chunzal	
		— Batchai	— Batchai	
		— Peeking	— Peking	
— 222		— Scharagoh	— Scharagol	
		— Pogrornnoy	— Pogromnoy	
		— Argunskng	— Argunskoy	
—	{Tschindant etc. / Dschindant etc.	—	— Tschindant 133° 20'0 50° 34' 20'' etc.	

Digitized by Google

Register.

A.

Abbildung der von Sr. Majestät *Frederik VI.* Könige von Dänemark gestifteten Cometen-Medaille 137.

Abweichung der Magnetnadel siehe Breiten.

Aldebaran, Bedeckung desselben 1831 April 15 beobachtet in Edinburgh 30.

Altona, *Petersens* Beobachtung daselbst des Verschwindens des Saturnsringes 155.

Anger, Beobachtung in Danzig der Sonnenfinsternifs 1833 Jul. 6, und einer Sternbedeckung 137.

Anzeigen, die Astron. Nachr. betreffend 15. 31. 151.

Arcona, *Mädlers* Beobachtungen daselbst, das Mars und des Saturnsringes 115.

Asien, System westlicher Abweichungen der Magnetnadel daselbst von *G. v. Fufs* 213.

Astrograph, Instrument zum Zeichnen der Sternkarten, erfunden von Dr. *Steinheil* 145.

Astronomische Nachrichten, Anzeigen dieselben betreffend 15. 31. 151.

B.

Baily, Francis, über *Flamsteeds* Original-Berechnungen 403.

Barbados, Lage 225.

Barometerveränderung 1833 im December beobachtet von *Weisse* in Cracau 381.

Bedeckung des Saturns 1832 Mai 8 beob. in Cracau 23.

Beer und *Mädler* über die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen 289.

Bericht über den Fortgang des Unternehmens der Sternkarten der Berliner Academie der Wissenschaften 33.

Berichtigungen 439.

Bernardi in Cattajo, Beobachtung des Wiedererscheinens des Saturnsringes 149.

Bessel, Nachricht von der Vollendung bis zum 45sten Grade der Declination der allgemeinen auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtung des Himmels 13. Untersuchungen über die Bewegungen des *Hugen*ischen Saturns-Satelliten 17. Nachrichten über das Verschwinden des Saturnsringes 23. Letter to Professor *Airy* at Cambridge 181. Theorie des *Steinheil*schen Prismenkreises 229. Betrachtungen über die Methode der Vervielfältigung der Beobachtungen 269. Bemerkungen über eine angenommene Atmosphäre des Mondes 411.

Bianchini in Cattajo, Beobachtungen des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 149.

Bogenhausen, Königl. Sternwarte zu München, Beobachtungen daselbst von Dr. *Lament*, von Mondculminationen (1832 vom März bis Oct.) 13, (1833 vom Febr. bis Decbr.) 297, der Sonnenfinsternifs (1833 Jul. 16) 119.

Boguslawski in Breslau, Beobachtung des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 209.

Breiten, Längen, Neigung und Abweichung der Magnetnadel von Abagaitu 215. 222, Akschinsk 222, Altagan 215, Altansk 215. 222, Argunskoy Ostrog 215. 222, Baingol 221, Bain Chara 222, Batchay 214, 221, Chunzul 214. 221, Chologur 214. 221, Charatsisk 215. 222, Charatuin Sudshi 221. Chapchátku 222, Chaschátu 222, Chorümtu 222, Dshandsja-kéu 214. 221, Dshidinskoy 215, Durbanderetu 221, Ergi 214. 221, Gerbiza 215. 222, Giltegeotai 221, Gaschun 222, Irkutsk 214. 221. 222, Jekaterinburg 220, Kasan 220, Kolessowaja an der Seienga 221, Küitun 215, Kulchuduck 221, Kutoll 221, Kukuderissu 222, Kurbinsk 222, Liapinafluss 215, Listwinischnaja am Baykal 221, Mendshinskoy 215. 222, Mingan 221, Mogóitu 222, Nertschiesk 215. 222, Nalaiche 221, Olon Obo 214, Oldoifluss 215, Omsk 221, Peking 214. 221, Perm 220, Pogromnoy Sauerquelle 215. 222, Possolsk Kloster am Beykalsee 222, Stapnaja am Baykal 214. 221, Scharabodurgune 214. 221, Sendshi 214. 222, Selenginsk 215. 222, Stretensk 215. 222, Schibétu 221, Sudshi 221, Sharagol 222, Shegdatschinskoy 222, Troizkossawsk 214. 222, Tschita 215. 222, Tschindant 215. 222, Turka warma Quelle 215, Tunka 215, Tjumén 220, Toboisk 220, Tomsk 221, Tulghá 221, Urga 214. 221. 222, Ustj-Urow 215, Urjupina 215. 222, Uststretensk 215. 222, Umotnafluss 215, Uitzyn 222, Vor Wladimir 220, Werchneudinsk 215. 222, Zsulgétu 221, Zackildack 221, Zsamein-nssu 221, Zagan Balgassu 221, Zsemein Chuduck 221, Zurucheitú 222.

Breite der Sternwarte auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung 28, von Hayes in Kent 379.

Bücheranzeigen 201.

Digitized by Google

C.

Celton Hill siehe Edinburg.

Cepe of Good Hope Beobachtungen daselbst des *Bielas*chen Cometen (1832 Nov. Dec. 1833 Jan.) 28. 295, des *Encke*schen Cometen (1832 Jan.) 27. 39. 293. Länge und Breite des Observatoriums 28. 403.

Cattejo, Beobachtungen daselbst, des Saturnsringes, von *Bianchini* und Dr. *Bernardi* 149.

Ceres, 1832 Octbr. u. Novbr. beobachtet von *Koller* in Kremsmünster 10. Opposition derselben 1834 Jan. u. Febr. beobachtet von *Nicolai* in Mannheim 381.

Chalgan oder Dshen-dsje-kén, Beobachtung einer Sternbedeckung daselbst von *G. v. Fufs* (1830 Nov. $\frac{9}{10}$) 3.

Chronometer, goldnes, von *Kessels* als Ehrengeschenk Sr. Maj. *Frederik VI.* von Dänemark an Baron *von Lindenau* 137.

Comet, *Biela's* beobachtet von *Santini* in Padua (1832 Oct. Nov. Dec.) 5. von *Henderson* auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung (1832 Nov. Dec. 1833 Jan.) 28. 295, von *Inghirami* in Florenz (1832 Oct. Nov. Dec.) 39; von *Koller* in Kremsmünster (1832 Nov.) 223. Elemente desselben von *B. Valz* 30, von *Santini* 6. 195.

——— *Encke's* beobachtet von *Henderson* auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung (1832 Juni) 27. 39. 293. Ueber die Wiederkehr desselben 1832 von *Encke* 185.

——— *Halley's* dessen Störungen von *Rosenberger* 157.

——— entdeckt von *Gambart* 1834 März 8. 373.

Cometen-Medaille, Abbildnog der von Sr. Maj. *Frederik VI.* von Dänemark gestifteten 137.

Commentatio de corporum coelestium perturbationibus auctore *Hansen* 309.

Conti in Padua, Beobachtungen der Juno (1833 Mai) 115.

Crecau Beobachtungen von *Weifse* daselbst, 1832 von Saturn, Sternbedeckungen und Mondsternen 23. 1833 von Planeten, Sternbedeckungen und Mondsternen 383.

St. Croix Beobachtungen daselbst von *Andr. Lang*, des Mercurdurchgangs 1832 Mai 5. 264, der Sonnenfinsternifs 1832 Jul. 27. 264.

D.

David Beobachtungen in Prag, von Mondsternen (1833 März bis Mai) 29, von Jupiterstrabantenverfinsterungen (1833 Jan. 3, 10) 31, von Sternbedeckungen (1833 Jan. 4. März 27, 31. April 22) 32.

Danzig Beobachtuog daselbst von *Anger*, der Sonnenfinsternifs (1833 Jul. 16) und Sternbedeckung 137.

Dessau Beobachtuog daselbst von *Schwabe*, des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 153.

Dielytische Fernröhre von *Plöfsl* in Wien 137.

Druckfehler 228. 371. 439.

Dshen-dsja-kéu oder Chelgan Beobachtung der Sternbedeckung (1830 Nov. $\frac{9}{10}$) von *G. v. Fufs* 3.

E.

Edinburgh Beobachtungen auf Calton Hill von *Henderson*, Mondsterne (1831 Februer bis Mai) 27, des Saturns (1831 März April) 29. Bedeckung des Aldebarans (1831 April 15) 30. Sternwarte 298.

Ekranbeseugungen 137.

Elemente des *Bielas*chen Cometen 1832 von *Santini* 6. 195, von *B. Valz* 30. —— der Bahn des *Hugens*chen Saturns-Satelliten aus Beobachtungeo in Königsberg 17.

Enckes Comet, beobachtet auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung (1832 Jun.) 27. 39. 293. Ueber die Wiederkehr desselben 1832 von *Encke* 185.

Erdschatten, über die Gröfse desselben bei Mondfinsternissen von *Beer* und *Mädler* 289.

F.

Fernröhre, dielytische von *Plöfsl* in Wien 137.

Flamsteeds Original-Berechnungen von *Francis Baily* 403.

Florenz Beobachtungen des *Bielas*chen Cometen (1832 Octbr. bis Decbr.) von *Inghirami* daselbst 39.

Frederik VI. König von Dänemark ertheilt Baron *von Lindenau* ein goldnes *Kesselss*ches Chronometer als Ehrengeschenk 137.

v. Fufs, Secretair der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, über die Erbauung einer Sternwarte daselbst 429.

v, Fufs, Georg, Beobachtung von Sternbedeckungen zu Dshandsja-kéu oder Chelgen 3, zu Peking 4. 5. Ueber das System westl. Abweichungen der Magnetnadel in Asien 213.

G.

Gambart entdeckt 1834 den 8. März einen Cometen 373.

Genee Beobachtung der Opposition der Pallas (1834 Febr.) 403.

H.

Hesperanta, Länge 411.

Häggbladh und *Svanberg* über die Längenbestimmungen von Hesperanta, Stockholm, Umeå, Upsala 405.

Hällström Längenbestimmung zwischen Stockholm, Umeå, Hesperanta 410.

Halleys Comet, über dessen Störungen von *Rosenberger* 157.

Hamburger Sternwarte 44. 227.

Hansen über die Störuogen, die ein widerstehendes Mittel hervorbringt 11. Disquisitiones continuatae circa theoriam perturbationum corporum coelestium 49. Commentatio de corporum coelestium perturbationibus 309. Remarques sur une note de Mr. *Pontécoulant* qu'on trouve p. 21. 22 dans le Connaissance des tems de l'année 1836. 389.

Digitized by Google

Hayes in Kent, Länge und Breite 379. Beobachtungen von *Hussey* daselbst von Uranus und Jupiterstrabantenverfinsterungen 379.

Henderson Beobachtungen in Edinburgh Calton Hill, von Mondsternen (1831 Febr. bis Mai) 27, des Saturns (1831 März April) 29, der Aldebaransbedeckung (1831 April 15) 30. Beobachtungen auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung von *Enckes* Comet (1832 im Juni) 27. 39, 293, von *Bielas* Comet (1832 Nov. Dec. 1833 Jan.) 28. 295. Länge des Vorgebirges der guten Hoffnung 28. 403, Breite 28. Ueber die Oerter des *Enckeschen* Cometen 371. Sonnenparallaxe 296. 403.

Herschel, J. F. W., Notices of the elliptic orbits of ξ Bootis, η Coron. and γ Virgin. 207. Places, Descriptions and measures of 2007 Double Stars 208. Observations of Nebulae etc. angezeigt von Dr. *Olbers* 373.

Hugenischer Saturns-Satellit, dessen Bahn aus Beobachtungen in Königsberg 17.

Hussey, T. J., on the Rotation of Venus 121. Beobachtung von Uranus, und Jupiterstrabantenverfinsterungen 379. Länge von Hayes in Kent 379. Micrometer-Messungen des Saturn- und Jupiterdurchmessers 421.

I.

Inghirami Beobachtungen in Florenz des *Bielas*chen Cometen (1832 Oct. Nov. Dec.) 39.

Instrument zum Zeichnen der Sternkarten, Astrograph, erfunden von *Steinheil* 145.

Juno beobachtet in Padua von *Santini* und *Conti* (1833 Mai) 115.

Jürgensen, L. U., Nachricht über Uhrmacher in Paris 259.

Jupiter, beobachtet in Kremsmünster von *Koller* (1832 Sept. Oct.) 9. (1833 Oct. bis Dec.) 428. Dessen Diameter aus Micrometermessungen von *Hussey* 421.

Jupiterstrabantenverfinsterungen beobachtet in Prag von *David* (1833 Januar) 31, in Hayes, Kent von *Hussey* (1833 Sept. 1834 Febr.) 379.

K.

Koller Beobachtungen in Kremsmünster: von Mars (1832 Nov. 1833 Jan) 369, von Vesta (1833 Jun. Jul.) 369, von Pallas (1832 Sept. Oct.) 10, (1834 Jan. Febr. März) 428; von Ceres (1832 Oct. Nov.) 10, (1834 Jan. Febr. März) 428, von Jupiter (1832 Sept. Oct.) 9, (1833 Oct. Nov. Dec.) 428. von Saturn (1833 März) 369, von Uranus (1832 Aug. Sept. Oct.) 8, (1833 Aug.) 369, des *Bielas*chen Cometen (1832 Nov.) 223, des Mondes (1833 Januar bis Dec.) 367, von Mondsternen (1832 Febr. bis Oct.) 257, (1833 Januar bis Dec.) 426. Länge von Kremsmünster 260.

Kupfertafel der Kometenmedaille bei pag. 137.

L.

Längen und Breiten siehe Breiten.

Länge von Barbados 225, Hesperanta 411, Hayes 379, Kremsmünster 260, Martinique 225, Stockholm 408, Trinidad 225, Umeå 410, Upsala 409, Vorgebirge der guten Hoffnung 28. 403.

Lang Beobachtungen in St. Croix, der Sonnenfinsternifs (1832 Jul. 27) 261, des Mercurdurchgangs (1832 Mai 5) 263.

Lamont Beobachtungen in Bogenhausen, von Mondsternen (1832 März bis Oct.) 13, (1833 Febr. bis Dec.) 297, der Sonnenfinsternifs (1833 Juli. 16) 119.

Letter to Prof. *Airy* et Cambridge by *Bessel* 181.

v. Lindenau erhält ein goldnes Chronometer als Ehrengeschenk von Sr. Majestät *Frederik VI.* König von Dänemark 137.

M.

Mecleer Astronom auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung 293.

Mädler und *Beer* über die Gröfse des Erdschattens bei Mondfinsternissen 289.

Mädler Beobachtungen in Arcona, des Mars 115, des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 117.

Magnetnadel, über das System westlicher Abweichungen derselben in Asien von *G. v. Fuss* 213.

Mannheim Beobachtungen von *Nicolai* daselbst der Opposition der Pallas und Ceres (1834 Jan. Febr.) 381.

Mars beobachtet in Arcona (1832 Septbr. bis Decbr.) 115, in Kremsmünster (1832 Nov. 1833 Jan.) 369.

Martinique Länge 225.

Meadows, Beobachtungen auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung 294.

Mercur beobachtet von *Weisse* in Cracau (1833 September October) 385.

Mercurdurchgang 1832 Mai 5 beobachtet von *Lang* in St. Croix 263.

Micrometer-Messung von *Hussey* der Durchmesser des Jupiters und Saturns 421.

Mondfinsternifs 1833 Dec. 26, Bemerkungen über selbige von *C. J. G. Pastorff.*

Mondsbeobachtungen von 1829 bis 1832, wozu *Struve* correspondirende sucht 9. 303; in Kremsmünster (1833 Febr. bis Dec.) 367.

Mondsterne beobachtet in Bogenhausen von *Lamont* (1832 März bis Oct.) 13, (1833 Febr. bis Dec.) 287; in Cracau von *Weisse* (1832 März bis Sept.) 26, (1833 Jan. bis Nov.) 383;

Digitized by Google

Mondsterne beob. in Edinburgh von *Henderson* (1831 Febr. bis Mai) 27;
in Kremsmünster von *Koller* (1832 Febr. bis Oct.) 257,
(1833 Jan. bis Dec.) 426;
in Petersburg auf der Sternwarte des Generalstabes (1829 März bis April) 397,
(1831 März bis April) 397,
(1832 Febr. bis Mai) 398,
(1833 Jan. bis Mai) 399;
in Prag von *David* (1833 März bis Mai) 30.

München, von *Steinheils* Sternwarte daselbst 145. Königliche Sternwarte siehe Bogenhausen.

Multiplication von Beobachtungen, Betrachtungen über die Methode derselben von *Bessel* 269

N.

Nachricht von *Bessel* über die Vollendung bis zum 45sten Grade der Declination der allgemeinen auf der Königsberger Sternwarte unternommenen Beobachtungen des Himmels 13.

Nachrichten, Astronomische, Anzeigen dieselben betreffend 15. 31. 151.

———— von *Jürgensen* über Uhrmacher in Paris 259.

———— vermischte von *Schumacher* 227.

Neigung der Magnetnadel siehe Breite.

Nicolai, in Mannheim Beobachtungen der Opposition der Pallas und Ceres (1834 Jan. Febr.) 381.

Nimes, Beobachtungen daselbst von *Valz* des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnringes 42.

O.

Olbers Anzeige von *J. F. W. Herschels* Observations of Nebulae etc. 373. Bemerkungen bei *Rigauds* Supplement zu *Bradleys* Werken 225. Büste 137.

Olsen Capitaine d'Artillerie Annonce d'une Esquisse orographique de l'Europe 263.

Optische Apparate von *Plößl* in Wien, Preise derselben 245.

———— Instrumente von *Utzschneider et Fraunhofer* in München Preise derselben 265.

Oerter des *Bielas*chen Cometen 39.

Oppositionen siehe Planeten.

P.

Padua Beobachtungen von *Santini* daselbst, des *Bielas*chen Cometen (1832 Oct. Nov. Dec.) 5; der Juno (1833 März) 115.

Pallas Oppositionen beobachtet in Göttingen von *Gauss* (1834 Febr.) 403; in Kremsmünster von *Koller* (1832 Sept. Oct.) 10, (1834 Jan. bis März) 428; in Mannheim von *Nicolai* (1834 Jan. Febr.) 381.

Pastorff, G. J. G., Beobachtung eines Sonnenflecks 31. Bemerkung über die Mondfinsternifs (1833 Dec. 26) 423.

Peking Beobachtung von Sternbedeckungen daselbst von *G. v. Fuls* 4. 5. Polhöhe 6.

Peters, Dr., Assistent bei der Hamburger Sternwarte 227.

Petersburg Sternwarte des Generalstabes, Beobachtungen daselbst von Mondsternen und Sternbedeckungen 397. Sternwarte der Kaiserl. Academie der Wissenschaften 179. 429.

Petersen, Beobachtungen in Altona des Verschwindens des Saturnringes 155.

Plana Théorie de la lune 201.

Planetenbeobachtungen.
Mercur: in Cracau von *Weisse* (1833 Sept. Oct.) 386.
Venus: ———— (1833 Mai bis Nov.) 385.
Mars: Opposition in Berlin von *Mädler* (1832 Sept. bis Dec.) 115.
———— in Kremsmünster von *Koller* (1832 Nov. 1833 Jan.) 369.
Vesta: ———— in Kremsmünster von *Koller* (1833 Jun. Jul.) 369.
Juno: ———— in Padua von *Santini* (1833 Mai) 115.
Pallas: ———— in Göttingen von *Gauss* (1834 Febr.) 403.
in Kremsmünster von *Koller* (1832 Sept. Oct.) 10, (1834 Jan. März) 428.
in Mannheim von *Nicolai* (1834 Jan Febr.) 381.
Ceres; ———— in Kremsmünster von *Koller* (1832 Oct. Nov.) 10, (1834 Jan. bis März) 428.
in Mannheim von *Nicolai* (1834 Jan. Febr.) 381.
Jupiter: ———— in Kremsmünster von *Koller* (1832 Sept. Oct.) 9, (1833 Oct. Dec.) 429.
Saturn: ———— in Cracau von *Weisse* (1833 April Mai) 385.
in Edinburg von *Henderson* (1831 März April) 29.
in Kremsmünster von *Koller* (1833 März) 369.
Uranus: ———— in Cracau von *Weisse* (1833 Aug. bis Oct.) 327.
in Kremsmünster von *Koller* (1832 Aug. bis Oct.) 8,
(1833 Aug.) 369.

R.

Reflexionskreise von *Steinheil* 43.

Digitized by Google

Remarques sur une note de Mr. *de Pontécoulant* qu'on trouve dans la Connoissance des tems de l'année 1836. p. 21. 22. per Mr. *Hansen* 389.

Ring des Saturns, über dessen Rotation von Dr. *Olbers* 1. dessen Verschwinden 1833 beobachtet in Altona von *Petersen* 155; in Arcone von *Mädler* 117; in Königsberg von *Bessel* 23, Dessen Verschwinden und Wiedererscheinen beobachtet in Breslau von *Boguslawsky* 209; in Cattajo von *Bianchini* 149; in Dessau von *Schwabe* 153; in Nimes von *Valz* 42.

Rosenberger über die Störungen des *Halley*schen Kometen 157.

Rotation des Mers von *Mädler* 117. Des Saturnsringes von Dr. *Olbers* 1.

Rümker, erster Astronom bei der Hamburger Sternwarte 227.

Rufsland, Nachrichten von der Gründung einer Haoptsternwarte in St Petersburg bei der Kaiserlichen Academie der Wissenschaften 429.

S.

Sentini in Pedue Beobechtungen und Elemente des *Biela*schen Cometen (1830 Oct. Nov. Dec.) 5. Beobachtungen der Juno (1833 Mei) 115.

Seturnsbedecknng beobachtet in Cracau von *Weisse* (1832 Mei 8) 23.

Saturnsdurchmesser, Micrometermessnngen desselben von *Hussey* 423.

Saturnsoppositionen beobachtet in Cracau von *Weisse* (1833 April Mei) 387; in Edinburgh von *Henderson* (1831 März April) 29; in Kremsmünster von *Koller* (1833 März) 369.

Seturnsmasse aus Beobechtnngen in Königsberg 24.

Saturnsring, dessen Rotation, Verschwinden, Wiedererscheinen siehe Ring.

Saturnssatellit, *Hugen*itcher, Elemente der Bahn desselben aus Beobachtnngen in Königsberg 17.

Schumecher über *Steinheils* Reflexionskreise mit Glesprismen 108. Anseige von Büchern 201.

Schwobe in Dessau, Beobechtoog des Verschwindens und Wiedererscheinens des Saturnsringes 153.

Scuole Pie in Florenz, Beobachtungen daselbst des *Biela*schen Cometen (1832 Oct. Nov. Dec.) 39.

Selander, Dr., Rechnung der Königsberger Beobachtnngeu des *Hugen*ischen Saturnssatelliten 17.

Sonnenfinsternifs 1832 Juli 27 beobachtet von *Lang* in St. Croix 261. 1833 Juli 16 beobachtet von Dr. *Lamont* in Bogenhausen 119; von *Anger* in Danzig 137.

Sonnenflecke beobachtet von *Pastorff* 31.

Steinheile Astrograph, Instrnment zum Zeichnen der Sternkarten 145. Neue Reflexionskreise 43; Theorie derselben von *Bessel* 229. Sternwarte in München 145.

Sternbedecknngen beobachtet in Asien, wosu *Struve* correspondirende Beobachtungen sucht 9,
beobachtet 1829 (April 15) 397.
1830 (Nov. $\frac{9}{21}$) 3, (Dec. $\frac{15}{27}$) 4.
1831 (März 24) 398, (April 15) 30, (Mei $\frac{13}{25}$) 6.
1832 (Jen. 5) 23, (Febr. 10) 23. 399, (Febr. 15) 23. 399, (Febr, 27) 23, (März 8) 23. 399, (März 9) 23, (März 27) 402, ($\frac{\text{Jul. } 22}{\text{Aug. } 3}$) 221, (Sept. 4) 23, (Dec. 31) 23.
1833 (Jen. 4) 32, (März 27) 32, (März 31) 32. 386, (April 22) (Jul. 16) 137.
beobachtet in Cracau (1832 Jan. 5. Febr. 10. 15. 27, März 8. 9. Mei 8. Sept. 4. Dec. 31) 23. (1833 März 31) 386.
in Denzig (1833 Jol. 30) 137.
in Dshen-dsja-kéu odrr Chalgen (1830 Nov. $\frac{9}{21}$) 3.
in Edinburgh (1831 April 15) 30.
in St Petersburg, Sternwerte des Generalstabes (1829 April 15) 397.
(1831 März 24) 398.
(1832 Febr. 10. 15. März 8) 399.
(1833 März 27) 402.
in Peking (1830 Dec. $\frac{15}{27}$) 4. (1831 Mei $\frac{13}{25}$) 6,
in Werchneudinsk (1832 $\frac{\text{Jul. } 22}{\text{Aug. } 3}$) 221.

Sternkerten der Berliner Academie der Wissenschaften 33 Zeichnen derselben vermittelst *Steinheils* Astregraph 145

Sternwerte in Edinburgh 298; in Petersburg 179. 429; *Steinheils* in München 145; in Hamburg 47.

Stockholm Länge 408.

Störungen durch ein widerstehendes Mittel von *Hansen* 11; des *Halley*schen Cometen von *Rosenberger* 157.

Struve wünscht die Mittheilung correspondirender Beobachtungen zu Sternbedeckungen und Mondsculminationen 9. 303.

Supplement to Dr. *Bradleys* Miscelleneous Works 203

T.

Theorie des *Steinheil*schen Prismenkreises von *Bessel* 229.

Thomsen, Capitein in der Dänischen Merine, Längenbestimmungen in Westindien 225.

Trinidad Länge 225.

U.

Umeå Länge 410.

Upsela Länge 409.

Uranns Opposition beobachtet
von *Weisse* in Cracau (1833 Aug. Oct.) 387.
von *Hussey* in Heyes (1833 Oct. Dec.) 379.
von *Koller* in Kremsmünster (1832 Aug. Sept. Oct.) & (1833 Aug.) 369.

Utzschneider et Fraunhofer Verzeichnifs der Preise ihrer optischen Instrumente 265

Digitized by Google

V.

Valz Elemente des *Bielas*chen Cometen 29. Ueber das Verschwinden und Wiedererscheinen des Saturnsringes 42.

Venus beobachtet von *Weisse* in Cracau (1833 Mai bis Nov.) 385.

Verbesserungen 227. 371. 439.

Vervielfältigung der Beobachtungen, Betrachtung über die Methode derselben von *Bessel* 269.

Verzeichnifs der Preise des *Ertel*schen Instituts in München 419; der *Plößl*schen Apparate 245; von *Utzschneider et Fraunhofers* optischen Instrumenten 265.

Vesta Opposition beobachtet in Kremsmünster von *Koller* (1833 Jun. Jul.) 369.

Vieth in Dessau Notiz über Saturn 371.

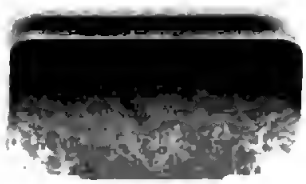
Vorgebirge der guten Hoffnung *Hendersons* Beobachtungen daselbst, des *Encke*schen Cometen (1832 Jnn.) 27. 39. 293. des *Biela*schen Cometen (1832 Nov. Dec. 1833 Jan.) 28. 295. Länge und Breite 28, Länge 403.

W.

Wargentin Länge zwischen Stockholm und Upsala 410.

Weisse Beobachtungen in Cracau
von Mondsternen (1832 März bis Sept.) 26,
(1833 Jan bis Nov.) 383;
von Sternbedeckungen (1832) 23, (1833) 383;
von Barometerveränderungen 383.

Werchneudinsk Sternbedeckungen beobachtet daselbst von *Fufs* (1830 $\frac{\text{Jul. } 22}{\text{Aug. } 3}$) 221.

BIBLIOTH...
REGIA
MONACENSIS.

Digitized by Google